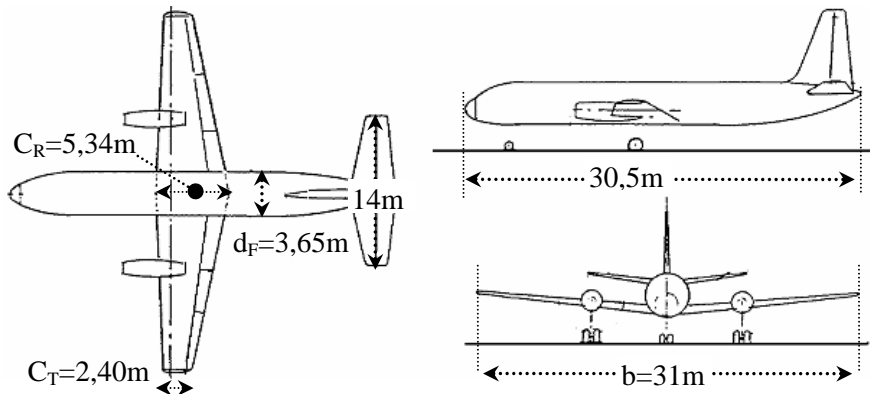


## **Esercitazione N.1**

### **Diagramma V-n**

### Esercizio

Si consideri il velivolo di figura con le seguenti caratteristiche:



Grandezza	Simbolo	Valore (SI)	Valore (UI)
Peso	$W$	400.000 N	89.928 lb
Superficie alare	$S$	120 m <sup>2</sup>	1.292 ft <sup>2</sup>
Velocità crociera	$V_C$	600 km/h	323,8 kn
Velocità di massima intensità di raffica	$V_B$	370 km/h	199,7 kn
Velocità massima	$V_D$	1,25 $V_c = 750$ km/h	404,7 kn
Incidenze di stallo	$\alpha_s$	$\alpha_s = \pm 0,244$ rad ( $^\circ\alpha = \pm 14^\circ$ )	
Incidenza di portanza nulla	$\alpha_0$	$\alpha_0 = -0,017$ rad ( $^\circ\alpha = -1^\circ$ )	
Allungamento	$\lambda$	8	
Gradiente di portanza ala	$k'$	$k' = \frac{5,7}{1 + 2,4/\lambda}$ rad <sup>-1</sup>	
Gradiente di portanza velivolo	$k$	1,15 $k'$	
Coeff. di portanza	$C_L$	$k(\alpha - \alpha_0)$	

Si costruisca, trascurando gli effetti della compressibilità ed assumendo come quota quella a livello del mare (pertanto  $V_e = V$ ):

**A)**–il diagramma  $V$ – $n$  di manovra assegnato il fattore di carico massimo positivo  $n_1 = 2,5$  e quello massimo negativo  $n_2 = -1$ ;

**B)**–il diagramma  $V$ – $n$  di raffica assumendo come fattore di attenuazione  $K = 0,76$  ed se  $U$  è la velocità equivalente di raffica:  $U = 20,1$  m/s (66 ft/s) per  $V_e = V_{eB}$ ,  $U = 15,2$  m/s (50 ft/s) per  $V_e = V_{eC}$ ,  $U = 7,6$  m/s (25 ft/s) per  $V_e = V_{eD}$ .

## Soluzione

A)–Diagramma V-n di manovra.

Il primo tratto (OA) del diagramma è definito dalla velocità minima di volo che, in volo rettilineo uniforme, si ha quando la portanza uguaglia il peso:

$$(1) \quad W = L = \frac{1}{2} \rho V_1^2 S C_{LMax} \Rightarrow V_1^2 = \frac{2W/S}{\rho C_{LMax}}$$

In manovra insorgono delle forze d'inerzia rappresentate dal fattore di carico n ed occorre una portanza  $L=nW$ :

$$(2) \quad nW = \frac{1}{2} \rho V_n^2 S C_{LMax}$$

ovvero, sostituendovi il W dato dalla (1)

$$(3) \quad nV_1^2 = V_n^2 \Rightarrow n = \frac{V_n^2}{V_1^2}$$

La (3), utilizzando l'ultima relazione della (1) si può scrivere:

$$(4) \quad n = \frac{V_n^2}{V_1^2} = \frac{\rho V_n^2 C_{LMax}}{2 W/S} = \frac{\rho_0 V_{en}^2 C_{LMax}}{2 W/S}$$

nella quale compare la densità dell'aria al livello del mare. Se si trascurano gli effetti della compressibilità per cui  $C_{LMax}$  è considerato costante ed utilizzando come ascissa del diagramma V-n la velocità equivalente  $V_{en}$  in luogo di quella vera  $V_n$ , il grafico è indipendente dalla quota di volo.

Il coefficiente di portanza è legato all'incidenza dalla relazione:

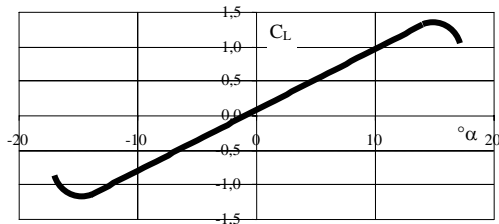
$$(5) \quad C_L(\alpha) = \frac{5,7 \cdot 1,15}{1 + 2,4/\lambda} (\alpha_R - \alpha_{R0}) = 5,042(\alpha_R - \alpha_{R0})$$

ovvero con incidenza in gradi:

$$C_L(\alpha) = 0,088(\alpha - \alpha_0)$$

il cui andamento è riportato in figura.

Il  $C_{LMax}$  si ha per  $\alpha = \alpha_s = \pm 14^\circ$ :



$$(6) \quad C_{LMax}^+ = 0,088(14 + 1) = 1,32 \quad ; \quad C_{LMax}^- = 0,088(-14 + 1) = -1,144$$

Dalla (4) poichè:

$$(7) \quad \frac{W}{S} = \frac{400.000}{120} = 3.333,3 \text{ Nm}^{-2} \quad ; \quad \rho_0 = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$$

dando la velocità  $V_e$  in km/h, per cui  $V_e/3,6$  è in m/s, si ha:

$$(8) \quad n^+ = \frac{\rho_0}{2} \frac{C_{LMax}^+}{W/S} V_{en}^2 = \frac{1,225 \cdot 1,32}{6.666,67} \frac{V_e^2}{(3,6)^2} \cong \frac{V_e^2}{53.430}$$

$$n^- = \frac{\rho_0}{2} \frac{C_{LMax}^-}{W/S} V_{en}^2 = -\frac{1,225 \cdot 1,144}{6.666,67} \frac{V_e^2}{(3,6)^2} \cong -\frac{V_e^2}{61.650}$$

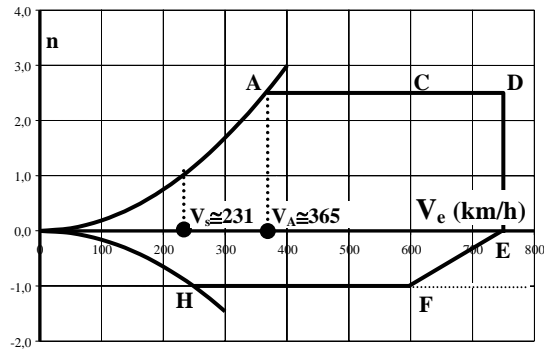
Oppure, in unità anglosassoni, dando la velocità  $V_e$  in nodi (1kn=1n mi/h):

$$(9) \quad n^+ = \frac{\rho_0}{2} \frac{C_{LMax}^+}{W/S} V_{en}^2 = \frac{23,768 \cdot 10^{-4} \cdot 1,32}{139,244} \frac{V_e^2}{(0,59)^2} \cong \frac{V_e^2}{15.560}$$

$$n^- = \frac{\rho_0}{2} \frac{C_{LMax}^-}{W/S} V_{en}^2 = -\frac{23,768 \cdot 10^{-4} \cdot 1,144}{139,244} \frac{V_e^2}{(0,59)^2} \cong -\frac{V_e^2}{17.950}$$

I risultati sono riassunti in tabella e nel relativo grafico.

$V_e$ (km/h)	$V_e$ (kn)	$n^+$	$n^-$
0,0	0,00	0,000	0,000
50,0	26,98	0,047	-0,041
100,0	53,97	0,187	-0,162
150,0	80,95	0,421	-0,365
200,0	107,93	0,749	-0,649
250,0	134,92	1,170	-1,014
300,0	161,90	1,684	-1,460
350,0	188,88	2,293	-1,987
400,0	215,87	2,995	



Il diagramma V-n è limitato poi dai valori massimi e minimi del coefficiente di contingenza che sono assegnati.

Nota: la normativa impone che per velivoli con peso massimo al decollo  $> 5.670\text{kg}$  ( $\cong 12.500\text{lb} = 55.604\text{N}$ ) “n<sup>+</sup>” positivo limite di manovra per qualsiasi velocità fino alla  $V_D$  non può essere inferiore al valore più alto tra 2,5 e quello dato dalla:

$$n = 2,1 + \frac{10.886}{W(\text{kg}) + 4.536} = 2,1 + \frac{24.000}{W(\text{lb}) + 10.000} = 2,34$$

e quindi  $n=2,5$ . Il modulo del fattore di carico negativo limite non può (salvo casi speciali) avere modulo  $< 1$  fino alla  $V_C$  e deve variare linearmente con la velocità fino a zero alla  $V_D$ .

**B)–Diagramma di raffica.**

Per la presenza di una raffica si ha una variazione dell'angolo di incidenza:

$$(11) \quad \Delta\alpha = \frac{KU}{V_e}$$

dove K è il fattore di attenuazione di raffica.

Alla (11) corrisponde una variazione di portanza:

$$(12) \quad \Delta L = \frac{1}{2}\rho V^2 S k \Delta\alpha = \frac{1}{2}\rho_0 V_e^2 S k \frac{KU}{V_e} = \left[ \frac{1}{2}\rho_0 S k K U \right] V_e$$

ovvero una variazione del fattore di carico di raffica:

$$(13) \quad \Delta n = \frac{\Delta L}{W} = \left[ \frac{\rho_0}{2W/S} k K U \right] V_e$$

La (3) ricordando le (7), sostituendo i valori di  $k, K$  assegnati e dando la  $V_e$  in km/h (mentre la  $U$  è in m/s) si scrive:

$$(14) \quad \Delta n = \frac{\Delta L}{W} = \frac{1,225 \cdot 5,042 \cdot 0,76}{6.666,67} \frac{V_e}{3,6} U \cong \frac{V_e U}{5.112}$$

Oppure, in unità anglosassoni, ricordando le (9), sostituendo i valori di  $k, K$  assegnati e dando la  $V_e$  in kn (mentre la  $U$  è in ft/s)), la (13) si scrive:

$$(15) \quad \Delta n = \frac{\Delta L}{W} = \frac{23,768 \cdot 10^{-4} \cdot 5,042 \cdot 0,76}{139,244} \frac{V_e}{0,59} U \cong \frac{V_e U}{9.050}$$

Le (14,15) nel grafico V-n rappresentano delle rette il cui coefficiente angolare dipende dal valore della velocità di raffica  $U$ , pertanto:

- per  $V_{eB}=370$  km/h ( $\cong 200$  kn) dove  $U=20,1$  m/s ( $\cong 66$ ft/s):

$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{370 \cdot 20,1}{5.112} = 2,455 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{370 \cdot 20,1}{5.112} = -0,455$$

$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{200 \cdot 66}{9.050} = 2,456 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{200 \cdot 66}{9.050} = -0,456$$

- per  $V_{eC}=600$  km/h ( $\cong 324$  kn) dove  $U=15,2$  m/s ( $\cong 50$ ft/s):

$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{600 \cdot 15,2}{5.112} = 2,784 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{600 \cdot 15,2}{5.112} = -0,784$$

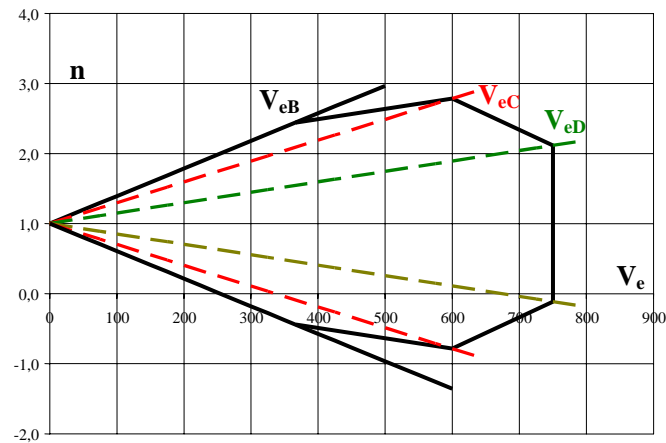
$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{324 \cdot 50}{9.050} = 2,789 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{324 \cdot 50}{9.050} = -0,789$$

▪ per  $V_{eD} = 750 \text{ km/h} (\cong 405)$  dove  $U = 7,6 \text{ m/s} (\cong 25 \text{ ft/s})$ :

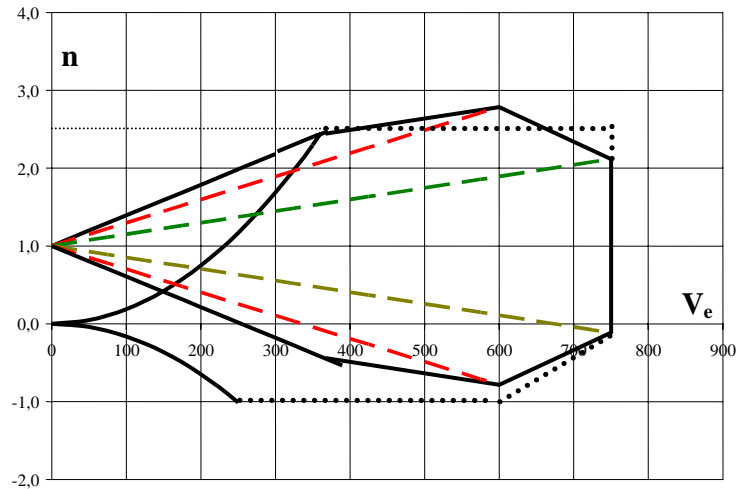
$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{750 \cdot 7,6}{5.112} = 2,115 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{750 \cdot 7,6}{5.112} = -0,115$$

$$n^+ = 1 + \Delta n = 1 + \frac{405 \cdot 50}{9.050} = 2,118 \quad ; \quad n^- = 1 - \Delta n = 1 - \frac{405 \cdot 50}{9.050} = -0,118$$

Pertanto si ha il seguente grafico relativo alla raffica.



Pertanto, dalla sovrapposizione dei due diagrammi si ha il grafico seguente.

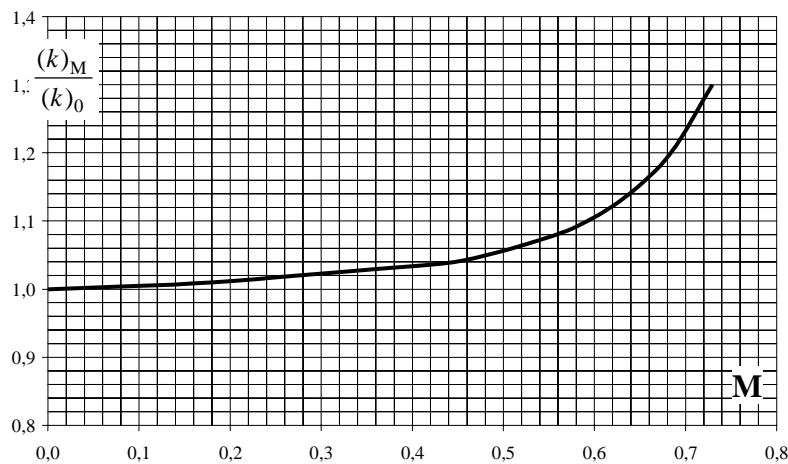
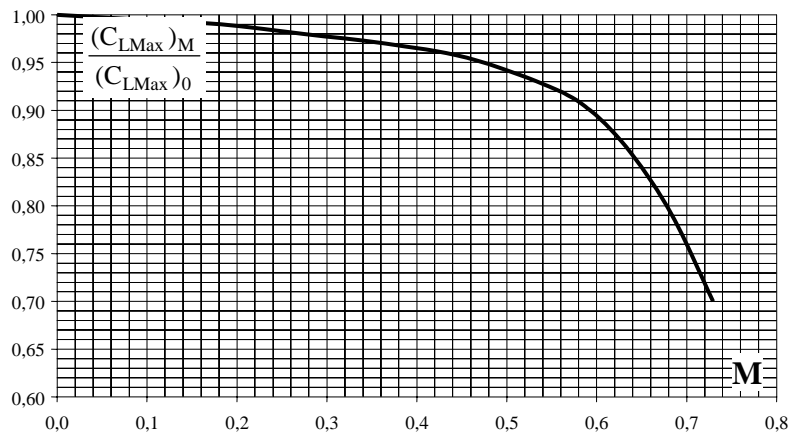


## Esercizio

Si consideri un velivolo dalle seguenti caratteristiche:

Grandezza	Simbolo	Valore (SI)	Valore (UI)
Carico alare	$W/S$	$3.333 \text{ N/m}^2$	$69,622 \text{ lb/ft}^2$
Velocità equivalente di crociera	$V_{eC}$	$600 \text{ km/h}$	$323,8 \text{ kn}$
Velocità equivalente massima	$V_{eD}$	$750 \text{ km/h}$	$404,7 \text{ kn}$
Coeff. portanza massimo positivo a Mach=0	$(C_{L\max}^+)_0$	1,32	
Coeff. portanza massimo negativo a Mach=0	$(C_{L\max}^-)_0$	-1,144	
Gradiente di portanza velivolo a Mach=0	$(k)_0$	$0,088 \text{ gr}^{-1}$ $(5,022 \text{ rad}^{-1})$	

I grafici seguenti riportano come varia  $C_{L\max}$ ,  $k$  con in numero di Mach.



Si costruisca, alla quota di 3.000 m (quindi tenendo conto degli effetti della compressibilità):

**A)**–il diagramma  $V$ – $n$  di manovra assegnato il fattore di carico massimo positivo  $n_1=2,5$  e quello massimo negativo  $n_2=-1$ ;

**B)**–il diagramma  $V$ – $n$  di raffica assumendo come fattore di attenuazione  $K=0,76$  ed se  $U$  è la velocità equivalente di raffica:  $U=20,1$  m/s (66 ft/s) per  $V=V_B$ ,  $U=15,2$  m/s (50 ft/s) per  $V=V_C$ ,  $U=7,6$  m/s (25 ft/s) per  $V=V_D$ .

### Soluzione

**A)**–Diagramma di manovra.

Il primo tratto del diagramma  $V$ - $n$  è definito dal  $C_{LMax}$

$$(1) \quad n = \frac{V_n^2}{V_1^2} = \frac{\rho V_n^2}{2} \frac{C_{LMax}}{W/S} = \frac{\rho_0 V_{en}^2}{2} \frac{C_{LMax}}{W/S} = q \frac{C_{LMax}}{W/S}$$

dove il coefficiente di portanza massimo varia con il numero di Mach:

$$(2) \quad M = \frac{V}{a} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} \frac{V}{a} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{V_e}{a\sqrt{\sigma}} \quad \text{dove } \sqrt{\sigma} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}$$

dove alla quota di 3.000 m:

$$(3) \quad a\sqrt{\sigma} = 328,6 \cdot 0,861 = 283 \text{ m/s} = 1.183 \cdot 0,861 = 1.019 \text{ km/h}$$

E' pertanto possibile costruire la seguente tabella nel SI.

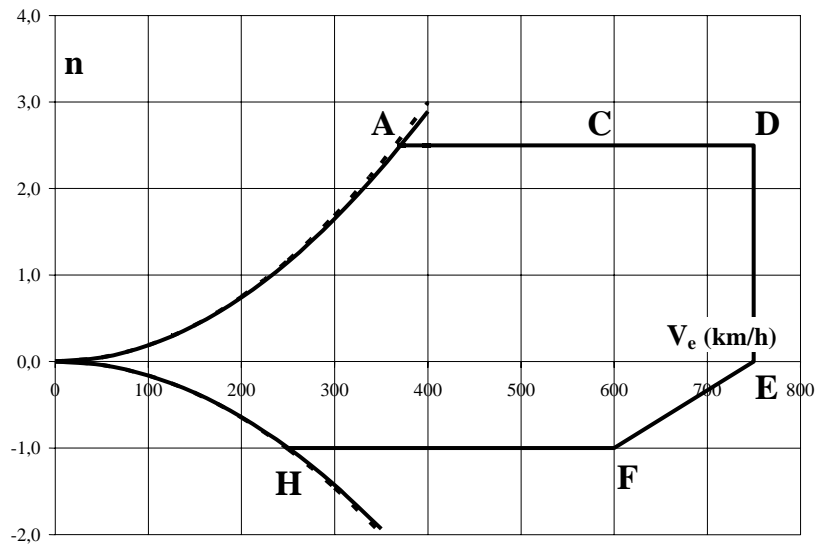
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$V_e$ (km/h)	$M = \frac{V_e}{a\sqrt{\sigma}}$	$q(N/m^2) = \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{V_e}{3,6}\right)^2$	$\frac{(C_{LMax})_M}{(C_{LMax})_0}$	$C_{LMax}(+) = 1,32*(4)$	$n^+ = q \frac{C_{LMax}^+}{W/S}$	$C_{LMax}(-) = -1,144*(4)$	$n^- = q \frac{C_{LMax}^-}{W/S}$
0,0	0,000	0,00	1,000	1,320	0,000	-1,144	0,000
50,0	0,049	118,15	0,998	1,317	0,047	-1,142	-0,040
100,0	0,098	472,61	0,995	1,313	0,186	-1,138	-0,161
150,0	0,147	1.063,37	0,990	1,307	0,417	-1,133	-0,361
200,0	0,196	1.890,43	0,988	1,304	0,740	-1,130	-0,641
250,0	0,245	2.953,80	0,982	1,296	1,149	-1,123	-0,996
300,0	0,294	4.253,47	0,978	1,291	1,647	-1,119	-1,428
350,0	0,343	5.789,45	0,973	1,284	2,231	-1,113	-1,933
400,0	0,393	7.561,73	0,965	1,274	2,890	-1,104	
450,0	0,442	9.570,31	0,959	1,266	3,635		



In unità inglesi si ha invece:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Ve (kn)	$M = \frac{V_e}{a\sqrt{\sigma}}$	$q(\text{lb}/\text{ft}^2) = \frac{\rho_0}{2} \left( \frac{V_e}{1,69} \right)^2$	$\frac{(C_{LMax})_M}{(C_{LMax})_0}$	$C_{LMax(+)} = 1,32*(4)$	$n^+ = q \frac{C_{LMax}^+}{W/S}$	$C_{LMax(-)} = -1,144*(4)$	$n^- = q \frac{C_{LMax}^-}{W/S}$
0,00	0,000	0,00	1,000	1,320	0,000	-1,144	0,00
26,98	0,049	2,47	0,998	1,317	0,047	-1,142	-0,040
53,97	0,098	9,87	0,995	1,313	0,186	-1,138	-0,161
80,95	0,147	22,22	0,990	1,307	0,417	-1,133	-0,361
107,93	0,196	39,49	0,988	1,304	0,740	-1,130	-0,641
134,92	0,245	61,71	0,982	1,296	1,149	-1,123	-0,996
161,90	0,294	88,86	0,978	1,291	1,648	-1,119	-1,428
188,88	0,343	120,95	0,973	1,284	2,231	-1,113	-1,934
215,9	0,393	157,98	0,965	1,274	2,890	-1,104	
242,85	0,442	199,94	0,959	1,266	3,636		

I risultati sono riassunti nel grafico seguente dove le linee tratteggiate sono quelle che si avrebbero se si trascurassero gli effetti della compressibilità.



Chiaramente il diagramma V-n è limitato poi dai valori massimi e minimi del coefficiente di contingenza che sono assegnati.

**B)–Diagramma di raffica.**

Per la presenza di una raffica si ha una variazione del fattore di carico:

$$(4) \quad \Delta n = \frac{\Delta L}{W} = \left[ \frac{\rho_0}{2W/S} k K V_e \right] U$$

Dove, per gli effetti della compressibilità, k dipende da M secondo la legge data. E' pertanto possibile costruire la seguente tabella:

(1)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
Ve (km/h)	$\frac{(k)_M}{(k)_0}$	$k \text{ (rad}^{-1}\text{)} = 5,022 \cdot (9)$	K	$\Delta n/U$ (s/m)	$\Delta n = 20,1 \cdot (12)$	$\Delta n = 15,2 \cdot (12)$	$\Delta n = 7,6 \cdot (12)$
0	1,000	5,042	0,76	0,0000	1,000	1,000	1,000
50	1,002	5,052	0,76	0,0098	1,197	1,149	1,074
100	1,004	5,062	0,76	0,0196	1,395	1,299	1,149
150	1,008	5,083	0,76	0,0296	1,594	1,450	1,225
200	1,009	5,088	0,76	0,0395	1,793	1,600	1,300
250	1,010	5,093	0,76	0,0494	1,993	1,751	1,375
300	1,011	5,098	0,76	0,0593	2,192	1,902	1,451
350	1,013	5,108	0,76	0,0693	2,394	2,054	1,527
400	1,018	5,133	0,76	0,0796	2,601	2,211	1,605
450	1,020	5,143	0,76	0,0898		2,365	1,682
500	1,020	5,143	0,76	0,0998		2,516	1,758
550	1,025	5,168	0,76	0,1103		2,676	1,838
600	1,100	5,547	0,76	0,1291		2,962	1,981
650	1,140	5,748	0,76	0,1449		3,203	2,102
700	1,220	6,152	0,76	0,1670			2,270
750	1,300	6,555	0,76	0,1907			2,449

ed il seguente grafico relativo alla raffica.

