

Dispense del Corso di Propulsione Aerospaziale

Corso di Laurea di 1° livello in Ingegneria Aerospaziale
Facoltà di Ingegneria
Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

Francesco Nasuti Diego Lentini Fausto Gamma

Anno Accademico 2004/05

Capitolo 1

Introduzione

Il significato letterale di propulsione è “spinta in avanti”. Questa definizione presuppone l’esistenza di una forza finalizzata ad ottenere un certo atto di moto di un corpo. Per sistema propulsivo si intende l’insieme dei componenti necessari a generare e/o controllare la forza propulsiva in modo da realizzare un prefissato stato di moto di un corpo.

In generale tutti i sistemi propulsivi sono “a reazione” siano essi terrestri, navali, aerei o spaziali. Si perviene, infatti, all’ottenimento della forza propulsiva come ad una forza di reazione all’applicazione di una forza uguale e contraria sull’ambiente esterno (solido o fluido) e/o su sostanze trasportate a bordo ed espulse dal sistema stesso.

La disciplina della propulsione aerospaziale si occupa delle macchine in grado di fornire la forza propulsiva che permette il moto di veicoli nell’atmosfera e nello spazio cosmico. Nel primo caso si parla di motori per aeromobili (settore aeronautico), nel secondo di propulsori spaziali. Va subito sottolineato che, se in altri campi l’aeronautica e l’astronautica si differenziano sensibilmente, non è del tutto così¹ nel campo della propulsione, infatti i propulsori delle due aree, pur differenti, si basano su principi comuni.

La caratteristica comune a quasi¹ tutti i sistemi di propulsione aerospaziale è che la forza propulsiva, detta **spinta (thrust)**, si ottiene come risultato dell’incremento di quantità di moto di un fluido, detto **fluido propulsivo** (Fig. 1.1), il quale può avvenire o solo all’esterno del motore (eliche), o all’interno ma con fluido esterno (esoreattori), oppure all’interno con solo fluido originariamente stivato a bordo (endoreattori). Altra caratteristica comune richiesta a tutti i sistemi propulsivi aerospaziali è la leggerezza.

L’incremento della quantità di moto, necessario a generare la spinta, viene ottenuto a spese di energia resa disponibile a partire da diverse fonti. In generale si possono considerare quattro tipi di fonti energetiche nel campo della propulsione aerospaziale, anche se soltanto la prima, quella chimica, ha trovato larga diffusione, e fornisce energia alla quasi totalità dei propulsori aerospaziali. Di queste fonti soltanto le prime tre possono essere considerate *primarie*, e cioè disponibili a bordo senza trasformazioni in altri tipi di energia. Esse sono:

Energia Chimica è la principale (e quasi unica) fonte di energia per la propulsione aerospaziale, derivante dall’energia sviluppata dalle reazioni chimiche di combustione che avvengono tra combustibile e ossidante (o dalla decomposizione di un monopropellente). Il combustibile è prevalentemente un derivato del petrolio (quasi esclusivamente nei propulsori ad elica e ad esoreazione) ma può essere anche idrogeno (come nel caso di alcuni endoreattori) o altre sostanze. L’ossidante è costituito dal-

¹Alcuni particolari sistemi di propulsione, quali ad esempio la vela solare, costituiscono un’eccezione.

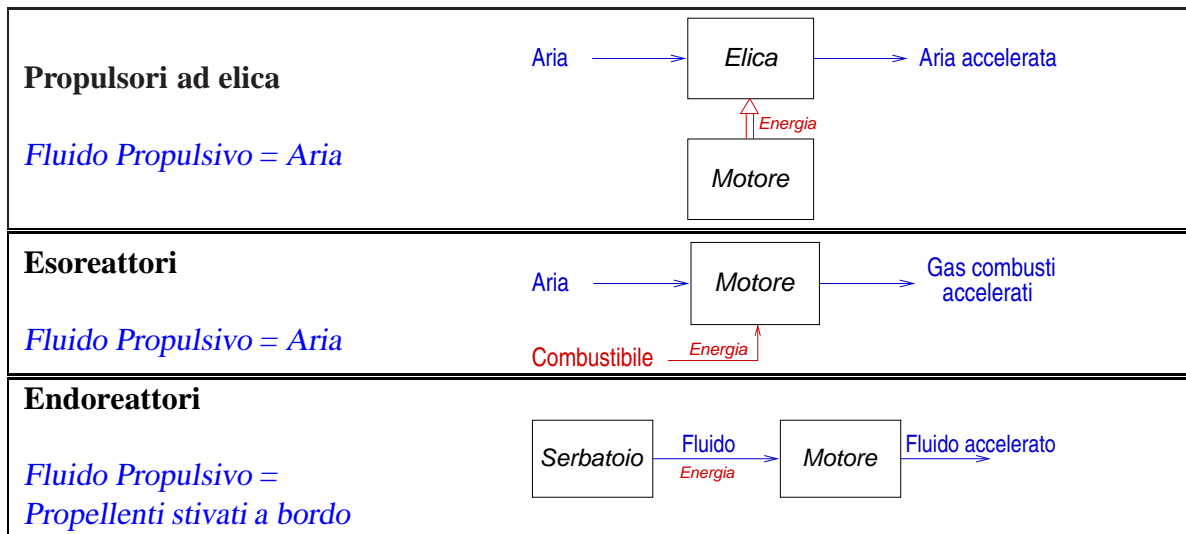


Figura 1.1: Sistemi per incrementare la quantità di moto del fluido propulsivo.

l'ossigeno presente nell'aria nel caso di propulsori ad elica ed esoreattori, mentre è ossigeno puro o altre sostanze negli endoreattori.

Energia Nucleare La fattibilità e la possibile convenienza di propulsori ad endoreazione che sfruttano un reattore nucleare a fissione è stata dimostrata. Tuttavia, i rischi nel controllo di tale tipo di energia non ne hanno consentito finora l'impiego pratico. Comunque, attualmente l'impiego dell'energia nucleare è oggetto di rinnovata attenzione per missioni interplanetarie.

Energia Solare L'energia solare può essere sfruttata per generare elettricità da utilizzare in propulsori elettrici, o concentrata mediante specchi per riscaldare un fluido operativo (con un'effetto analogo a quello che si ha nella combustione), oppure, in modo più avveniristico, per spingere vele solari. In ogni caso l'impiego è difficile a causa delle enormi superficie di pannelli solari (o degli specchi, o delle vele solari) per generare potenze significative. Nonostante queste difficoltà, l'energia solare è effettivamente utilizzata in alcuni satelliti e sonde.

Accanto a queste fonti merita di essere considerata un quarta fonte di energia, *secondaria*, che può essere prodotta a bordo da sorgenti primarie. Essa è:

Energia Elettrica L'energia elettrica ha finora trovato impiego molto limitato a causa dei tipicamente bassi rapporti spinta/peso. L'elevato peso di una configurazione in cui l'energia elettrica è immagazzinata esclusivamente in batterie porta ad escludere questa soluzione. L'energia elettrica è prodotta a bordo da altre sorgenti energetiche, che potranno essere considerate primarie (chimica, nucleare, solare). E' il caso per esempio delle celle a combustibile e delle batterie (chimica), dei generatori di elettricità a radioisotopi (nucleare), o dei pannelli solari (solare).

1.1 Classificazione

I sistemi di propulsione impiegati in campo aerospaziale si dividono innanzitutto in due famiglie (Fig. 1.2). La prima è quella dei motori ad elica in cui la spinta è generata dall'incremento della quantità di moto

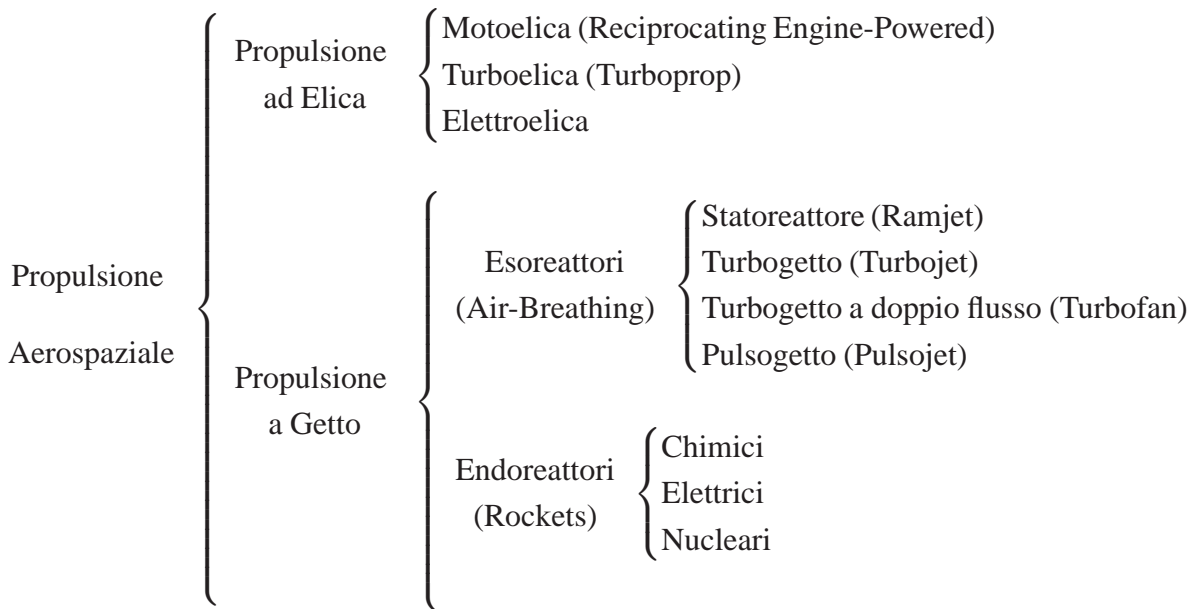


Figura 1.2: Classificazione dei propulsori aerospaziali.

dell'aria ottenuta attraverso la rotazione di un'elica. Essa è stata la prima ad essere impiegata in aeronautica, sebbene successivamente il suo impiego sia andato via via riducendosi grazie all'introduzione dei più vantaggiosi motori a getto, caratterizzati da un rapporto potenza/peso molto più elevato. La potenza all'albero dell'elica è stata inizialmente ottenuta con motori a combustione interna alternativi (Motoelica). Oggi l'impiego di motoelica è limitato a piccoli aerei da turismo. Infatti nella gran parte dei motori ad elica la potenza all'asse dell'elica è prodotta da un gruppo turbogas (compressore-camera di combustione-turbina) dello stesso tipo di quelli impiegati nei motori a getto. Tra l'altro, quest'ultimo tipo di motori è l'unico in grado di conferire abbastanza potenza ad un rotore da sollevare un elicottero (motori turboalbero), tranne che nel caso di elicotteri molto piccoli.

Il turboelica è in realtà un ibrido a metà strada tra i motori ad elica ed i motori a getto, in quanto parte della spinta è generata dall'espulsione dell'aria utilizzata dal gruppo turbina-compressore. Tuttavia, in genere esso viene classificato separatamente dai motori a getto.

La seconda famiglia è quella dei propulsori a getto.² Con questo nome si indicano tutti quei propulsori in cui almeno parte della spinta è ottenuta mediante l'espulsione di massa stivata a bordo dal veicolo. Nell'ambito della propulsione a getto bisogna poi subito distinguere tra i motori che sfruttano almeno in parte l'atmosfera come fluido propulsivo (si tratta degli esoreattori o *air-breathing engines*) e quelli invece in cui tutto il fluido propulsivo è stivato a bordo del veicolo (si tratta degli endoreattori o *rockets*). Questi ultimi sono i soli motori in grado di fornire una spinta al di fuori dell'atmosfera.

Gli esoreattori hanno avuto grande sviluppo nella seconda metà del secolo scorso divenendo il principale sistema propulsivo nel campo aeronautico. Dopo l'inizio dell'era dei motori a getto, l'interesse commerciale ha permesso infatti una notevole maturazione della tecnologia con lo sviluppo di motori più efficienti (come ad esempio i turbogetti a doppio flusso, oggi comunemente usati nella maggior parte degli aerei civili). Parallelamente, sono anche stati studiati esoreattori di diversa concezione

²Questi sistemi propulsivi vengono anche detti *a reazione*, sebbene tale definizione possa generare confusione in quanto anche negli altri casi la spinta è ottenuta per reazione.

che, sebbene non abbiano goduto del successo dei turbogetti, possono risultare interessanti per alcune applicazioni (è il caso degli statoreattori e dei pulsogetti).³

Gli endoreattori, pur essendo stati i primi propulsori a getto sviluppati nella storia, risultano poco adatti alla propulsione aeronautica a causa degli elevati consumi, e delle difficoltà di controllo. Al contrario, essi hanno avuto uno straordinario successo nel campo spaziale, dove si sono rivelati come l'unico sistema propulsivo in grado di portare carico utile al di fuori dell'atmosfera terrestre, grazie alla loro elevata spinta specifica ed alla capacità di fornire una spinta nel vuoto. Anche nel campo degli endoreattori sono stati sviluppati diversi concetti propulsivi (che possono essere divisi nelle famiglie degli endoreattori chimici, nucleari ed elettrici), alcuni finora rimasti sulla carta, ed altri invece di maggior successo.

La classificazione dei sistemi di propulsione aerospaziale vista in Fig. 1.2 riguarda soltanto i principali sistemi di cui si parlerà già di seguito con un maggior dettaglio, e per i quali si accennerà alle principali caratteristiche ed applicazioni. Tuttavia altri sistemi sono stati studiati e in particolare si è cercato di estendere il funzionamento dei propulsori a campi di velocità e di quota più vasti. Si accennerà ad esempio ad alcuni motori detti *combinati*, il cui sviluppo ha lo scopo di sfruttare in un unico sistema propulsivo le proprietà migliori dei sistemi più tradizionali nei diversi campi di quota e velocità di volo.

1.2 Propulsori ad elica

La prima famiglia di propulsori impiegati in aviazione è stata quella dei propulsori ad elica (Fig. 1.3). Tali propulsori sono caratterizzati da un motore che fornisce potenza ad un albero rotante, come nel caso dei motori di automobili o di motori per la generazione di potenza elettrica. Nel caso del propulsore aeronautico, la potenza conferita all'albero viene poi sfruttata per muovere un'elica, la quale a sua volta genera la spinta accelerando il fluido propulsivo, che è l'aria esterna. Il motore ad elica quindi richiede la presenza di un mezzo fluido in cui muoversi, e non può quindi essere utilizzato per la propulsione spaziale (si vedrà che in realtà presenta notevoli limitazioni anche in campo aeronautico).

Il primo e più semplice modo per generare la potenza necessaria all'elica è stato quello di impiegare motori a pistoni, già realizzati per applicazioni terrestri agli albori dell'aeronautica. Successivamente, con la sopravvenuta disponibilità di altri motori, la scelta è stata dettata dallo sviluppo e l'applicazione di motori per quanto possibile leggeri a parità di potenza. Oggi infatti, sebbene diversi tipi di motori siano disponibili per fornire potenza ad un albero, la scelta si restringe rapidamente quando si ricorda che nel campo aeronautico il rapporto potenza generata/peso del motore è decisivo. Per piccole potenze, le migliori prestazioni sono fornite dai motori a combustione interna alternativi (motore a pistoni), mentre per potenze elevate motori basati sul ciclo di turbina a gas sono più convenienti. Per potenze molto basse e particolari applicazioni, il motore elettrico può essere una soluzione interessante.

Sono stati quindi impiegati tre tipi di motori per conferire potenza all'elica:

A.) Motoelica: *Motore a combustione interna alternativo (a pistoni) basato sul ciclo Otto o Diesel.*

B.) Turboelica/Turboalbero: *Motore a combustione interna basato sul ciclo di turbina a gas (Brayton).*

³In italiano è comune la notazione con il suffisso *-reattore* anziché *-getto* (cioè turboreattore invece di turbogetto, pulsoreattore invece di pulsogetto) che mette in evidenza la propulsione "a reazione". Ciò non vale per lo statoreattore per il quale la dizione *statogetto* non è usata. In inglese invece viene comunemente impiegato il nome con il suffisso *-jet*.

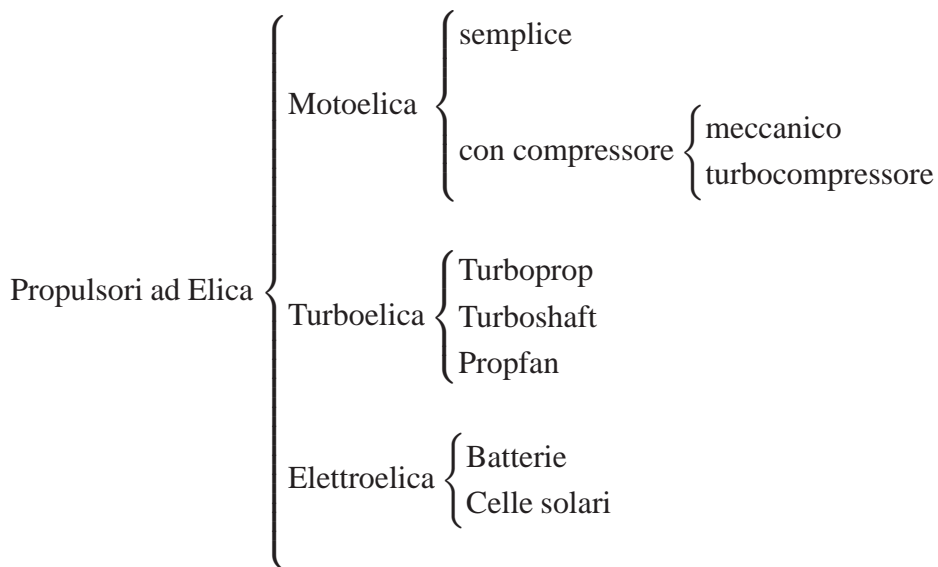


Figura 1.3: La famiglia dei propulsori ad elica.

C.) Elettroelica: *Motore elettrico alimentato ad energia solare (progetto sperimentale della NASA) o a batteria (modelli).*

1.2.1 Motoelica

Il motore è simile a quello di un'automobile, ad accensione comandata (basato sul ciclo Otto) o ad accensione spontanea (basato sul ciclo Diesel). È stato il primo e l'unico impiegato fino quasi alla fine della seconda guerra mondiale. Inizialmente raffreddato ad acqua, venne poi soppiantato dai più leggeri motori raffreddati ad aria (pesanti il 30-40% di quelli raffreddati ad acqua). Successivamente miglioramenti ai motori raffreddati ad acqua portarono ad una competizione tra le due tipologie. Molti dei migliori caccia della seconda guerra mondiale utilizzavano motori raffreddati ad acqua, ma alla fine hanno prevalso quelli raffreddati ad aria. È nel campo aeronautico che è stata sviluppata la sovralimentazione dei motori a scoppio. Infatti le prestazioni di tali motori vanno riducendosi con la quota, cosa che può essere compensata con l'introduzione di sistemi di sovralimentazione. Sebbene in passato siano stati sviluppati motori di grande potenza (anche fino a 3000 kW), attualmente le motoeliche sono diffuse soltanto nel campo dell'aviazione leggera con motori da 4 a 8 cilindri, potenze di 75-300 kW (100-400 hp) e massa di 100-250 kg. Infatti le turboeliche vengono oggi utilizzate per motori più potenti. Va menzionato che questi motori sono impiegati anche per piccoli elicotteri.

1.2.2 Turboelica

Il primo aereo di linea con turboelica (*turboprop*) fu introdotto nel 1955. A quel periodo si può far risalire la fine del dominio dei motoelica. Infatti la turbina a gas presenta maggiore rapporto potenza/peso rispetto al motore a pistoni, e minore ingombro frontale (con conseguente minore resistenza aerodinamica). Il motore che fornisce potenza all'elica è ancora un motore a combustione interna, che utilizza derivati del petrolio come combustibile e l'ossigeno dell'aria come ossidante, ma si basa sul ciclo di turbina a gas (ciclo Brayton-Joule), anziché sui cicli Otto e Diesel dei motoelica. La principale



(a) Raytheon Beech Baron 58

(b) Motore Continental IO-550-C/300

Figura 1.4: Motoelica.

differenza è che compressione ed espansione sono ottenute da macchine rotative anziché alternative, e che la combustione avviene in modo continuo anziché ciclico (Fig. 1.5).

Un altro aspetto peculiare è quello che la spinta, oltre che dall'elica, viene fornita in parte anche dal getto del fluido espulso dopo essere stato utilizzato per generare la potenza all'albero.

Si può dire quindi che in realtà la turboelica è un sistema misto in cui la spinta viene generata in parte dall'elica (la maggior parte), e in parte dal getto. In ogni caso la portata elaborata dall'elica è di gran lunga superiore a quella elaborata dalla turbina a gas (generatore di gas). I principali componenti di una turboelica sono indicati in Fig. 1.5. L'elica è mossa dalla potenza fornita all'albero dal gruppo turbogas, tuttavia le dimensioni dell'elica, molto maggiori di quelle di compressore e turbina, rendono necessaria l'introduzione di un riduttore (i rapporti di riduzione sono dell'ordine di $\sim 15 : 1$) per contenere la velocità di rotazione dell'elica.

Attualmente la turboelica trova largo impiego nei motori ad elica di elevata potenza. Essa viene impiegata per aerei di trasporto regionale, dove non sono richieste le elevate velocità di crociera dei motori a getto. Per queste moderate velocità i turboelica consentono di avere una migliore efficienza (minor consumo). Il turboelica è inoltre il motore principalmente (quasi esclusivamente) usato nel campo degli elicotteri, dove peraltro prende il nome di turboalbero (*turboshaft*) a causa del diverso utilizzo dell'elica (portante in questo caso). Si parla di turboalbero, anche perché, diversamente dai turboelica, tutta l'energia viene fornita all'elica, senza utilizzare l'energia del getto.

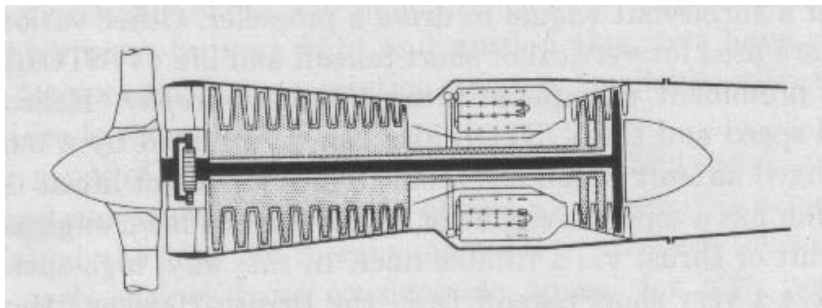
La caratteristica di una turboelica (o turboalbero) è principalmente la potenza che essa può fornire all'albero. Questa può superare i 10000 kW, valore quindi decisamente più alto di quello relativo ai più potenti motoelica realizzati.

1.2.3 Elettroelica

L'idea di impiegare un motore elettrico per fornire potenza ad un'elica risale agli inizi dell'aeronautica. Infatti dopo il motore a vapore, il motore elettrico è stato il secondo tipo di motore installato su un



(a) ATR42



(b) Sezione di turboelica

Figura 1.5: Turboelica.

aeromobile, il dirigibile *La France* nel 1884. Si trattava di un motore della potenza di 6.3 kW, alimentato da una batteria. Solo successivamente furono introdotti i motori a combustione interna alternativi.

Recentemente è stato riproposto l'impiego dei motori elettrici per particolari applicazioni. E' ad esempio il caso del Progetto Helios allo studio della NASA (Fig. 1.6) dove 14 eliche (del diametro ciascuna di 1.8 m), mosse da altrettanti motori elettrici per una spinta di 48.9 N ciascuno e una potenza di 1.5 kW. La peculiarità del sistema è quella di generare elettricità tramite celle solari dell'ultima generazione. Inoltre, parte dell'energia elettrica generata dalle celle solari è immagazzinata in batterie che permettono di proseguire il volo, per un tempo limitato, all'imbrunire; sono allo studio celle a combustibile che dovrebbero consentire il volo continuato, giorno e notte. Il prototipo di questo aereo senza pilota è tuttavia precipitato nel luglio 2003 per problemi di controllo.

L'interesse di un sistema di questo tipo è di realizzare un veicolo in grado di volare indefinitamente (senza limiti di autonomia) ad una quota molto più bassa di quella dei satelliti.



Figura 1.6: Il motore elettroelica del progetto Helios (NASA).

1.3 Esoreattori

Con lo sviluppo dei motori a reazione “air-breathing” (che respirano aria) o esoreattori, è stato possibile superare i limiti della propulsione ad elica, la quale diviene inapplicabile per velocità di volo prossime alla velocità di propagazione del suono.

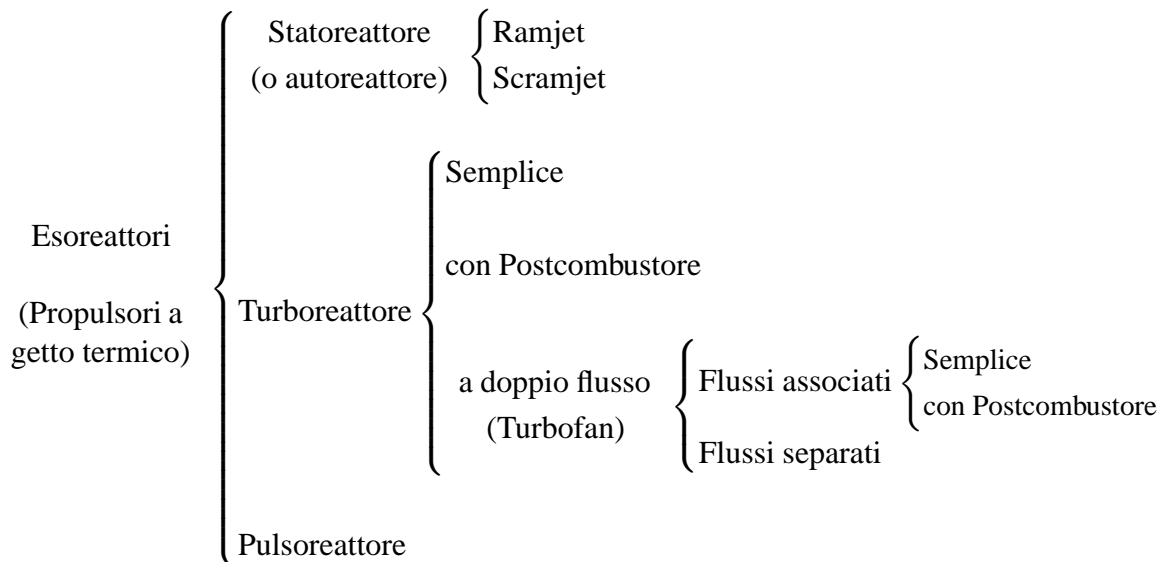


Figura 1.7: La famiglia degli esoreattori.

Gli esoreattori sono caratterizzati dal fatto che il fluido propulsivo è costituito principalmente dall’aria che fluisce entro il motore, mentre nei motori ad elica il fluido propulsivo è costituito da aria esterna (non quella che entra nel motore). Per una parte minore contribuisce al fluido propulsivo anche il combustibile stivato a bordo, che viene bruciato con l’aria. Nel motore entrano dunque una portata

d'aria dall'esterno, ed una portata di combustibile dal veicolo. La portata totale di fluido, la quale ha subito un'alterazione della sua composizione chimica a causa delle reazioni di combustione, costituisce il fluido propulsivo. Gli esoreattori possono essere di tipi diversi a seconda delle modalità di funzionamento, cioè come viene elaborato il fluido all'interno del motore, e come è condotta la combustione (Fig. 1.7).

In particolare si possono distinguere tre principali classi di esoreattori, che sono basati su due diversi cicli termodinamici. Il primo è il ciclo termodinamico di turbina a gas (Brayton-Joule), già visto per la turboelica (Fig. 1.5b) e costituito idealmente da: compressione adiabatica, riscaldamento isobaro (combustione) ed espansione adiabatica. Parte del lavoro di espansione è utilizzato per la compressione, e la parte restante viene convertita in energia cinetica del getto al fine di generare la spinta. A seconda della presenza o meno di turbomacchine nelle fasi di compressione ed espansione, si distinguono le due classi di esoreattori basati su questo ciclo:

1. Compressione-espansione senza turbomacchine: STATOREATTORE (AUTOREATTORE).
2. Compressione-espansione con turbomacchine: TURBOREATTORE (TURBOGETTO).

Il rimanente ciclo termodinamico da considerare è invece un ciclo intermittente in cui compressione, combustione ed espansione del fluido propulsivo si ripetono ciclicamente grazie ad un sistema di apertura e chiusura di valvole. Questo ciclo fornisce la terza classe di esoreattori:

3. PULSOREATTORE (PULSOGETTO).

1.3.1 Statoreattore

Lo statoreattore (o autoreattore, o *ramjet*) è concettualmente molto semplice. In esso la compressione del fluido propulsivo avviene esclusivamente attraverso il rallentamento dell'aria che entra nella presa dinamica. Per tale ragione esso non è in grado di fornire spinta a punto fisso (cioè a velocità nulla), ed ha il suo campo d'impiego per $2 < M < 4$. Per valori più elevati della velocità di volo (in particolare per $M > 5$) non è più possibile rallentare in modo efficiente il flusso fino a velocità subsoniche prima di entrare in camera di combustione; si può tuttavia ancora realizzare uno statoreattore se si riesce a far avvenire la combustione in un flusso a velocità supersonica. In tal caso si parla di *Scramjet* (Supersonic Combustion Ramjet), la cui fattibilità tuttavia deve ancora essere dimostrata⁴.

Il loro impiego è limitato ad alcune applicazioni militari e veicoli sperimentali.

1.3.2 Turboreattore

Il turboreattore (o turbogetto) è basato sul ciclo di turbina a gas, come lo statoreattore. La differenza sta nel fatto che la compressione viene effettuata da un compressore, mosso da una turbina, la quale ultima sfrutta l'energia fornita al fluido propulsivo dalla combustione. All'uscita dalla turbina il gas è ancora ad una pressione superiore a quella ambiente, e può essere quindi accelerato in un ugello. In questo modo il fluido propulsivo viene espulso ad una velocità più elevata di quella con cui entra nel motore, generando così la spinta. La presenza di una macchina per la compressione permette il funzionamento anche da fermo (a punto fisso), a differenza dello statoreattore. Questa proprietà lo rende molto più versatile, e

⁴Nell'estate del 2002 scienziati australiani dell'Università del Queensland hanno sostenuto di aver realizzato per la prima volta una combustione supersonica in volo, per pochi secondi. Successivamente, nel marzo 2004, lo X43 della NASA ha raggiunto un numero di Mach pari a 7, e nel novembre successivo, Mach 9,8.

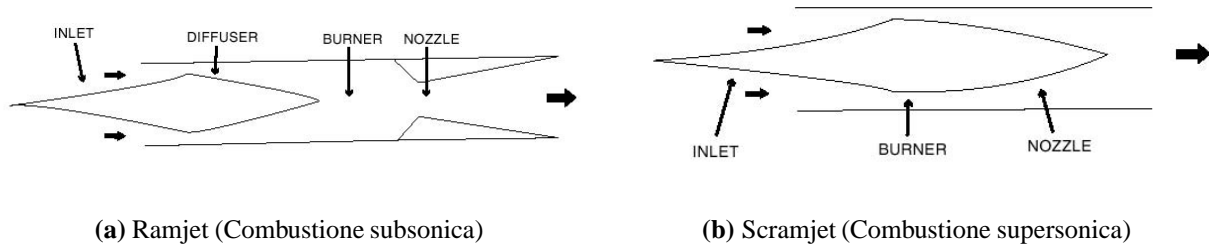


Figura 1.8: Tipi di statoreattore.

le ottime proprietà di prestazioni come spinta, consumo specifico, rapporto spinta/peso, hanno imposto questa famiglia di motori come la più diffusa nel campo dell'aviazione sia civile sia militare. Si possono quindi riassumere le seguenti proprietà:

- La spinta si ottiene dal getto
- Elevata potenza specifica (per unità di peso del motore)
- Ridotto ingombro frontale
- Elevata efficienza
- Limitata richiesta di interventi di manutenzione (oltre a quella pianificata)

Il propulsore a getto basato sul ciclo di turbina a gas è stato brevettato per la prima volta da Frank Whittle in Gran Bretagna nel 1930, ma è stato necessario aspettare fino al 1939 perché fosse realizzato il primo velivolo propulso da un turbogetto. Successivamente alla fine della seconda guerra mondiale è andato affermandosi grazie alla sua elevata spinta specifica ed al basso consumo specifico alle alte velocità. Da questa famiglia di propulsori, senz'altro la più diffusa, hanno avuto origine diversi tipi di propulsori, i principali dei quali sono descritti in Fig. 1.9 e nel seguito.

Turbogetto semplice

Per turbogetto semplice si intende il turboreattore base, costituito da presa dinamica, compressore, camera di combustione, turbina e ugello. Anche in questo schema semplice, che è stato il primo ad essere adottato, si possono distinguere diverse configurazioni. Infatti per migliorare la risposta del motore alle variazioni di potenza, controllata variando la quantità di combustibile iniettata in camera di combustione, può essere utile separare un gruppo compressore-turbina di alta pressione e un gruppo compressore-turbina di bassa pressione. In tal caso ogni gruppo è connesso attraverso un albero, e si avranno quindi in generale uno o più alberi coassiali. Il turbogetto semplice è meno efficiente del turboelica alle basse velocità di volo, mentre diventa superiore ad alte velocità. Di conseguenza, il suo tipico campo di applicazione è oggi quello dei velivoli supersonici. Infatti nel campo delle alte velocità subsoniche, che è quello dell'aviazione commerciale, il turbogetto a doppio flusso (vedi sotto) è più efficiente sia del turboelica sia del turbogetto semplice, e viene quindi preferito. I turbogetti semplici impiegati oggi hanno spinte comprese tra 0.5 e 200 kN.

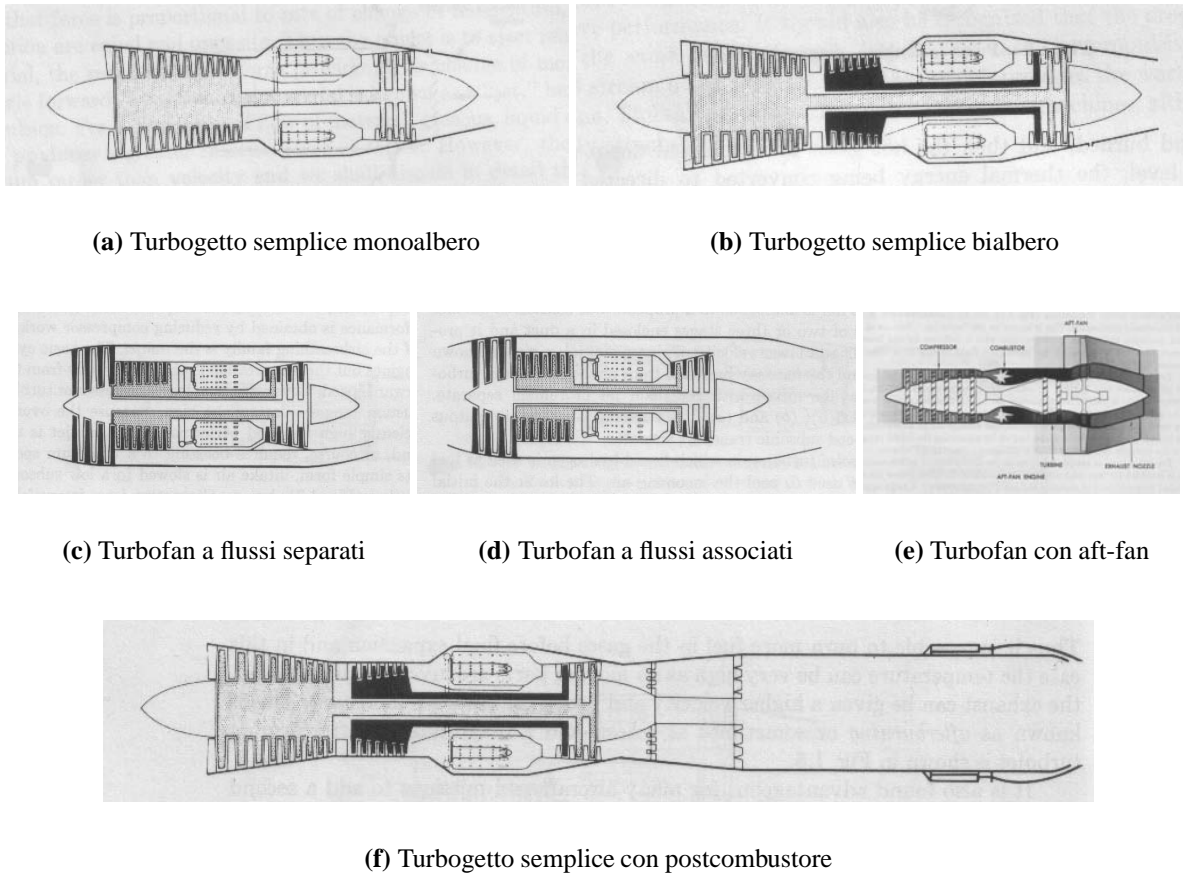


Figura 1.9: Configurazioni di turboreattori (da [12]).

Turbogetto con postcombustore

Per mantenere la temperatura entro valori tollerabili dalle palette della turbina, si adotta nel turbogetto una miscela complessivamente “povera”, cioè con eccesso di aria. Sussiste quindi la possibilità di utilizzare l’aria in eccesso per effettuare una seconda combustione, iniettando ancora combustibile dopo l’espansione in turbina. La postcombustione permette di avere temporaneamente una maggiore spinta, con conseguenti possibili applicazioni militari, ma anche nel campo dell’aviazione civile supersonica. È questo ad esempio il caso dei propulsori del Concorde, dove il postcombustore è impiegato per fornire la maggiore spinta richiesta nelle fasi critiche. L’impiego del combustore deve tuttavia essere limitato nel tempo, a causa dell’incremento del consumo specifico quando il postcombustore è acceso.

Turbogetto a doppio flusso (Turbofan)

Il turbogetto semplice, sebbene in grado di fornire spinta a punto fisso, risulta più efficiente del turboelica soltanto alle elevate velocità di volo subsoniche, a causa della diminuzione di efficienza dell’elica in queste condizioni. Per estendere il campo di impiego dei turboreattori e per migliorarne l’efficienza in tutto il campo subsonico, è stato introdotto il turboreattore a doppio flusso (turbofan) che cerca di sfruttare i vantaggi sia del turboelica sia del turbogetto. In sostanza, parte dell’energia disponibile a valle della turbina che muove il compressore, anziché essere utilizzata unicamente per accelerare la

corrente principale nell'ugello, viene sfruttata per muovere un'elica intubata (detta "fan", cioè ventola) che comprime un'ulteriore portata d'aria, successivamente accelerata in un ugello. In questo modo si ha una minore accelerazione di una maggiore portata d'aria rispetto al turbogetto semplice, cosa che come si vedrà implica una riduzione dei consumi. Inoltre il fatto che l'elica sia "intubata" permette di rallentare il flusso che la investe, eliminando così la riduzione di prestazioni dell'elica investita da correnti con velocità superiore a $M = 0.6$. Si hanno quindi due flussi d'aria: il principale che passa attraverso

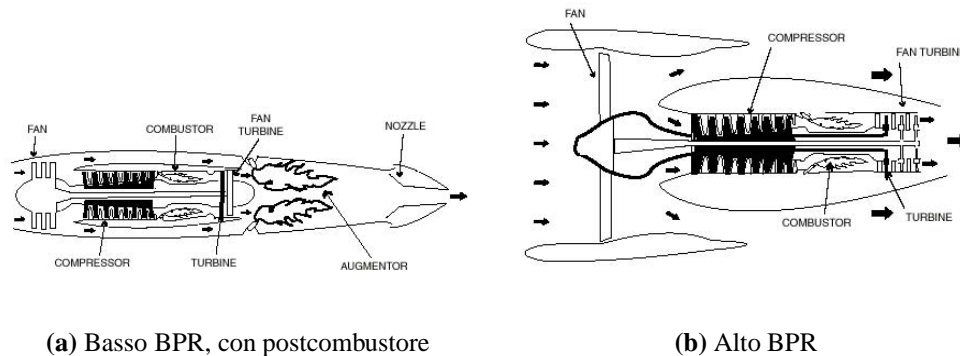


Figura 1.10: Diversi tipi di turboreattore a doppio flusso.

compressore, camera di combustione e turbina e il secondario che invece, dopo essere stato compresso dalla ventola, viene poi espanso in ugello. Sono possibili due soluzioni: se il flusso secondario viene espulso separatamente da quello primario si parla di turbofan a flussi separati, se invece i due flussi vengono miscelati prima di essere espulsi si parla di turbofan a flussi associati.

Il turbofan è il propulsore più diffuso negli aerei da trasporto civili, grazie al basso consumo specifico e al buon funzionamento a velocità transoniche. Oltre ai parametri principali, spinta e consumo specifico, un parametro tipico del turbofan è il rapporto di by-pass (BPR), e cioè il rapporto tra le portate d'aria secondaria e principale. Sulla base del BPR si distinguono due tipologie di turboreattori a doppio flusso: quelli a basso rapporto di bypass, e quelli ad alto rapporto di bypass. I primi sono caratterizzati da una portata d'aria del flusso secondario all'incirca pari, o inferiore a quella del flusso primario. Questa era la soluzione impiegata nei primi turbofan degli aerei di linea degli anni '60 come il Boeing 727, che aveva tre turbofan JT8D della Pratt & Whitney. I turbofan a basso BPR sono oggi impiegati nei moderni aerei da combattimento (essi consentono anche più facilmente la postcombustione).

I turboreattori a doppio flusso con BPR pari a 5 o superiore sono classificati come turbofan ad alto BPR. Tali propulsori, introdotti inizialmente su veicoli militari da trasporto, sono entrati nel campo delle aerolinee civili alla fine degli anni '60 con l'introduzione degli aerei ad alta capacità come il Boeing 747, il McDonnell-Douglas DC-10 e il Lockheed L-1011 Tristar. Le spinte coprono il campo compreso tra 5 e 500 kN. Tra le proprietà che hanno portato al successo dei turbofan ad alto BPR (Fig. 1.11), va ricordata quella di essere molto meno rumorosi.

Si vedrà che la scelta e l'ottimizzazione del rapporto di by-pass dipende dalla particolare applicazione sotto esame. Se l'obiettivo è avere spinte specifiche elevate, è conveniente adottare un basso BPR, nonché la postcombustione. Se l'obiettivo invece è ottenere basso consumo e inquinamento acustico, conviene adottare alti BPR.



Figura 1.11: Turbofan a flussi separati CF6-80E1 della General Electric (BPR=5.2) installato su un Airbus A330.

1.3.3 Pulsoreattore

Il pulsoreattore è un propulsore di notevole semplicità costruttiva (Fig. 1.12), in cui la compressione dell'aria captata avviene per azione dinamica, senza che sia necessario un compressore. Il funzionamento è regolato dall'apertura e chiusura di valvole a lamelle poste a valle della presa d'aria: le lamelle si chiudono per l'aumento della pressione causato dall'accensione del combustibile iniettato, a intermittenza, tramite gli iniettori, nella camera di combustione, e si aprono successivamente per la depressione provocata dalla fuoriuscita della massa di gas combusti dall'ugello di scarico. Molto rumoroso e di rendimento propulsivo assai basso, il pulsogetto viene avviato a terra mediante un getto di aria compressa; fu impiegato nel 1944 dalla Germania sulle bombe volanti V1. Successivamente è stato impiegato talvolta su aeromodelli o velivoli guidati a distanza.

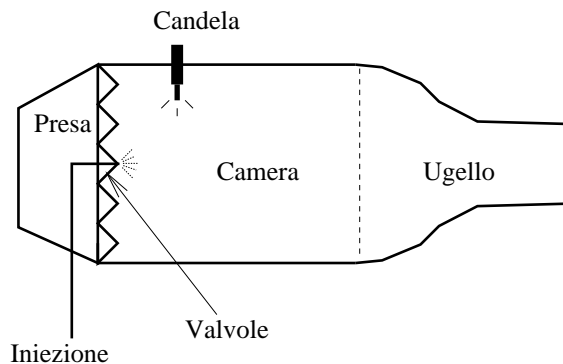


Figura 1.12: Schema di un pulsoreattore.

La sua semplicità, ed il suo peso contenuto, sono dovuti all'assenza di compressore e turbina, mentre il funzionamento ciclico consente di raggiungere temperature di combustione più elevate, rispetto al caso dei motori a combustione continua, dell'ordine di quelle raggiungibili nei motori a pistoni. Tuttavia il funzionamento ciclico stesso porta ad una forte rumorosità ed a vibrazioni. Il ciclo del pulsogetto è caratterizzato idealmente da combustione a volume costante, con frequenza di accensione proporzionale alle dimensioni del motore ($40 \div 300$ Hz). Tra i problemi che ostacolano l'impiego dei pulsoreattori, figurano anche la presenza di gas residui in camera di combustione (che può portare alla pre-accensione di miscela fresca), e la depressione in camera di combustione (che richiama aria dallo scarico). Va

comunque ricordato che, pur essendo semplice quasi come lo statoreattore, il pulsogetto è tuttavia in grado di fornire spinta a bassa velocità e fino a $M = 0.85$.

1.4 Endoreattori

La propulsione a getto è stata impiegata da quasi 800 anni per armi o fuochi di artificio. In questo caso si parla di razzi, cioè di veicoli propulsi per endoreazione. Tuttavia lo studio e l'impiego scientifico di tali propulsori risale agli inizi del novecento, precedendo quindi un poco lo sviluppo degli esoreattori. Nella storia degli endoreattori (rockets) si considerano tre padri fondatori, il russo K. Tsiolkowsky, lo statunitense R. Goddard ed il tedesco H. Oberth.

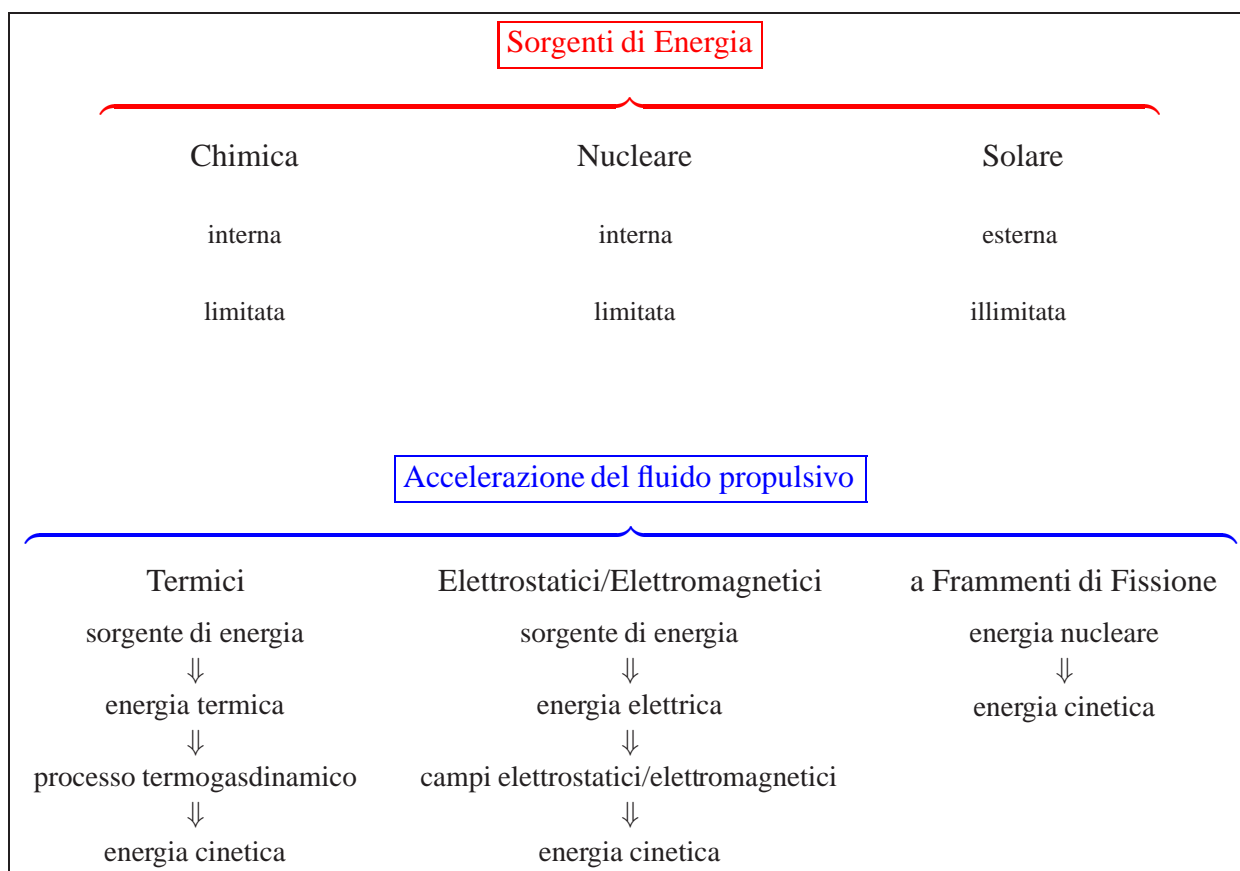


Figura 1.13: Sorgenti di energia e principi per l'accelerazione del fluido propulsivo negli endoreattori.

Sia i motori ad elica che gli esoreattori necessitano del mezzo atmosferico per poter operare. Gli endoreattori, invece, sono in grado di fornire spinta anche nel vuoto. Sebbene gli endoreattori di uso corrente utilizzino una gamma piuttosto ristretta di opzioni (sia in termini di sorgenti di energia che processi di accelerazione del fluido propulsivo), è opportuno ricordare che in linea di principio sia le sorgenti sia i processi di accelerazione possono essere innumerevoli; su queste basi si può operare una classificazione delle famiglie di endoreattori.

In sostanza l'energia proveniente dalla sorgente primaria subisce trasformazioni, fino ad essere convertita in energia cinetica del getto. Una prima classificazione degli endoreattori è quindi basata sul tipo

di energia primaria considerata: chimica, nucleare o solare (Fig. 1.13). Oltre a quanto già detto in precedenza, si osserva qui che per i primi due tipi si tratta di energia “interna” al veicolo, cioè immagazzinata a bordo e quindi limitata alla quantità effettivamente imbarcata, mentre nel caso dell’energia solare si parla di una fonte energetica “esterna” al veicolo e quindi, in linea di principio, illimitata.

Una seconda classificazione degli endoreattori è invece basata sul processo di accelerazione del fluido propulsivo. Si ricorda infatti che negli endoreattori la spinta viene generata dall’accelerazione di un fluido propulsivo stivato a bordo ed in questo senso, anche nel caso di sorgente di energia illimitata, le possibilità di funzionamento del motore sono limitate dalla disponibilità di fluido propulsivo. Si distinguono così endoreattori termici, elettrostatici/elettromagnetici e a frammenti di fissione nucleare. Nei primi l’energia primaria viene conferita al fluido propulsivo in forma di energia termica per ottenere velocità di efflusso elevate (più di quanto ottenibile dalla semplice espansione di gas freddo). Negli endoreattori elettrostatici/elettromagnetici l’energia primaria viene trasformata in energia elettrica, necessaria alla generazione di campi elettrostatici o elettromagnetici in grado di accelerare un fluido propulsivo elettricamente carico. Infine negli endoreattori nucleari a frammenti di fissione, i prodotti stessi della reazione nucleare costituiscono il fluido propulsivo espulso ad alta velocità.

Questo corso si limiterà allo studio delle principali caratteristiche dei soli endoreattori termici chimici.

1.4.1 Endoreattori termici

Secondo la classificazione vista in Fig. 1.13 tra gli endoreattori termici, cioè quelli in cui l’energia primaria viene utilizzata per fornire energia termica al fluido propulsivo - successivamente trasformata in energia cinetica del getto nell’ugello, si possono distinguere i propulsori a seconda del tipo di energia primaria impiegata. Nella classificazione si considera come energia primaria anche quella elettrica; in realtà quest’ultima viene prodotta a bordo a spese di una delle sorgenti primarie (chimica, nucleare, solare), tuttavia è opportuno mettere in evidenza il passaggio attraverso l’energia elettrica, che è poi utilizzata per riscaldare il fluido propulsivo. Gli endoreattori termici si dividono quindi in endoreattori:

1. CHIMICI. Il fluido propulsivo viene riscaldato attraverso le reazioni di combustione che avvengono al suo interno.
2. NUCLEARI TERMICI. L’energia generata da una reazione nucleare viene utilizzata per riscaldare il fluido propulsivo.
3. ELETTROTERMICI. L’energia elettrica disponibile a bordo (da sorgente nucleare, solare, o chimica), viene utilizzata per riscaldare il fluido propulsivo.
4. SOLARI TERMICI (*Solar Thermal Rockets*). L’energia solare, captata tramite specchi, viene utilizzata per riscaldare il fluido propulsivo.

Endoreattori chimici

Gli endoreattori termici chimici, detti brevemente endoreattori chimici, sono quelli comunemente impiegati nei sistemi di lancio e nella gran parte dei motori di manovra orbitale e di controllo dell’assetto di satelliti. L’energia chimica è immagazzinata nei propellenti stivati a bordo, i quali per effetto delle reazioni di combustione si trasformano in un gas ad alta temperatura che costituisce il fluido propulsivo.

Come propellente si intende quindi la sostanza che dopo aver subito trasformazioni (cambiamenti di

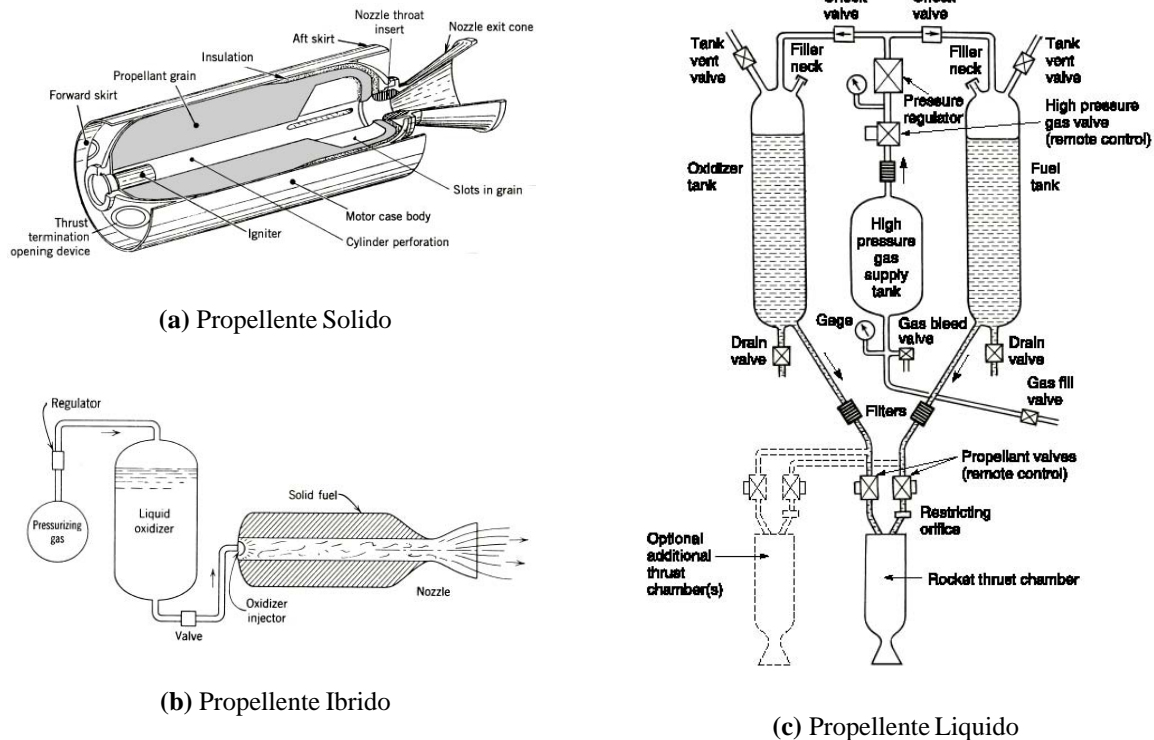


Figura 1.14: Endoreattori termici chimici (da Ref. 15).

stato, reazioni chimiche, riscaldamento, ... a seconda del tipo di endoreattore) va a costituire il fluido propulsivo, cioè il gas che viene accelerato dall'endoreattore nell'ugello. Nel caso di un endoreattore chimico il fluido propulsivo è costituito dagli stessi prodotti di combustione derivanti dalla reazione tra il combustibile e l'ossidante utilizzati, i quali definiscono perciò il rilascio di energia e la composizione della miscela dei prodotti di reazione.

Il propellente può essere stivato a bordo in diversi modi. Se è immagazzinato allo stato solido e bruciando passa allo stato gassoso, si parla di propellente solido. Se è immagazzinato allo stato liquido, in serbatoi, si parla di propellente liquido. Se il propellente è immagazzinato in parte allo stato solido e in parte allo stato liquido, si parla di endoreattori a propellenti ibridi.

Nel caso di endoreattori a propellente solido, il propellente contiene al suo interno tanto il combustibile quanto l'ossidante, e la combustione, che consuma il propellente solido generando gas caldi come prodotti di reazione, avviene sulla superficie esposta del propellente (Fig. 1.14a). La caratteristica di tali endoreattori, largamente impiegati nei missili balistici e nei lanciatori, è l'estrema semplicità, nonché la particolarità di non richiedere lunghi preparativi per il lancio. Con endoreattori a propellente liquido si possono realizzare sistemi con prestazioni superiori, ma più complessi (Fig. 1.14c). In questo caso combustibile e ossidante possono essere immagazzinati nei serbatoi separatamente, oppure si può utilizzare un unico propellente il quale rilascia energia per effetto di una decomposizione (monopropellente). Il sistema di alimentazione, controllato da valvole e pompe (o gas ad alta pressione), costituisce un importante sottosistema degli endoreattori a propellente liquido. Anche questa famiglia è stata largamente impiegata nei sistemi di lancio e nei propulsori per la manovra e il controllo di assetto dei satelliti; per quest'ultimo caso si preferisce normalmente la soluzione monopropellente. Per alcune applicazioni



Figura 1.15: Lo Space Shuttle, con endoreattori chimici sia a propellente solido (sinistra) sia a propellente liquido (sotto la navetta).

può essere interessante un compromesso costituito dagli endoreattori a propellente ibrido (Fig. 1.14b). Si tratta tuttavia di un sistema finora raramente impiegato.

È stata realizzata un'ampia gamma di endoreattori chimici, caratterizzati da diversi propellenti, sistemi di alimentazione e dimensioni, con spinte che vanno dall'ordine del newton fino a quello dei milioni di newton. Essi inoltre sono attualmente l'unico sistema in grado di far decollare i pesanti veicoli per il lancio e immissione in orbita di satelliti.

Endoreattori elettrotermici

L'energia elettrica generata a bordo (da sorgente nucleare, solare, chimica), viene utilizzata in questi endoreattori per riscaldare un fluido propulsivo. Si tratta di propulsori caratterizzati da basso consumo ma anche da basse spinte, e che possono essere di interesse per applicazioni su satelliti. Ad esempio, nel

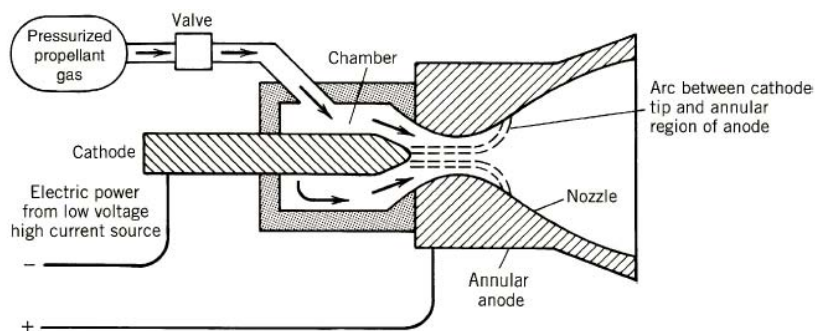


Figura 1.16: Endoreattore elettrotermico ad arco.

caso illustrato in Fig. 1.16, un arco elettrico scalda il fluido propulsivo a temperature elevate. Il fluido propulsivo può essere stivato come propellente allo stato liquido o gassoso. A causa della differenza di potenziale tra anodo e catodo si crea un arco elettrico che permette alla corrente elettrica di passare attraverso il gas che di conseguenza si scalda a temperature molto elevate. L'energia elettrica può essere generata a bordo a partire da sorgenti chimiche (p. es. celle a combustibile), solari o nucleari (p. es. generatori a decadimento di radioisotopi, già usati per produrre energia elettrica in sonde spaziali di esplorazione della parte esterna del sistema solare dove l'energia solare disponibile è scarsa, o in satelliti militari).

Endoreattori nucleari termici

La fattibilità di endoreattori nucleari termici è stata dimostrata con una serie di test svolti negli USA tra la fine degli anni '50 e l'inizio dei '60. Sono caratterizzati da elevate prestazioni, ma sono stati abbandonati per ora a causa del loro elevato impatto ambientale. Potrebbero essere ripresi in considerazione per missioni umane verso Marte. Reazioni nucleari di fissione, fusione o decadimento radioattivo di un isotopo possono essere utilizzate per trasferire calore al fluido propulsivo (di solito H_2). Nello schema

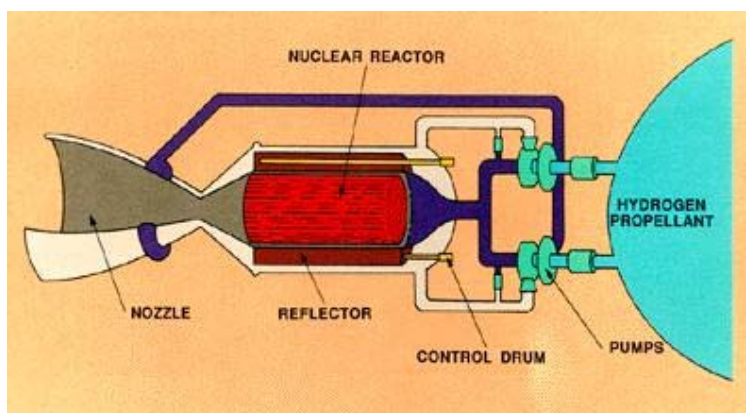


Figura 1.17: Endoreattore nucleare termico.

illustrato in Fig. 1.17 l'idrogeno, stivato allo stato liquido in un serbatoio, viene inviato in canali che allo stesso tempo raffreddano le pareti del reattore nucleare a fissione e scaldano l'idrogeno stesso. Il gas propulsivo ad alta temperatura viene poi inviato nell'ugello propulsivo dove viene accelerato. Si osservi che la temperatura massima del fluido deve necessariamente essere inferiore a quella del reattore, e quindi è limitata dalla massima temperatura ammissibile per i materiali che costituiscono il reattore. Con questo sistema si possono avere spinte elevate come quelle degli endoreattori chimici, ma con minore consumo di propellente. Il rapporto spinta/peso è tuttavia piuttosto basso in confronto ai valori tipici per endoreattori chimici (ancorché pur sempre molto più alto rispetto ai rimanenti tipi di endoreattori).

Endoreattori solari termici

Nello schema illustrato in Fig. 1.18 un grande specchio parabolico concentra l'energia solare su uno scambiatore di calore dove il fluido propulsivo (p. es. idrogeno) viene riscaldato; esso è poi accelerato nell'ugello propulsivo. I limiti di questo sistema sono: bassa spinta; impossibilità d'uso notturno (o in eclisse); utilizzo conveniente solo nella parte interna del sistema solare.

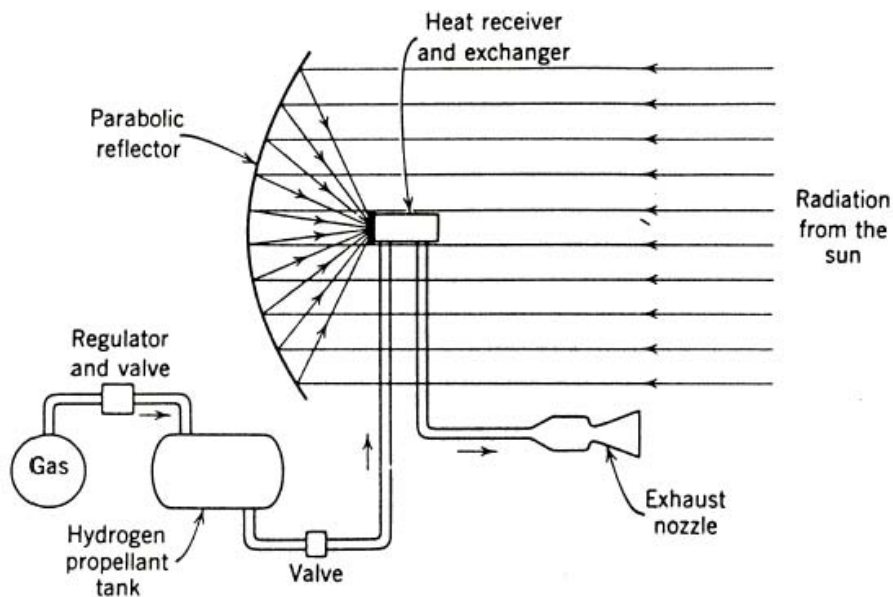


Figura 1.18: Endoreattore solare termico.

1.4.2 Endoreattori elettrostatici/elettromagnetici

Come per gli endoreattori elettrotermici, l'energia elettrica viene generata a bordo a partire da energia solare, chimica o nucleare. L'accelerazione del fluido propulsivo avviene attraverso il suo passaggio in

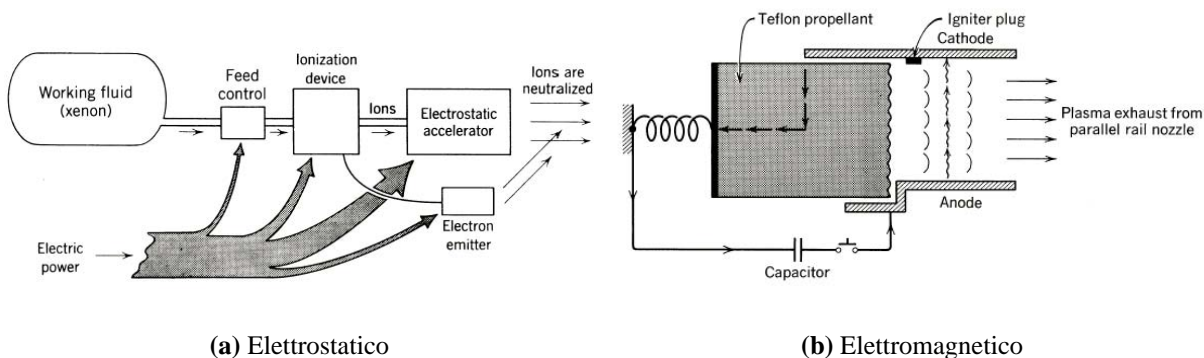


Figura 1.19: Endoreattori elettrostatici/elettromagnetici.

campi elettrici o elettromagnetici. Perché questo sia ottenibile il fluido propulsivo deve avere la proprietà di essere elettricamente carico. Non si hanno i limiti dovuti alla massima temperatura sopportabile dai materiali che ci sono nel caso degli endoreattori termici. Questi endoreattori sono caratterizzati da bassi consumi, ma anche da rapporti spinta/peso molto bassi. Si distinguono quindi le due famiglie:

Endoreattori Elettrostatici Un campo elettrostatico accelera il propellente, costituito da ioni positivi di xenon, mercurio o cesio, od ancora da colloidali.

Endoreattori Elettromagnetici Un campo elettromagnetico accelera un plasma per effetto della forza di Lorentz.

Domande di verifica

- 1.1 Quali sono le principali sorgenti di energia impiegate nel campo della propulsione aerospaziale?
- 1.2 Cos'è il fluido propulsivo?
- 1.3 Cosa si intende per esoreattore?
- 1.4 Perché un esoreattore non può fornire spinta nel vuoto?
- 1.5 Perché un motore ad elica non può fornire spinta nel vuoto?
- 1.6 Cosa si intende per endoreattore?
- 1.7 Che differenza c'è tra motoelica e turboelica?
- 1.8 Descrivere schematicamente un endoreattore elettrostatico.
- 1.9 Descrivere schematicamente un endoreattore nucleare termico.
- 1.10 Descrivere schematicamente un endoreattore termoelettrico.
- 1.11 Quali sono i tipi di endoreattori chimici? In cosa differiscono?
- 1.12 Quali sono le tre principali classi esoreattori? Qual'è la più diffusa?
- 1.13 Lo statoreattore è:
 a) propulsore a getto; b) propulsore a elica; c) propulsore fissato al banco di prova;
 d) endoreattore; e) esoreattore.
- 1.14 Quali sono le differenze tra turboreattore e turbogetto?
- 1.15 Il turbogetto è un esoreattore?
- 1.16 L'esoreattore è un turbogetto?

Capitolo 2

Richiami di aerodinamica compressibile

In questo corso si considerano acquisite alcune nozioni di base di termodinamica dei gas e aerodinamica compressibile, quali i concetti di gas ideale, energia interna, entalpia, entropia, velocità del suono, grandezza totale, flusso in un condotto con variazione di area. Inoltre, poiché è nello studio dei propulsori si fa spesso ricorso all'approssimazione di gas ideale con proprietà costanti, e si assume che le condizioni del flusso all'interno di condotti varino soltanto lungo la direzione dell'asse del condotto stesso, si riprendono le equazioni che descrivono il moto di un flusso compressibile nell'ipotesi di flusso quasi-monodimensionale.

2.1 Gas ideale

Durante tutto il corso si assumerà sempre valida l'ipotesi di gas ideale, cioè termicamente e caloricamente perfetto. In tale ipotesi il comportamento del gas è descritto dall'equazione di stato:

$$p = \rho RT \quad (2.1)$$

dove R è la costante del gas data dal rapporto tra la costante universale dei gas ideali (\mathcal{R}) e la massa molare (o peso molecolare) del gas considerato (\mathcal{M}). Si ha infatti $R = \mathcal{R}/\mathcal{M}$. Ad esempio per l'aria $\mathcal{M} = 29 \text{ kg/kmol}$ e quindi, essendo $\mathcal{R} = 8314 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ si ha $R = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

Per dare un'idea della misura in cui viene avvicinata l'ipotesi di gas termicamente perfetto, riportiamo in Fig. 2.1 ed Fig. 2.2 i valori del fattore di gas reale $Z = p/(\rho RT)$ (evidentemente uguale ad uno per gas perfetto), per H_2O e CO_2 (tipici prodotti di combustione), rispettivamente, in funzione della temperatura ridotta $T_r = T/T_{cr}$, con la pressione ridotta $p_r = p/p_{cr}$ come parametro (l'indice cr si riferisce alle proprietà del punto critico, ossia del punto che identifica la massima temperatura e la massima pressione alle quali è possibile la coesistenza di liquido e vapore in equilibrio). Si può notare che per le temperature e pressioni operative tipiche di combustori ed ugelli di propulsori, il fattore Z è molto prossimo ad uno, giustificando in tal modo la prima parte dell'ipotesi.

Invece, Fig. 2.1 e Fig. 2.2 evidenziano che il comportamento calorico dei gas utilizzati come fluidi propulsivi è ben lungi dall'essere perfetto. In queste note si assume come detto c_p (e quindi γ) costante in vista della notevole semplificazione che questo consente nella derivazione delle espressioni, ma occorre aver presente i limiti di questa assunzione. Per una migliore descrizione, si potrebbero usare espressioni che danno i calori specifici in funzione della temperatura, ad esempio per l'aria (per temperature comprese tra i 300 ed i 3500 K)

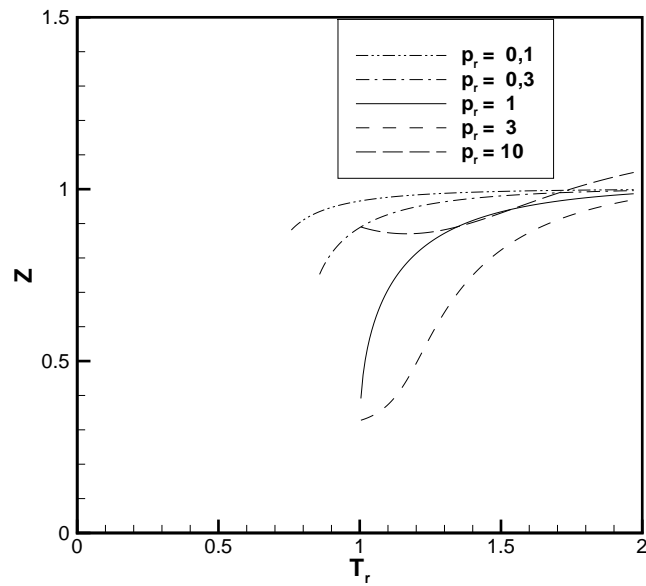


Figura 2.1: Fattore di gas reale per H_2O ($T_{cr}=647.3 \text{ K}$, $p_{cr}=22.12 \text{ MPa}$).

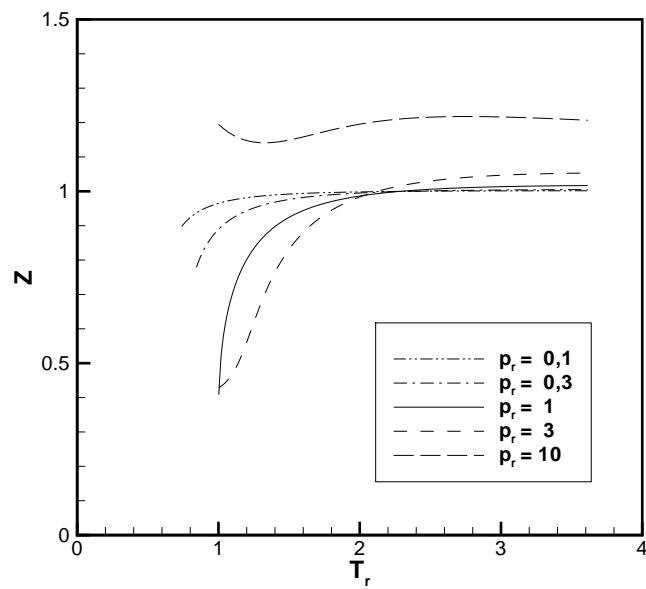


Figura 2.2: Fattore di gas reale per CO_2 ($T_{cr}=304.4 \text{ K}$, $p_{cr}=7.38 \text{ MPa}$).

$$c_p = -2.23488 \cdot 10^{10} T^{-3} + 3.09372 \cdot 10^8 T^{-2} - 1.52622 \cdot 10^7 T^{-1.5} + 1335.1 + 1.45566 \cdot 10^{-4} T^{1.5} \quad (T \text{ in K}) \quad (2.2)$$

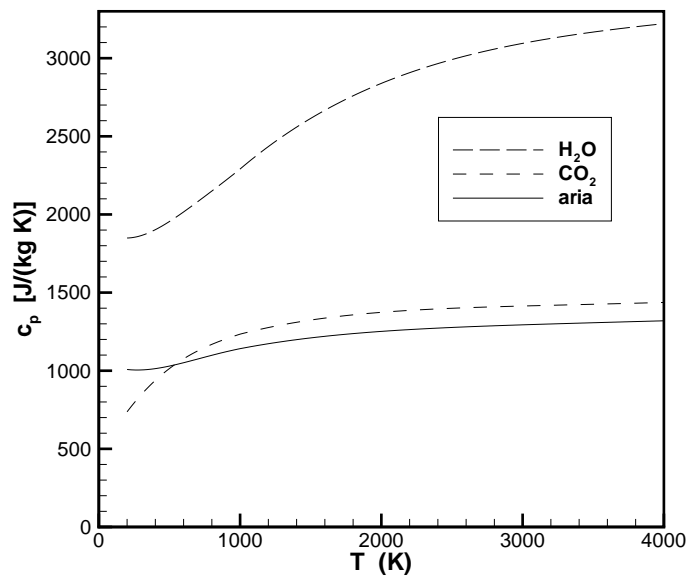


Figura 2.3: Variazione del calore specifico a pressione costante in funzione della temperatura, per vari gas.

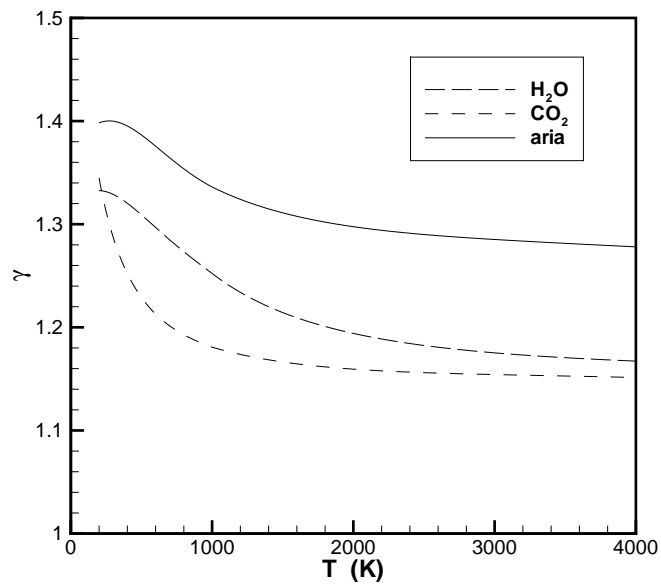


Figura 2.4: Variazione del rapporto dei calori specifici in funzione della temperatura, per vari gas.

2.2 Velocità del suono

Per un gas ideale, la velocità del suono, indicata con a , è determinata univocamente dalle proprietà del gas e dalla sua temperatura. Si può quindi esprimere a come una variabile di stato:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.3)$$

dove T è la temperatura, γ il rapporto tra i calori specifici a pressione e volume costante ($\gamma = c_p/c_v$, pari ad 1.4 per gas biatomici) e R la costante del gas.

2.3 Grandezze totali

Si definiscono come condizioni di ristagno, o totali, le condizioni che il fluido assume quando è decelerato fino ad una velocità nulla. Il processo di decelerazione può essere assunto:

- Adiabatico e senza scambio di lavoro; sotto questa ipotesi si definiscono h_0, e_0, T_0, a_0 ;
- Adiabatico, ed in più isentropico, e ancora senza scambio di lavoro, condizioni che permettono di definire p_0 e ρ_0 .

Si ricordano le relazioni tra grandezze totali, grandezze statiche e numero di Mach:

$$\begin{cases} T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) = T + \frac{u^2}{2c_p} \\ e_0 = e \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) = e + \frac{u^2}{2\gamma} \\ h_0 = h \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) = h + \frac{u^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ p_0 = p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \\ \rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \end{cases} \quad (2.4)$$

Per quanto riguarda l'entalpia e l'energia interna, si osserva che le relazioni termodinamiche $dh = c_p dT$ e $de = c_v dT$ permettono di definirle a meno di una costante arbitraria. Sia per esempio h_{ref} il valore dell'entalpia alla temperatura di riferimento T_{ref} , sarà $h = h_{ref} + c_p (T - T_{ref})$. In tal caso si può ottenere l'espressione riportata sopra per h_0 solo se si assume $h_{ref} = c_p T_{ref}$. Un discorso analogo vale per l'energia interna. Nel seguito si userà frequentemente la notazione $\delta = (\gamma - 1)/2$ che permette di riscrivere le relazioni riportate sopra in forma più concisa.

2.4 Flussi quasi-monodimensionali stazionari

Grazie all'ipotesi di flusso monodimensionale si possono studiare in modo semplificato i flussi in condotti con variazione d'area, con attrito o con scambio di calore con l'esterno.

L'ipotesi di flusso quasi-monodimensionale implica:

- Proprietà costanti su ogni sezione trasversale del condotto (normale all'asse);
- Proprietà funzione di un'unica variabile spaziale (l'ascissa lungo l'asse del condotto).

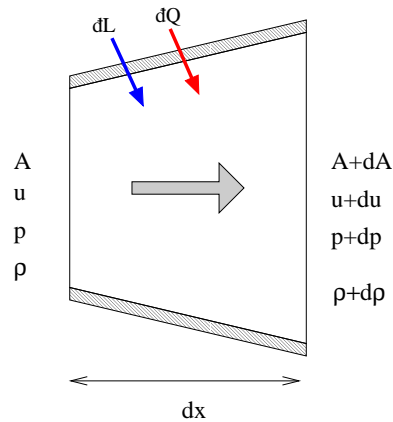


Figura 2.5: Volume di controllo per lo studio di un flusso quasi-monodimensionale.

Tale ipotesi, pur non essendo sempre strettamente verificata, rappresenta in genere in modo soddisfacente i valori medi del flusso. Si considera quindi la sola componente assiale della velocità. Si osserva che l'ipotesi di flusso *strettamente* monodimensionale implicherebbe invece che la sezione trasversale del condotto sia costante.

Per scrivere le equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia in forma differenziale, per un flusso quasi-monodimensionale stazionario, si considera lo schema di Fig. 2.5; si noti che tanto il calore che il lavoro sono stati assunti positivi quando sono *assorbiti* dal fluido.

Conservazione della massa In condizioni stazionarie la massa di gas contenuta all'interno del volume di controllo in Fig. 2.5 rimane costante. Ciò impone la condizione che la portata di gas entrante nel volume di controllo (\dot{m} = portata, massa che attraversa una superficie normale alla velocità nell'unità di tempo) deve essere pari alla portata uscente.

$$\underbrace{\rho u A}_{\text{massa entrante}} = \underbrace{(\rho + d\rho)(u + du)(A + dA)}_{\text{massa uscente}} \quad (2.5)$$

$$d(\rho u A) = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{m} = \rho u A = \text{costante} \quad (2.6)$$

Lo stesso principio di conservazione può essere scritto in forma logaritmica come:

$$d \ln(\rho u A) = \frac{d(\rho u A)}{\rho u A} = 0 \quad \Rightarrow \quad d(\ln \rho + \ln u + \ln A) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} = -\frac{dA}{A} \quad (2.7)$$

dove è stato portato a secondo membro il termine nella variazione dell'area trasversale del condotto per evidenziare che esso è un termine forzante, cioè sul quale è possibile agire (conformando opportunamente il condotto) per far variare nel modo desiderato le grandezze lungo il condotto.

Conservazione della Quantità di Moto Analogamente, la variazione della quantità di moto che subisce il fluido attraversando il volume di controllo nell'unità di tempo, quindi la differenza tra quantità di moto uscente e quantità di moto entrante nell'unità di tempo, è pari alla risultante delle forze applicate sul fluido.

$$\underbrace{\underbrace{(\rho u A)(u + du)}_{\text{q.di m. uscente}} - \underbrace{(\rho u A)(u)}_{\text{q.di m. entrante}}}_{\text{variazione della quantità di moto}} = \underbrace{\sum F}_{\text{Risultante forze applicate}} \quad (2.8)$$

La risultante delle forze applicate è costituita dalla somma delle forze di pressione agenti sul contorno del volume di controllo (sezione di ingresso, sezione di uscita, e parete) e delle forze di attrito agenti sulle pareti:

$$\sum F = \underbrace{pA - (p + dp)(A + dA)}_{\text{forze di pressione in } x(+)\text{ e } x + dx(-)} + \underbrace{\left(p + \frac{1}{2}dp\right) dA}_{\substack{\text{forze di pressione esercitate dalle pareti} \\ \text{in direzione } x}} - \underbrace{dF_{attr}}_{\text{forze di attrito}} \quad (2.9)$$

Semplificando e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore (P indica il perimetro del condotto):

$$\rho u A du = -A dp - dF_{attr} \quad \text{dove} \quad dF_{attr} = \tau_f P dx \quad \text{e} \quad \tau_f = f' \frac{\rho u^2}{8} \quad (2.10)$$

e dividendo per $\rho A u^2$ si ha:

$$\frac{du}{u} + \frac{dp}{\rho u^2} = -\frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} \quad (2.11)$$

Nell'espressione dello sforzo di parete per attrito, f' indica il fattore d'attrito di Darcy, funzione del numero di Reynolds (ma che tende ad un asintoto per valori di Re molto alti) e della rugosità relativa delle pareti del condotto.

Conservazione dell'energia Analogamente ai principi di conservazione di massa e quantità di moto, per il principio di conservazione dell'energia si può dire che la variazione di energia che subisce il fluido attraversando il volume di controllo nell'unità di tempo, quindi la differenza tra energia uscente e energia entrante nell'unità di tempo, è pari alla somma del lavoro compiuto dalle forze applicate al fluido e del calore fornito al fluido dall'esterno. Si considera in questo caso il condotto illustrato in Fig. 2.6. L'energia per unità di massa che entra nel condotto è pari alla somma di energia interna specifica e_1 e

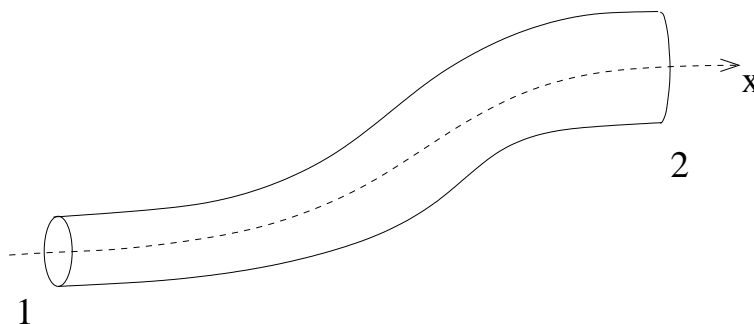


Figura 2.6: Condotto quasi-monodimensionale.

energia cinetica specifica $u_1^2/2$. Poiché nell'unità di tempo entra nel condotto la massa fluida pari alla portata \dot{m} e poiché, nell'ipotesi di flusso stazionario, le condizioni in 1 e in 2 non variano e la portata è

costante lungo il condotto, la variazione di energia subita dal flusso attraverso il condotto è:

$$\underbrace{\dot{m} \left(e_2 + \frac{u_2^2}{2} \right)}_{\text{energia uscente}} - \underbrace{\dot{m} \left(e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right)}_{\text{energia entrante}} = \underbrace{\dot{L} + \dot{Q}}_{\text{Lavoro + Calore}} \quad (2.12)$$

variazione di energia

ed è quindi pari alla somma di lavoro compiuto sul fluido e calore fornito al fluido nell'unità di tempo. Indicando con \dot{L}_s il lavoro fornito dall'esterno attraverso una palettatura che potrebbe essere presente lungo il condotto, e osservando che le forze applicate alle pareti solide non compiono lavoro essendo nulla la velocità del fluido a parete, si ha:

$$\dot{L} = (p_1 A_1) u_1 - (p_2 A_2) u_2 + \dot{L}_s \quad (2.13)$$

dove è stato scritto esplicitamente il lavoro delle forze di pressione nelle sezioni 1 e 2. Quest'ultimo infatti è pari alla forza pA per lo spostamento $u dt$ e quindi il lavoro compiuto nell'unità di tempo (potenza) è pAu . Sostituendo (2.13) e ricordando che $\dot{m} = \rho_1 A_1 u_1 = \rho_2 A_2 u_2$ nella (2.12) si ottiene:

$$\dot{m} \left(e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_2^2}{2} \right) - \dot{m} \left(e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_1^2}{2} \right) = \dot{Q} + \dot{L}_s \quad (2.14)$$

Ricordando il legame tra energia interna e entalpia $h = e + p/\rho$ e la definizione di entalpia totale $h_0 = h + u^2/2$:

$$\dot{m}(h_{02} - h_{01}) = \dot{Q} + \dot{L}_s \quad \text{oppure} \quad h_{02} - h_{01} = Q + L_s \quad (2.15)$$

avendo introdotto calore e lavoro forniti per unità di massa Q e L . Il risultato è quindi che fornire calore o compiere lavoro su un flusso comporta una variazione della sua entalpia totale che rappresenta quindi il contenuto energetico del flusso. Viceversa una diminuzione dell'entalpia totale indica raffreddamento del flusso o lavoro compiuto dal fluido su una palettatura. Il risultato ottenuto con la (2.15) può essere applicato anche all'elemento infinitesimo di Fig. 2.5. Nella differenziazione di (2.15) bisogna però fare attenzione, e ricordare che per calore e lavoro non si può parlare di differenziali esatti e inoltre che non ha senso considerare la presenza di una palettatura o di un organo in grado di scambiare lavoro con il fluido all'interno di un volume infinitesimo. Nella forma differenziale si trascurerà il contributo di L_s e si considererà il differenziale non esatto di Q indicato con δQ :

$$dh_0 = \delta Q \quad (2.16)$$

Equazioni del flusso monodimensionale Le equazioni di conservazione di massa, quantità di moto e di energia in forma differenziale permettono di scrivere il sistema che determina lo stato del flusso:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho}{\rho} + \frac{du}{u} = - \frac{dA}{A} \\ \frac{du}{u} + \frac{dp}{\rho u^2} = - \frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} \\ \frac{dh_0}{h_0} = \frac{\delta Q}{h_0} \end{array} \right. \quad (2.17)$$

I termini a secondo membro sono termini noti, e determinano quindi la particolare soluzione del flusso. Il flusso in una determinata sezione all'ascissa x è noto se sono note due variabili di stato e la velocità (o equivalentemente il numero di Mach). È pertanto conveniente riscrivere il sistema in termini di tre variabili incognite, cosa che può essere fatta ricorrendo alle equazioni di stato. In particolare, si vuole riscrivere il sistema in funzione del numero di Mach M e dei gruppi incogniti dp/p , dM/M e dT/T . Adottando derivazione logaritmica si ricavano facilmente le seguenti relazioni differenziali:

$$\begin{aligned}
 \bullet \text{ Equazione di stato: } p &= \rho RT & \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \\
 \bullet \text{ Velocità del suono: } a &= \sqrt{\gamma RT} & \Rightarrow \frac{da}{a} &= \frac{dT}{2T} \\
 \bullet \text{ Numero di Mach: } u &= Ma & \Rightarrow \frac{du}{u} &= \frac{dM}{M} + \frac{dT}{2T} \\
 \bullet \text{ Entalpia Totale: } h_0 &= h(1 + \delta M^2) & \Rightarrow \frac{dh_0}{h_0} &= \frac{dT}{T} + \frac{2\delta M^2}{1 + \delta M^2} \frac{dM}{M}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

dove $\delta = (\gamma - 1)/2$. Il sistema da risolvere è quindi:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{dp}{p} + \frac{dM}{M} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} &= - \frac{dA}{A} \\
 \frac{1}{\gamma M^2} \frac{dp}{p} + \frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T} &= - \frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} \\
 \frac{2\delta M^2}{1 + \delta M^2} \frac{dM}{M} + \frac{dT}{T} &= \frac{dQ}{h_0}
 \end{aligned} \right. \tag{2.19}$$

che può essere riscritto in forma matriciale come:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\gamma M^2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{2\delta M^2}{1 + \delta M^2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dp}{p} \\ \frac{dM}{M} \\ \frac{dT}{T} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{dA}{A} \\ -\frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} \\ \frac{dQ}{h_0} \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

e la cui soluzione può essere espressa in funzione di determinanti 3×3 che possono essere facilmente calcolati:

$$\frac{dp}{p} = \frac{\Delta_p}{\Delta}; \quad \frac{dM}{M} = \frac{\Delta_M}{\Delta}; \quad \frac{dT}{T} = \frac{\Delta_T}{\Delta} \tag{2.21}$$

Calcolo dei Determinanti Δ indica il determinante della matrice dei coefficienti:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\gamma M^2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{2\delta M^2}{1+\delta M^2} & 1 \end{vmatrix} = 1 - \frac{\delta M^2}{1+\delta M^2} \frac{1}{\gamma M^2} - \frac{\delta M^2}{1+\delta M^2} - \frac{1}{\gamma M^2}$$

$$= \frac{\gamma M^2 + \gamma \delta M^4 - \delta M^2 - \gamma \delta M^4 - 1 - \delta M^2}{\gamma M^2(1+\delta M^2)} = \frac{\gamma M^2 - 1 - 2\delta M^2}{\gamma M^2(1+\delta M^2)} \underbrace{=}_{2\delta=\gamma-1} \frac{M^2 - 1}{\gamma M^2(1+\delta M^2)} \quad (2.22)$$

Δ_p è il determinante della matrice che si ottiene dalla matrice dei coefficienti, sostituendo alla prima colonna la colonna dei termini noti:

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} -\frac{dA}{A} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{\dot{q}Q}{h_0} & \frac{2\delta M^2}{1+\delta M^2} & 1 \end{vmatrix} = -\frac{dA}{A} \left(1 - \frac{\delta M^2}{1+\delta M^2}\right) + \frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} \left(1 + \frac{\delta M^2}{1+\delta M^2}\right) + \frac{\dot{q}Q}{h_0}$$

(2.23)

Δ_M è il determinante della matrice che si ottiene sostituendo alla seconda colonna la colonna dei termini noti:

$$\Delta_M = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{dA}{A} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\gamma M^2} & -\frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\dot{q}Q}{h_0} & 1 \end{vmatrix} = \frac{dA}{A} \left(\frac{1}{\gamma M^2}\right) - \frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} - \frac{\dot{q}Q}{h_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma M^2}\right) \quad (2.24)$$

Δ_T è il determinante della matrice che si ottiene sostituendo alla terza colonna la colonna dei termini noti:

$$\Delta_T = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -\frac{dA}{A} \\ \frac{1}{\gamma M^2} & 1 & -\frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} \\ 0 & \frac{2\delta M^2}{1+\delta M^2} & \frac{\dot{q}Q}{h_0} \end{vmatrix} = -\frac{dA}{A} \frac{2\delta}{\gamma(1+\delta M^2)} + \frac{dF_{attr}}{\rho Au^2} \left(\frac{2\delta M^2}{1+\delta M^2}\right) + \frac{\dot{q}Q}{h_0} \left(1 - \frac{1}{\gamma M^2}\right) \quad (2.25)$$

Il risultato è quindi che ciascuna delle incognite può essere espressa come la somma di tre termini, ciascuno relativo all'effetto di uno dei tre termini sorgente (variazione d'area, attrito, flusso di calore). In generale il termine sorgente compare moltiplicato per una funzione di M . Per comodità la soluzione può essere riportata in una tabella (Tab. 2.1). Nella tabella oltre alle variabili che sono state utilizzate

per risolvere il sistema, sono riportate anche le variazioni di pressione totale e velocità, che possono essere espresse in funzione di p , T , M e dei termini sorgente. Questo perché la pressione totale riveste un particolare interesse in quanto è una misura della capacità del flusso di compiere lavoro e quindi la possibilità di utilizzarlo ai fini propulsivi (si ricorda che l'entalpia totale è invece una misura dell'energia totale del flusso).

Si può notare che il determinante dei coefficienti delle equazioni del moto si annulla per $M = 1$. In queste condizioni il flusso si dice **critico**; il sistema delle equazioni del moto è ancora compatibile se si annullano anche tutti i determinanti di Rouché, in modo che le (2.21) assumano la forma indeterminata $0/0$, così da ammettere ancora soluzione (anzi, come si vedrà la soluzione non è più unica). La condizione di annullamento dei determinanti di Rouché permette di identificare la posizione della sezione critica. Per esempio, in un flusso con attrito trascurabile ($dF_{attr} \simeq 0$) e senza scambio di calore ($\dot{q} = 0$), dalla (2.24) si vede che la sezione critica deve necessariamente essere localizzata ove $dA = 0$, cioè in una sezione di area minima del condotto (sezione *di gola*).

Commenti Si possono quindi osservare le analogie tra gli effetti dovuti ai diversi termini forzanti (variazione d'area, attrito, scambio di calore):

- Per tutti e tre i termini noti considerati, la variazione di pressione assume segno opposto a seconda che si consideri un flusso subsonico o supersonico;
- Per tutti e tre i termini noti considerati, la variazione del numero di Mach (M) e della velocità (u) assume segno opposto a seconda che si consideri un flusso subsonico o supersonico;
- Fornire calore al fluido comporta *generalmente* un aumento di temperatura, ma *non* nel campo $1/\sqrt{\gamma} < M < 1$, dove il coefficiente di dT/T rispetto a \dot{q}/h_0 ha segno negativo;
- Il termine dF_{attr} è sempre positivo, quindi l'effetto dell'attrito è, in campo subsonico, di aumentare M , u e diminuire p e T ; l'opposto in caso supersonico. In ogni caso l'effetto dell'attrito è quello di avvicinare le condizioni del flusso a quelle critiche ($M = 1$);
- La pressione totale diminuisce sempre a causa dell'attrito;
- La pressione totale diminuisce a causa dell'adduzione di calore, mentre può aumentare quando viene *sottratto* calore al flusso (in quest'ultimo caso l'effetto può essere contrastato da quello dell'attrito, mentre nel precedente può essere esaltato);
- L'effetto dell'adduzione di calore è simile a quello dell'attrito e della riduzione d'area: fa avvicinare le condizioni del flusso a quelle critiche ($M = 1$);
- L'effetto dell'incremento d'area e della sottrazione di calore allontana le condizioni del flusso da quelle critiche ($M = 1$).

2.4.1 Grandezze critiche

Oltre ai valori totali delle grandezze sono di interesse i valori **critici** che sono i valori assunti dalle variabili quando $M = 1$. Le relazioni tra le grandezze critiche e quelle totali possono essere dedotte

Variabile	Relazione	Area $\left(\frac{dA}{A}\right)$	Attrito $\left(\frac{dF_{attr}}{\rho Au^2}\right)$	Calore $\left(\frac{\delta Q}{h_0}\right)$
$\frac{dp}{p}$	—	$\frac{\gamma M^2}{1 - M^2}$	$-\frac{\gamma M^2(1 + 2\delta M^2)}{1 - M^2}$	$-\frac{\gamma M^2(1 + \delta M^2)}{1 - M^2}$
$\frac{dM}{M}$	—	$-\frac{1 + \delta M^2}{1 - M^2}$	$\frac{\gamma M^2(1 + \delta M^2)}{1 - M^2}$	$\frac{(1 + \gamma M^2)(1 + \delta M^2)}{2(1 - M^2)}$
$\frac{dT}{T}$	—	$\frac{2\delta M^2}{1 - M^2}$	$-\frac{2\gamma\delta M^4}{1 - M^2}$	$\frac{(1 - \gamma M^2)(1 + \delta M^2)}{1 - M^2}$
$\frac{dp_0}{p_0}$	$\frac{dp}{p} + \frac{\gamma M^2}{1 + \delta M^2} \frac{dM}{M}$	0	$-\gamma M^2$	$-\frac{\gamma M^2}{2}$
$\frac{du}{u}$	$\frac{dM}{M} + \frac{1}{2} \frac{dT}{T}$	$-\frac{1}{1 - M^2}$	$\frac{\gamma M^2}{1 - M^2}$	$\frac{1 + \delta M^2}{1 - M^2}$

Tabella 2.1: Coefficienti della soluzione generale per flussi quasi-monodimensionali stazionari.

dalle (2.4) sostituendo $M = 1$ si ha così:

$$\begin{cases} T^* = T_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right) \\ a^* = a_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad \begin{cases} p^* = p_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \\ \rho^* = \rho_0 \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \end{cases} \quad (2.26)$$

2.4.2 Equazioni integrali

Le equazioni di conservazione possono essere scritte anche in forma finita (integrando quelle differenziali o ricavandole direttamente). Queste ultime assumono forme più o meno complicate a seconda dei casi. Di particolare interesse sono le soluzioni che si ottengono considerando l'effetto di un solo termine forzante nel sistema delle equazioni del moto, annullando quindi i rimanenti due:

- Flusso isentropico: $\dot{m} = \rho u A = \text{cost}$, $T_0 = \text{cost}$, $p_0 = \text{cost}$.
Di qui si ricava una legge semplice (legge delle aree) che mette in relazione rapporto tra le aree di due sezioni e i valori di M in esse, e di conseguenza tutte le variabili (vedi § 2.4.3).
- Flusso in un condotto a sezione costante con attrito e senza scambio di calore (flusso di Fanno):
 $T_0 = \text{cost}$ e $\rho u = \text{cost}$.
Lo sviluppo del calcolo di tale flusso non è qui riportato.
- Flusso in un condotto a sezione costante senza attrito e con scambio di calore (flusso di Rayleigh):
 $\rho u = \text{cost}$ e $p + \rho u^2 = \text{cost}$.
Lo sviluppo del calcolo di tale flusso non è qui riportato.

2.4.3 Legge delle aree per flusso isentropico

In un flusso senza attrito e senza scambio di calore l'entropia si mantiene costante, come si può facilmente ricavare dalla relazione di Gibbs

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} \quad (2.27)$$

dove dh può essere espresso (per l'equazione di conservazione dell'energia, che si scrive in questo caso $dh_0=0$) come $-u du$, ed dp/ρ (per l'equazione di conservazione della quantità di moto, che in assenza di attrito si scrive $\rho u du + dp = 0$) ancora come $-u du$.

E' semplice ottenere (come visto in aerodinamica) una legge che consente di mettere in relazione aree e numero di Mach nel caso di flusso isentropico (assenza di attrito e scambi di calore e lavoro con l'esterno).

$$\dot{m} = \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad (\text{equazione di continuità}) \quad (2.28)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\rho_1 u_1}{\rho_2 u_2} = \frac{\rho_1 a_1 M_1}{\rho_2 a_2 M_2} \quad \text{avendo ricordato } M = ua \quad (2.29)$$

poiché le grandezze totali restano costanti

$$\rho = \rho_0 / (1 + \delta M^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad a = a_0 / (1 + \delta M^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \frac{\rho_0 a_0}{(1 + \delta M_1^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} (1 + \delta M_1^2)^{\frac{1}{2}}} \frac{(1 + \delta M_2^2)^{\frac{1}{\gamma-1}} (1 + \delta M_2^2)^{\frac{1}{2}}}{\rho_0 a_0} \quad (2.31)$$

$$\boxed{\frac{A_2}{A_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}} \quad (2.32)$$

2.4.4 Portata in massa per flusso isentropico, in condizioni critiche

La portata in massa può essere espressa in funzione dei valori in gola (di area A_t , dove l'indice sta per *throat*, gola) del condotto, e se il flusso è critico si ha

$$\dot{m} = \rho^* u^* A_t = \frac{p^*}{RT^*} a^* A_t = \frac{p^*}{RT^*} \sqrt{\gamma RT^*} A_t = \sqrt{\gamma} \frac{p^*}{\sqrt{RT^*}} A_t \quad (2.33)$$

e ricorrendo alle (2.26)

$$\dot{m} = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}} A_t = \Gamma \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}} A_t \quad (2.34)$$

dove Γ è definita come

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.35)$$

ed è graficata in Fig. 2.7; essa varia lentamente con γ , assumendo valori tipicamente intorno a 0.65 per gli endoreattori (per i quali, a causa delle alte temperature, $\gamma \simeq 1.2$), ed intorno a 0.68 per l'aria a temperatura ambiente (per la quale $\gamma \simeq 1.4$).

Dalla (2.34) si deduce quindi che per flusso isentropico ($T_0 = \text{cost}$, $p_0 = \text{cost}$), fissate le condizioni di ristagno e l'area di gola, la portata in massa in condizioni critiche è anch'essa fissata.

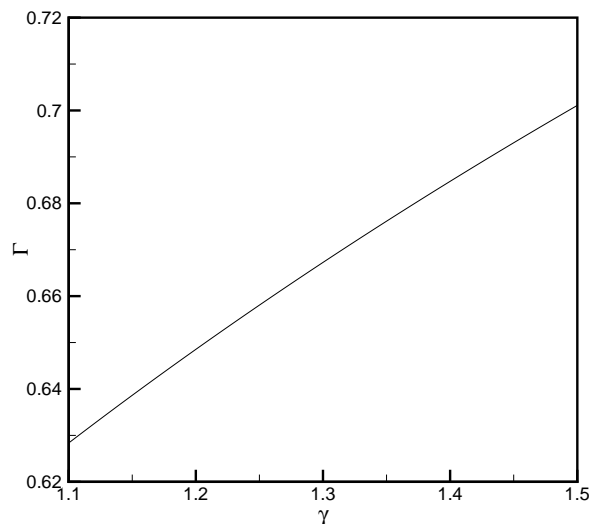


Figura 2.7: Fattore Γ in funzione del rapporto dei calori specifici.

Domande di verifica

2.1 Ricavare la legge delle aree.

- 2.2 Ricavare l'equazione di conservazione della massa (in forma differenziale) per il generico flusso monodimensionale con variazione d'area, scambio di calore e attrito.
- 2.3 Ricavare l'equazione di conservazione della quantità di moto (in forma differenziale) per il generico flusso monodimensionale con variazione d'area, scambio di calore e attrito.
- 2.4 Ricavare l'equazione di conservazione dell'energia (in forma differenziale) per il generico flusso monodimensionale con variazione d'area, scambio di calore e attrito.
- 2.5 La pressione totale di un flusso subsonico in un condotto adiabatico a sezione costante è costante?
- 2.6 L'adduzione di calore comporta sempre un aumento di temperatura?
- 2.7 Il numero di Mach di un flusso supersonico a cui viene fornito calore in un condotto a sezione costante è costante, aumenta o diminuisce?
- 2.8 Il numero di Mach di un flusso subsonico a cui viene fornito calore in un condotto a sezione costante è costante, aumenta o diminuisce?
- 2.9 La pressione totale di un flusso subsonico a cui viene fornito calore in un condotto a sezione costante è costante, aumenta o diminuisce?
- 2.10 La pressione totale di un flusso supersonico a cui viene fornito calore in un condotto a sezione costante è costante, aumenta o diminuisce?
- 2.11 A partire dalle relazioni ottenute per dM/M , dp/p e dT/T , discutere il segno delle variazioni di ρ in funzione di M , dA , dF_{attr} e dh_0 .

Esercizi svolti

2.1 Velocità del suono

Calcolo della velocità del suono alla temperatura ambiente (288 K) dei seguenti gas: Aria ($\gamma = 1.4$ e $R = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$); Idrogeno (H_2 , $\gamma = 1.4$) e Anidride Carbonica (CO_2 , $\gamma = 1.3$). Si ricorda che $\mathcal{R} = 8314 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$.

SOLUZIONE

- *Aria* ($\gamma = 1.4$ e $R = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$):

$$a = \sqrt{\gamma RT} = 340.2 \text{ m/s}$$

- *Idrogeno* ($\gamma = 1.4$ e $\mathcal{M} = 2 \text{ kg/kmol}$):

$$a = \sqrt{\gamma \mathcal{R} T / \mathcal{M}} = 1294.6 \text{ m/s}$$

- *Anidride Carbonica, CO_2* ($\gamma = 1.3$ e $\mathcal{M} = 44 \text{ kg/kmol}$):

$$a = \sqrt{\gamma \mathcal{R} T / \mathcal{M}} = 266.0 \text{ m/s}$$

2.2 Temperatura totale

Si considera un aeroplano in volo a 920 km/h alla quota di 11000 m. Qual'è la temperatura dell'aria

nella zona di ristagno sull'ala?

SOLUZIONE

$$T_0 = T(1 + \delta M^2) \quad \text{dove } \delta = (\gamma - 1)/2$$

Alla quota $z = 11000$ m la temperatura dell'aria è $T = 216.7$ K. Per calcolare M si osserva che $a = \sqrt{\gamma RT} = 295$ m/s e $V = 920/3.6 = 255.5$ m/s, quindi $M = V/a = 0.866$ e $T_0 = 249.2$ K. L'aumento di temperatura causato dall'impatto è perciò di 32.5 K.

2.3 Pressione totale

Si considera la presa d'aria del motore di un aeroplano in volo a 920 km/h alla quota di 11000 m. Qual'è la pressione massima che si può avere nella presa d'aria (schematizzabile come un condotto divergente)?

SOLUZIONE Non essendoci scambio di calore né di lavoro con l'esterno, la presa d'aria può solo trasformare l'energia del flusso. Il valore massimo di pressione lo si può ottenere rallentandolo fino a velocità nulla, e supponendo che non si verifichino perdite di energia meccanica (flusso isentropico). In questo caso il valore della pressione è pari a quello della pressione totale:

$$p_0 = p(1 + \delta M^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

A $z = 11000$ m la temperatura dell'aria è $T = 216.7$ K e la pressione è $p = 22700$ Pa. Per calcolare M si osserva che $a = \sqrt{\gamma RT} = 295$ m/s e $V = 920/3.6 = 255.5$ m/s. Quindi $M = V/a = 0.866$ e $p_0 = 37022$ Pa.

2.4 Conservazione dell'energia

Si determini la velocità di efflusso dell'aria che fluisce in un condotto adiabatico in cui non viene scambiato lavoro con l'esterno. L'aria entra nel condotto ad una velocità di 100 m/s e ad una temperatura di 1000 K e ne esce alla temperatura di 600 K.

SOLUZIONE Secondo il principio di conservazione dell'energia $h_0 = \text{costante}$ e quindi:

$$h_0 = c_p T_1 + u_1^2/2 = c_p T_2 + u_2^2/2$$

Il valore di c_p per l'aria è noto e si ricava ricordando che $c_p = \gamma R/(\gamma - 1)$ con $\gamma = 1.4$ e $R = \mathcal{R}/\mathcal{M} = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ con $\mathcal{R} = 8314 \text{ J K}^{-1} \text{ kmol}^{-1}$ ($\mathcal{M} = 29 \text{ kg/kmol}$). Quindi $c_p = 1004.5 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ e si può ricavare:

$$u_2 = \sqrt{u_1^2 + c_p(T_1 - T_2)} = 902 \text{ m/s}$$

2.5 Grandezze critiche

Calcolare il rapporto tra grandezze totali e critiche (cioè per $M = 1$) per l'aria.

SOLUZIONE

$$\begin{aligned} T_0/T^* &= (1 + \delta) = 1.2; & T^*/T_0 &= 0.833 \\ p_0/p^* &= (1 + \delta)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.893; & p^*/p_0 &= 0.528 \\ \rho_0/\rho^* &= (1 + \delta)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 1.577; & \rho^*/\rho_0 &= 0.634 \end{aligned}$$

2.6 Grandezze critiche

Calcolare l'espressione del rapporto A/A^* (dove A^* è l'area della sezione critica, cioè quella in cui $M = 1$) in funzione del valore del numero di Mach M nella sezione di area A .

SOLUZIONE

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \delta M^2}{1 + \delta} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

2.7 Legge delle aree

Si prenda di nuovo in considerazione il flusso studiato nell'esercizio n.2.4, e si consideri trascurabile l'effetto di attrito. Qual'è la forma del condotto? Qual'è il rapporto tra l'area della sezione di uscita A_2 e quella della sezione di ingresso A_1 ? Supponendo che la pressione in corrispondenza alla sezione 1 sia $p_1 = 600 \text{ kPa}$, e che il diametro della sezione di ingresso (di forma circolare) sia $\phi_1 = 1 \text{ m}$, qual'è la portata d'aria nel condotto? Qual'è la sezione di area minima? Ed il suo diametro?

SOLUZIONE Innanzitutto bisogna accertare se il flusso è subsonico o supersonico. Poiché $T_1 = 1000 \text{ K}$, si ha $a_1 = \sqrt{\gamma RT_1} = 633.9 \text{ m/s}$, quindi $M_1 = u_1/a_1 = 0.158$. Essendo il flusso subsonico, la forma del condotto per accelerare il flusso deve essere convergente. Tuttavia si osserva che $T_2 < T^*$, infatti (vedi esercizio n.2.5)

$$T^* = 0.833 T_0 = 0.833 T_1 (1 + \delta M_1^2) = 837.5 \text{ K} > T_2 = 600 \text{ K}$$

Per accelerare il flusso a valori supersonici il tratto convergente deve essere seguito da un tratto divergente. Per applicare la legge delle aree deve essere noto anche M_2 . Quest'ultimo è dato da:

$$M_2 = u_2/a_2 = u_2/\sqrt{\gamma RT_2} = 902/\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 600} = 1.837$$

Dalla legge delle aree si ricava $A_2/A_1 = 0.398$. La portata è data da $\dot{m} = \rho_1 u_1 A_1$, e dai dati del problema si possono ricavare $\rho_1 = p_1/(RT_1) = 2.09 \text{ kg/m}^3$ e $A_1 = \pi \phi_1^2/4 = 0.785 \text{ m}^2$, quindi $\dot{m} = 164.1 \text{ kg/s}$. L'area minima è l'area critica A^* , il cui valore si ottiene dalla legge delle aree: $A^*/A = 0.269$ quindi $\phi^* = 0.519 \text{ m}$.

Esercizi proposti

2.8 L'aereo SR-71 è in grado di volare ad una velocità pari a 3 volte quella del suono. In tali condizioni di volo, la temperatura dell'aria sulle pareti esterne dell'aereo può raggiungere, in alcune regioni, valori elevati. Qual'è la grandezza che permette di valutare tale incremento di temperatura? Qual'è l'incremento di temperatura se l'aereo è in volo nella stratosfera ($T = 216.5 \text{ K}$)?

R. $\Delta T = 389.7 \text{ K}$

2.9 Si consideri un flusso di aria in un condotto convergente. Il flusso può essere considerato isentropico. Sia $M_1 = 0.8$ e $M_2 = 0.2$. Qual'è la direzione del flusso, dalla sezione 1 verso la 2, o viceversa? Se $p_1 = 50000 \text{ Pa}$, qual'è il valore di p_2 ? Qual'è il diametro della sezione (supposta circolare) del condotto in 2 se $T_1 = 400 \text{ K}$ e $\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$?

R. $p_2 = 74121 \text{ Pa}$; $\phi_2 = 1.14 \text{ m}$

2.10 Si calcolino le perdite di pressione totale in un combustore (considerato come un condotto lungo il quale viene fornito calore al fluido) in cui le condizioni di flusso siano tali che $M = \text{cost}$. Sapendo che $M = 0.3$, $T_{01} = 800 \text{ K}$ e $T_{02} = 1600 \text{ K}$, si calcoli la riduzione percentuale di p_0 quando si

passa dalla sezione 1 alla sezione 2. Che forma geometrica dovrà avere il condotto per ch e M sia costante? (si consideri come gas l'aria, $\gamma = 1.4$)

R. 4.3%

2.11 I gas prodotti dalla combustione in un assegnato endoreattore chimico sono caratterizzati da $\gamma = 1.2$. Quali sono i rapporti tra le grandezze critiche e quelle totali per tale gas? Si considerino le grandezze

T , p e ρ .

R. 0.909; 0.564; 0.621

2.12 Studiare l'andamento del rapporto tra pressione critica e pressione totale al variare di γ . Si consideri il campo di valori di γ compresi tra 1.1 e 1.66.

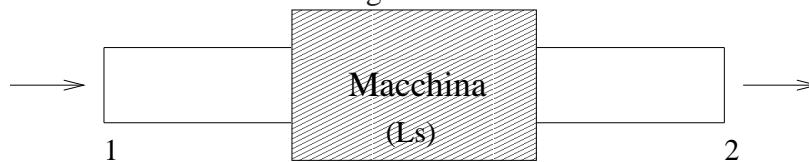
2.13 Calcolare la velocità del suono dell'Elio a temperatura ambiente.

R. 999 m/s

2.14 Calcolare la velocità del suono dell'acqua in forma gassosa ($\gamma = 1.2$) in condizioni critiche sapendo che la temperatura totale del gas è 3500 K.

R. 1328 m/s

2.15 Si consideri il condotto adiabatico illustrato in figura:



Siano note le condizioni nella sezione di ingresso 1 ($T_1 = 300$ K, $p_1 = 100$ kPa e $M_1 = 0.3$) e che il lavoro compiuto dalla macchina sull'aria che fluisce nel condotto sia $L_s = 100$ kJ/kg. Supponendo il condotto tale che nella sezione 2 l'aria fluisce a $M_2 = 0.3$, qual' e la temperatura dell'aria nella sezione 2? Nell'ipotesi di flusso isentropico si calcoli la pressione nella sezione 2, il rapporto tra i diametri delle sezioni del condotto (a sezione circolare) in 2 e in 1, e la portata nel caso in cui il diametro della sezione di ingresso sia pari a $\phi_1 = 1$ m.

R. $T_2 = 397.8$ K; $p_2 = 268.45$ kPa; $\phi_2/\phi_1 = 0.655$; $\dot{m} = 95$ kg/s

Capitolo 3

Definizione e calcolo delle prestazioni dei propulsori

Nello studio di qualunque macchina, e in particolare dei sistemi di propulsione aerospaziale, è necessario identificare indici di prestazione che permettano di valutare in generale caratteristiche e prestazioni del motore stesso. Queste grandezze devono indicare in quale misura il motore è in grado di svolgere il suo compito, e con quale efficienza. Inoltre, devono permettere il confronto tra motori diversi.

La grandezza fondamentale nella propulsione aerospaziale è la **spinta**, cioè la forza che il motore è in grado di sviluppare fornendo energia e accelerando il fluido propulsivo, sia esso aria (come nel caso degli esoreattori e dei propulsori ad elica), oppure il prodotto della combustione di propellenti interamente stivati a bordo (com'è il caso degli endoreattori).

È interessante osservare che le equazioni che permettono di valutare spinta ed efficienza di un motore possono essere ottenute semplicemente dalle equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia, senza necessità di scendere nei dettagli del funzionamento dei particolari sistemi caratterizzanti ciascun motore.

3.1 Spinta

Per capire il concetto di propulsione a getto, risulta conveniente introdurre innanzitutto la spinta per il caso degli endoreattori. In seguito si vedrà il caso degli esoreattori, e quello dei propulsori in cui la spinta è generata dalla rotazione di un'elica. In tutti i casi, una volta definita l'espressione della spinta, questa sarà posta in relazione con altri parametri caratteristici del motore.

3.1.1 Endoreattori

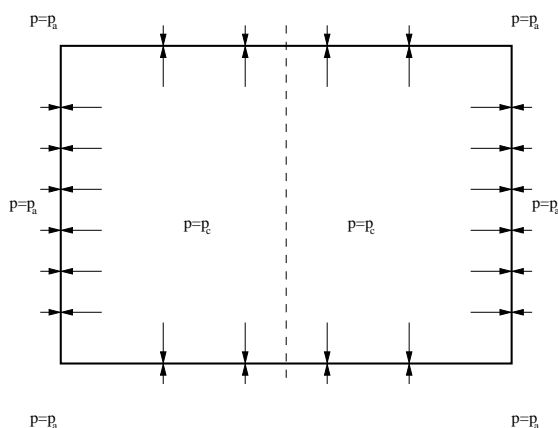
La spinta è la forza propulsiva generata dall'endoreattore attraverso l'espulsione di gas ad alta velocità. Per vedere come l'espulsione di questo gas ad alta velocità possa avere come risultato la generazione di una forza sul veicolo, in grado di sovrastare possibili forze che si oppongono al suo moto (quali forza di gravità o resistenza aerodinamica), o altrimenti in grado di accelerare il veicolo stesso, è utile illustrare il principio di azione e reazione alla base di gran parte, se non la totalità, dei sistemi propulsivi, e vederlo nella particolare applicazione qui considerata, l'endoreattore. All'azione con la quale l'endoreattore espelle i gas, corrisponde per il III principio della dinamica una forza uguale e opposta che i gas

esercitano sull'endoreattore e quindi sul veicolo. L'entità di tale forza può essere calcolata dal principio di conservazione della quantità di moto.

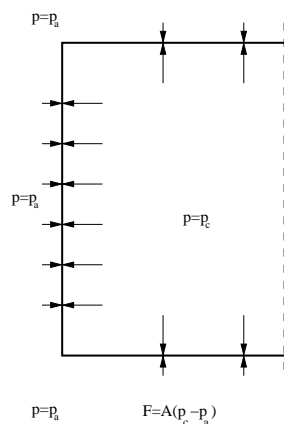
La spinta è sempre il risultato di forze esercitate dal fluido operativo sulle pareti del motore:

In assenza di qualunque contatto con un solido esterno, un motore primo, posto in un fluido di densità finita o anche nulla, può spingere sé stesso attraverso l'espulsione di massa fluida o solida dalla parte posteriore. Per convenzione si dice che questo motore primo è propulso da propulsione a getto, sebbene la spinta propulsiva in realtà risulti dagli effetti di pressione e attrito esercitati sulla parete dell'interno cavo del motore dai solidi o fluidi che si muovono all'interno verso l'ugello di scarico. [9]

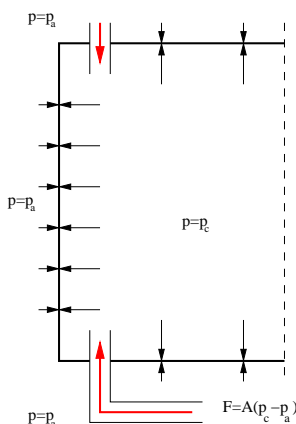
Questa definizione di spinta può essere chiarita dall'esempio di Fig. 3.1. Si consideri un serbatoio



(a) Contenitore chiuso: $F = 0$



(b) Spinta istantanea alla divisione del contenitore



(c) Spinta costante

Figura 3.1: Schema della generazione della propulsione a getto.

contente un fluido ad una pressione p_c , superiore a quella dell'ambiente, (Fig. 3.1a) e lo si divide istantaneamente a metà [6, pag. 4-6] come mostrato dalla linea tratteggiata in figura. All'istante della

divisione, mancando la forza di reazione che prima si trasmetteva attraverso le pareti solide, la differenza tra la pressione del gas all'interno del serbatoio e quella ambiente fa sì che ci sia una forza risultante netta. Infatti, mentre le forze dovute alla differenza di pressione continuano a bilanciarsi sulle superficie orizzontali di Fig. 3.1b, ciò non è più vero per la superficie verticale. La forza risultante è data proprio dalla differenza di pressione per l'area della superficie verticale di Fig. 3.1b. Ovviamente, la spinta appena descritta resta al valore indicato, $A(p_c - p_a)$, solo all'istante iniziale, infatti essendo ora il serbatoio aperto, il fluido tenderà a defluire, riducendo così la pressione al suo interno, che diminuirà fino a diventare pari a quella ambiente. Se quindi si riesce a mantenere la pressione all'interno del mezzo serbatoio a valori superiori a quelli dell'ambiente, si può ottenere una forza propulsiva per periodi di tempo finiti. Per fare questo è necessario reintegrare la massa di fluido espulsa (Fig. 3.1c).

La semplice espressione appena vista è quindi utile soltanto per una prima comprensione dei fenomeni. Infatti, nel caso di un motore reale, la pressione del fluido operativo all'interno del motore non è spazialmente uniforme, e bisogna prendere in considerazione anche le forze di attrito che agiscono sulle pareti interne del motore. Inoltre, in volo, vanno aggiunte le forze che agiscono all'esterno del motore dove la pressione non è costante e agiscono le forze di attrito. Poiché però le forze che agiscono all'esterno (a parte il contributo relativo alla pressione ambiente) dipendono dalle condizioni di volo e non dalle prestazioni intrinseche al propulsore, per convenzione esse vengono ascritte tra le forze aerodinamiche (resistenza) agenti sul motore in quanto parte di un veicolo in moto (dipendono infatti dalla velocità di volo). Con questa convenzione, la spinta F può essere espressa come l'integrale degli sforzi superficiali su tutte le pareti solide dell'endoreattore:

$$F = \int_{S_{int}} (p - p_a) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS + \int_{S_{int}} \tau (\mathbf{t} \cdot \mathbf{i}) dS \quad (3.1)$$

Tale integrale include i contributi lungo tutte le superficie interne bagnate dal fluido operativo (camera, tubi, pompe) e risulta difficilmente calcolabile.

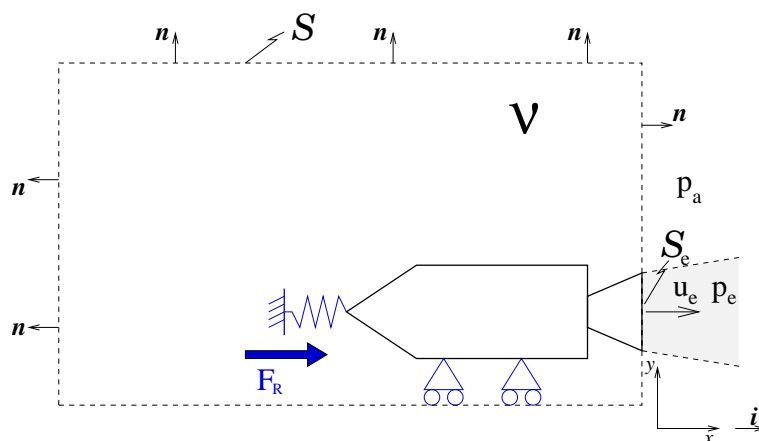


Figura 3.2: Volume di controllo per la derivazione dell'espressione della spinta per un endoreattore.

Per ottenere un'espressione di semplice utilizzo ed in grado di mettere in evidenza dipendenze e proprietà caratteristiche del motore, conviene applicare il principio di conservazione della quantità di moto al volume di controllo mostrato in Fig. 3.2, in cui l'endoreattore è vincolato ad un banco di prova. L'aria intorno al propulsore è in quiete, ed il propulsore non può muoversi perché è vincolato, subendo

una forza di reazione F_R esattamente pari alla spinta F che esso produce. Si noti che p_a indica la pressione ambiente, e p_e la pressione di uscita (*exit*) del motore.

Si assume per semplicità funzionamento stazionario, caratterizzato da una portata in massa di propellente \dot{m}_p , e flusso quasi-monodimensionale, indicando con u_e la velocità del fluido in corrispondenza alla sezione di uscita dell'ugello. Si considera una superficie di controllo stazionaria \mathcal{S} che interseca il getto perpendicolarmente, passando attraverso il piano di uscita dell'ugello. La reazione alla spinta, che tiene fermo il propulsore, è una forza esterna agente sul volume di controllo. Oltre ad essa occorre considerare anche le forze di pressione agenti sulla superficie di controllo. L'equazione della quantità di moto per il volume di controllo in oggetto, proiettata lungo la direzione x dell'asse del razzo (versore \mathbf{i} , mentre \mathbf{n} è il versore normale alla superficie di controllo, preso positivo in direzione esterna, Fig. 3.2), è quindi data da:

$$\sum_i F_i = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho u d\mathcal{V} + \int_{\mathcal{S}} \rho u (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) d\mathcal{S} \quad (3.2)$$

dove $F_i = \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{i}$ è la componente in direzione assiale della generica forza \mathbf{F}_i agente sul volume di controllo \mathcal{V} , e $u = \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}$ è la componente in direzione assiale della velocità del fluido \mathbf{u} . Se A_e è l'area della sezione d'uscita dell'ugello \mathcal{S}_e , la portata di propellente espulsa dal propulsore è $\dot{m}_p = \rho_e u_e A_e$ (vedi Lez. 2). Inoltre, avendo considerato il flusso stazionario nell'ugello, ed in quiete i fluidi all'esterno del propulsore e all'interno dei serbatoi, si ha che la derivata temporale in (3.2) è nulla. Resta così solo l'integrale di superficie il quale, essendo $u = 0$ su tutta la superficie di controllo tranne che in corrispondenza alla sezione di uscita dell'ugello, di area A_e , dove è pari a u_e , diventa (avendo assunto flusso quasi-monodimensionale):

$$\int_{\mathcal{S}} \rho u (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) d\mathcal{S} = (\rho_e u_e A_e) u_e = \dot{m}_p u_e \quad (3.3)$$

Rimangono quindi ancora una volta da identificare le forze che agiscono sul volume di controllo. Si vede facilmente che la risultante è data da:

$$\sum_i F_i = \underbrace{F}_{\text{Spinta}} + \int_{\mathcal{S}-\mathcal{S}_e} p_a (-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) d\mathcal{S} + \int_{\mathcal{S}_e} p_e (-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) d\mathcal{S} \quad (3.4)$$

poiché come detto è $F_R = F$ (in modulo), e per calcolare le forze di pressione agenti *sul* volume di controllo è necessario premettere il segno negativo al versore \mathbf{n} . L'espressione si può semplificare osservando che l'integrale esteso su tutta la superficie chiusa \mathcal{S} del versore normale \mathbf{n} è nullo, ossia

$$\oint_{\mathcal{S}} \mathbf{n} d\mathcal{S} = 0 \quad (3.5)$$

per cui il secondo termine a secondo membro (3.4) può essere equivalentemente espresso come un'integrale su \mathcal{S}_e :

$$\int_{\mathcal{S}-\mathcal{S}_e} p_a (-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) d\mathcal{S} = \int_{\mathcal{S}_e} p_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) d\mathcal{S} = p_a A_e \quad (3.6)$$

e quindi si ottiene:

$$\sum_i F_i = F - (p_e - p_a) A_e \quad (3.7)$$

e infine:

$$F = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e \quad (3.8)$$

L'espressione della spinta di un endoreattore comprende quindi due termini. Il primo, che è in genere molto maggiore del secondo, è detto termine di **spinta impulsiva**, ed è proporzionale alla portata di propellente e alla velocità con la quale esso viene espulso. Il secondo è invece detto **spinta di pressione** ed è negativo, nullo o positivo a seconda che il valore della pressione in corrispondenza alla sezione di uscita sia inferiore, uguale o maggiore di quello della pressione ambiente. In particolare, si noti che per un motore le cui condizioni operative (\dot{m}_p , u_e , p_e) non risentono della pressione ambiente (come è appunto il caso dell'endoreattore), si ha una dipendenza lineare della spinta dalla pressione ambiente.

È interessante osservare che risulta una dipendenza dalle condizioni dell'ambiente esterno, attraverso il termine nella spinta di pressione, mentre non risulta alcuna dipendenza dalla velocità di volo. Quest'ultima considerazione può apparire ovvia quando si considera che l'espressione è stata ricavata nelle ipotesi di flusso in quiete nella camera di prova, ma occorre osservare che tale espressione resta invariata anche nel caso più generale di endoreattore in volo. Infatti, anche in presenza di una corrente esterna che investe il propulsore, nulla cambia per le forze che agiscono al suo interno e che originano la spinta.

Come si vede da quanto segue, risulta particolarmente interessante la condizione $p_e = p_a$. Ciò accade quando il getto viene espulso a velocità subsonica, oppure quando l'ugello espande il flusso in regime supersonico esattamente fino ad una pressione uguale a p_a . In questi casi si parla di *ugello adattato*, e la spinta si riduce quindi al solo termine di spinta impulsiva.

Condizione di ottimo della spinta

Se il flusso nell'endoreattore è critico (cioè raggiunge Mach unitario in gola), la portata in massa è fissata per la (2.34). Si può individuare la condizione di massimo della spinta differenziando la (3.8) rispetto all'area A_e della sezione di uscita del motore, ed eguagliando a zero. Ad una variazione dA_e di questa area, corrispondono variazioni du_e e dp_e della velocità e pressione d'uscita, A_t FISSATO $\rightarrow \dot{m}_p$, per cui si ha

$$\begin{aligned} dF &= \dot{m}_p du_e + A_e dp_e + (p_e - p_a) dA_e = \\ &= A_e (\rho_e u_e du_e + dp_e) + (p_e - p_a) dA_e = (p_e - p_a) dA_e \end{aligned} \quad (3.9)$$

avendo espresso la portata in massa, costante attraverso il condotto di scarico del motore, in funzione delle condizioni sulla sezione di uscita, ed osservando che per flusso senza attrito la prima parentesi si annulla per l'equazione della quantità di moto. Quindi la condizione che dà l'ottimo della spinta è dimensionare A_e in modo tale che $p_e = p_a$ (ugello adattato). Normalmente si cerca di operare in prossimità di questa condizione, per il termine di spinta di pressione $A_e(p_e - p_a)$ è in genere piccolo. Si osservi tuttavia che p_a varia con la quota.

Velocità di efflusso equivalente (o efficace)

Si è visto che l'espressione della spinta diviene particolarmente semplice per un endoreattore con ugello adattato, in quanto appare solo il termine di spinta impulsiva. Tuttavia, anche nel caso più generale di ugello *non* adattato, il termine impulsivo risulta preponderante rispetto a quello di pressione, per cui è comodo introdurre una velocità fittizia (indicata con u_{eq}), detta velocità di efflusso equivalente (o efficace), tale che:

$$F = \dot{m}_p u_{eq} \quad (3.10)$$

Nel caso di ugello adattato, la velocità di efflusso equivalente è pari proprio al valor medio (monodimensionale) della velocità di efflusso del getto, mentre nel caso più generale sarà data da:

$$u_{eq} = \frac{F}{\dot{m}_p} = u_e + \frac{(p_e - p_a)A_e}{\dot{m}_p} \quad (3.11)$$

3.1.2 Esoreattori

Per ottenere l'espressione della spinta nel caso di un esoreattore, bisogna tener presente che, a differenza di quanto avviene per l'endoreattore, il fluido propulsivo è ora costituito principalmente dall'aria che viene introdotta nel motore, elaborata e quindi espulsa. Mentre nell'endoreattore la spinta si ottiene impartendo una variazione di quantità di moto ad un fluido stivato a bordo, negli esoreattori essa si ottiene aumentando la quantità di moto dell'aria ingerita ed elaborata dal motore. E' evidente quindi che in questo caso il ruolo della velocità di volo non può essere trascurato.

Si consideri allora un esoreattore al banco di prova (Fig. 3.3), posto in una galleria del vento in modo che esso venga investito con una corrente a velocità V_0 che simula le condizioni di volo. Il volume \mathcal{V} e la superficie di controllo \mathcal{S} sono quelli indicati in figura.

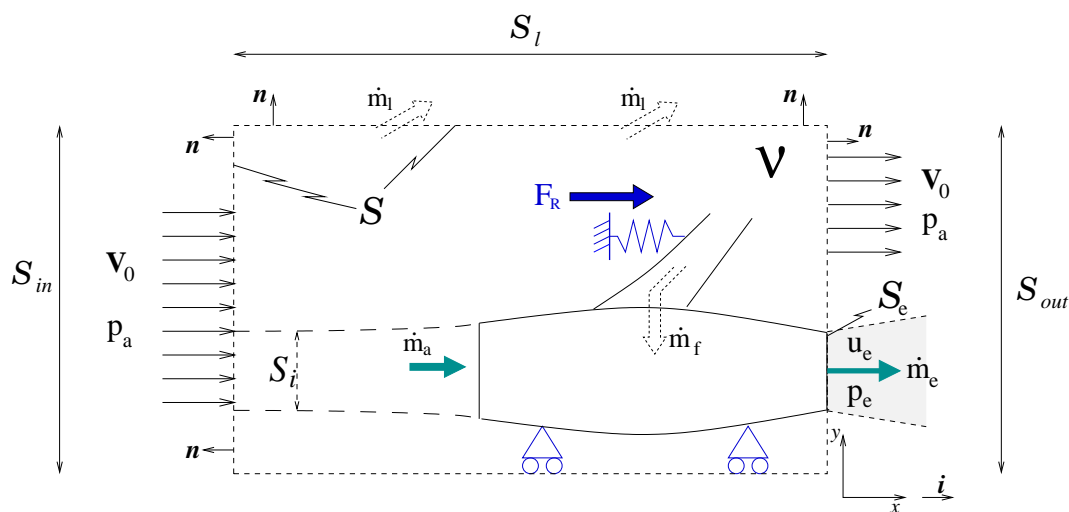


Figura 3.3: Volume di controllo per la derivazione dell'espressione della spinta per un esoreattore investito da una corrente a velocità V_0 .

Per il volume di controllo considerato valgono i principi di conservazione della massa e della quantità di moto. Per la conservazione della massa si osserva che nel motore entrano una portata in massa d'aria \dot{m}_a , ed una portata di combustibile \dot{m}_f , che dopo opportune elaborazioni vengono espulse dall'ugello. In condizioni stazionarie il flusso espulso dall'ugello è quindi

$$\dot{m}_e = \dot{m}_a + \dot{m}_f \quad (3.12)$$

Nel volume di controllo entra, attraverso quella parte di superficie di controllo posta a sinistra ed indicata come \mathcal{S}_{in} , la portata d'aria \dot{m}_{in} , la quale esce sia dalle superfici laterali del volume \mathcal{S}_l , con portata pari a \dot{m}_l (in generale \dot{m}_l può essere positiva o negativa, viene qui assunta positiva se uscente), sia dalla superficie del lato destro, \mathcal{S}_{out} , con portata in massa \dot{m}_{out} . Una parte della portata entrante dalla sezione a sinistra passa attraverso il motore, come pure quella uscente dalla sezione destra comprende quella che

è passata attraverso il motore. Come portata entrante nel volume di controllo bisogna considerare anche quella di combustibile \dot{m}_f . Il bilancio di massa si scrive quindi:

$$\dot{m}_{in} + \dot{m}_f = \dot{m}_l + \dot{m}_{out} \quad (3.13)$$

e decomponendo \dot{m}_{in} e \dot{m}_{out} in modo tale da distinguere la portata d'aria ($\dot{m}_{in,ext}$, $\dot{m}_{out,ext}$) che *non* entra nel motore, si ha:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_a + \dot{m}_{in,ext} \quad \text{e} \quad \dot{m}_{out} = \dot{m}_e + \dot{m}_{out,ext} \quad (3.14)$$

Di conseguenza la conservazione della massa per l'aria che fluisce attorno al motore impone:

$$\dot{m}_{in,ext} = \dot{m}_l + \dot{m}_{out,ext} \quad (3.15)$$

risultato che si può ottenere anche sostituendo (3.12) e (3.14) in (3.13).

Per quanto riguarda la conservazione della quantità di moto, si osserva che la risultante delle forze agenti sul volume di controllo deve essere pari alla variazione del flusso della quantità di moto attraverso di esso. Questa condizione si scrive come nel caso dell'endoreattore (3.2):

$$\sum_i F_i = \frac{d}{dt} \int_V \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i}) dV + \int_S \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (3.16)$$

Le forze che agiscono sul volume di controllo sono la reazione F_R che deve essere esercitata perché il propulsore resti fermo, e che è proprio pari alla spinta F , e le forze di pressione agenti lungo la superficie di controllo:

$$\sum_i F_i = F_R + \int_{S_{in}+S_l+(S_{out}-S_e)} p_a(-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS + \int_{S_e} p_e(-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS \quad [F_R \equiv F = \text{Spinta}] \quad (3.17)$$

L'aria entra dalla superficie S_{in} (a sinistra) con velocità V_0 perpendicolare alla superficie stessa, e con pressione pari a p_a . Sulla superficie laterale S_l (simbolicamente indicata in alto in Fig. 3.3) le condizioni del flusso d'aria sono quelle di pressione ambiente, e velocità V_0 parallela alla superficie considerata (a meno di una piccola componente perpendicolare che permette l'introduzione o l'espulsione di massa nel volume di controllo). Dalla superficie S_{out} (a destra) il flusso viene espulso. Per quanto riguarda quest'ultima superficie, su gran parte di essa (per la precisione, $S_{out} - S_e$) le condizioni di flusso possono ancora essere considerate pari a quelle dell'aria esterna (V_0 perpendicolare alla superficie, e $p = p_a$), mentre per la parte relativa alla sezione di efflusso dal motore S_e le condizioni sono indicate come p_e ed u_e , con la velocità ancora perpendicolare alla superficie di controllo. È possibile semplificare la (3.17) osservando innanzitutto che le forze di pressione agenti lungo S_l sono applicate in direzione normale alla spinta ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{i} = 0$), e quindi danno contributo nullo. Il secondo termine a secondo membro di (3.17) si può riscrivere come:

$$\int_{S_{in}+S_{out}-S_e} p_a(-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS = \int_{S_{in}+S_{out}} p_a(-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS - \int_{S_e} p_a(-\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS = \int_{S_e} p_a(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS \quad (3.18)$$

essendo nullo l'integrale su $S_{in} + S_{out}$. Di conseguenza, raggruppando i termini da integrare lungo S_e e indicando con A_e l'area della superficie S_e , la (3.17) diviene identica alla (3.7):

$$\sum_i F_i = F - \int_{S_e} (p_e - p_a)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dS = F - (p_e - p_a)A_e \quad (3.19)$$

dove l'ultima uguaglianza si ottiene osservando che su questa superficie $\mathbf{n} \equiv \mathbf{i}$, e che la pressione p è uniforme e pari a p_e in corrispondenza alla sezione di efflusso per l'ipotesi di flusso quasi-monodimensionale.

Per quanto riguarda la variazione di quantità di moto, il secondo membro della (3.16), si osserva che, nell'ipotesi di flusso stazionario, il termine in cui è presente la variazione temporale delle grandezze nel tempo all'interno del volume di controllo risulta nullo. Resta quindi da esaminare il flusso della quantità di moto attraverso la superficie di controllo che, decomponendo quest'ultima nelle porzioni \mathcal{S}_{in} , \mathcal{S}_l e \mathcal{S}_{out} , si scrive:

$$\int_{\mathcal{S}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} = \int_{\mathcal{S}_{in}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} + \int_{\mathcal{S}_l} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} + \int_{\mathcal{S}_{out}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} \quad (3.20)$$

Il primo dei tre termini a secondo membro di (3.20) si scrive come

$$\int_{\mathcal{S}_{in}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} = \int_{\mathcal{S}_{in}} \rho_a V_0 (-V_0) d\mathcal{S} = -\rho_a V_0^2 A_{in} = -\dot{m}_{in} V_0 \quad (3.21)$$

osservando che \mathbf{n} è diretto in verso opposta ad \mathbf{i} , mentre $\mathbf{u} = V_0 \mathbf{i}$. Si osserva inoltre che il prodotto di densità, area e velocità è pari alla portata che entra nel volume di controllo attraverso la superficie \mathcal{S}_{in} (di area A_{in}), precedentemente indicata come \dot{m}_{in} . Per quanto riguarda il secondo termine a secondo membro di (3.20), bisogna ricordare che, sebbene nell'approssimazione in cui \mathbf{u} è diretto come \mathbf{i} non ci dovrebbe essere flusso di massa né di quantità di moto attraverso \mathcal{S}_l , dall'equazione di conservazione della massa è emerso che in realtà esiste un flusso di massa (positivo se uscente) indicato con \dot{m}_l . La portata uscente dal volume di controllo porterà via con sé anche la corrispondente quantità di moto della corrente, che può essere approssimata come:

$$\int_{\mathcal{S}_l} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} \simeq V_0 \int_{\mathcal{S}_l} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} = \dot{m}_l V_0 \quad (3.22)$$

Nell'ultimo termine a secondo membro di (3.20) bisogna distinguere la porzione di \mathcal{S}_{out} attraverso cui fluisce l'aria che *non* ha attraversato il motore da quella, \mathcal{S}_e , attraverso la quale defluisce la portata che invece lo ha attraversato:

$$\begin{aligned} \int_{\mathcal{S}_{out}} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} &= \\ &= \int_{\mathcal{S}_{out}-\mathcal{S}_e} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} + \int_{\mathcal{S}_e} \rho(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})d\mathcal{S} = \dot{m}_{out,ext} V_0 + \dot{m}_e u_e \end{aligned} \quad (3.23)$$

Sostituendo i risultati ottenuti nella (3.19) si ottiene:

$$F - (p_e - p_a)A_e = \dot{m}_e u_e + (\dot{m}_{out,ext} + \dot{m}_l - \dot{m}_{in})V_0 \quad (3.24)$$

Da quest'ultima relazione si può ottenere una semplice espressione per la spinta. Infatti, ricordando la (3.15) si ha:

$$F = (p_e - p_a)A_e + \dot{m}_e u_e + (\dot{m}_{in,ext} - \dot{m}_{in})V_0 \quad (3.25)$$

dove la differenza tra \dot{m}_{in} e $\dot{m}_{in,ext}$ consiste proprio nella portata d'aria \dot{m}_a che passa attraverso il motore (3.14), e quindi:

$$F = \dot{m}_e u_e - \dot{m}_a V_0 + (p_e - p_a)A_e \quad (3.26)$$

L'espressione così ottenuta viene anche detta **Spinta Non-Installata** (*Uninstalled Thrust*) ed è la spinta effettivamente generata dal propulsore nel caso in cui l'unica forza che agisce all'esterno del motore sia la pressione ambiente (costante). Infatti in condizioni di volo bisogna considerare anche l'interazione del veicolo con la corrente esterna, la quale fa sì che alcune delle ipotesi, come quella di pressione costante su S_{in} , S_l e soprattutto su $S_{out} - S_e$, non siano più valide. Per questo la spinta che si ottiene quando il motore è installato sull'aeromobile è in realtà inferiore a quella teorica ottenuta in (3.26) di un fattore detto resistenza di installazione D_{inst} , e che in genere viene espresso come una frazione ϕ_e della spinta non installata F :

$$F_{inst} = F - D_{inst} = F(1 - \phi_e) \quad (3.27)$$

Avendo separato la resistenza di installazione, che dipende dalla realizzazione esterna del motore e dalla sua interazione con il corpo del veicolo, si può dunque considerare la spinta "non-installata" come una caratteristica propria dell'esoreattore. Infatti i termini delle forze esterne che dipendono dalla velocità di volo sono considerati nelle forze aerodinamiche in quanto dipendono dall'aspetto esterno del motore. Volendo studiare le caratteristiche del propulsore d'ora in poi ci si riferirà al termine spinta intendendo sempre la spinta "non-installata".

Introducendo il rapporto di diluizione (rapporto tra la portata in massa di combustibile e la portata d'aria che fluisce attraverso il motore) $f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$, si ottiene per la spinta:

$$F = \dot{m}_a [(1 + f) u_e - V_0] + (p_e - p_a) A_e \quad (3.28)$$

Riprendendo l'espressione (3.28) ed espandendola:

$$F = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_e - \dot{m}_a V_0 + (p_e - p_a) A_e \quad (3.29)$$

si nota un primo termine proporzionale alla portata scaricata dall'ugello e alla velocità di efflusso che prende il nome di spinta del getto (*jet thrust*); un secondo termine, negativo, pari al prodotto della portata d'aria introdotta attraverso la presa dinamica e la velocità di volo, che prende il nome di resistenza di volo (*ram drag*); e un terzo termine pari al prodotto dell'area della sezione di efflusso e della differenza tra pressione di efflusso e la pressione ambiente, detta spinta di pressione (*pressure thrust*). Si vedrà in seguito che, per i limiti sulla temperatura massima ammissibile in turbina, nei turbogetti e turbofan si può sempre considerare $f \ll 1$ (tipicamente $f < 2\%$), mentre negli statoreattori $f < 7\%$. Per i turbogetti si può dunque scrivere con buona approssimazione:

$$F \simeq \dot{m}_a (u_e - V_0) + (p_e - p_a) A_e \quad (3.30)$$

Si può inoltre introdurre una velocità di efflusso equivalente, come per gli endoreattori:

$$u_{eq} = u_e + \frac{(p_e - p_a) A_e}{\dot{m}_a (1 + f)} \quad (3.31)$$

che è pari alla velocità di efflusso se l'ugello è adattato, e cioè se la velocità di efflusso è subsonica o, pur essendo supersonica, le condizioni di flusso sono tali per cui $p_e = p_a$. In definitiva si possono adottare le seguenti espressioni (che pur non essendo esatte, colgono l'essenza dei fenomeni), applicabili a considerazioni di carattere generale:

$$\begin{cases} F = \dot{m}_a [(1 + f) u_{eq} - V_0] & \text{statoreattori} \\ F \simeq \dot{m}_a (u_{eq} - V_0) & \text{turboreattori} \end{cases} \quad (3.32)$$

Si noti che il termine di pressione è importante solo se l'ugello opera in condizioni di *choking* (flusso sonico in gola), mentre è nullo nel caso di ugelli ad efflusso subsonico. La prima condizione citata corrisponde comunque al caso operativo più comune. Si noti inoltre la presenza del termine in V_0 , il quale implica che per gli esoreattori deve sempre essere specificata la velocità di volo quando si parla di spinta. In pratica, nel caso di turboreattori spesso si parla di spinta *tout-court* intendendo in tal caso il valore a punto fisso, cioè per $V_0 = 0$: $F = \dot{m}_a u_{eq}$. Questo criterio ovviamente non si applica agli statoreattori, che non possono lavorare a punto fisso.

Si osservi infine che la condizione che dà l'ottimo della spinta di un esoreattore è identica a quella per gli endoreattori, cioè $p_e = p_a$, in quanto le espressioni della spinta di questi motori differiscono solo per termini che non dipendono da A_e .

3.1.3 Propulsori ad elica

La funzione dell'elica è quella di convertire in spinta la coppia sviluppata dal sistema che genera la potenza meccanica, il quale può essere per esempio una turbina a gas, od un motore a combustione interna alternativo. Uno studio dettagliato della propulsione ad elica risulta alquanto complesso, tuttavia anche in questo caso gli aspetti generali possono essere compresi ricorrendo ai principi di conservazione di massa e quantità di moto. La complessità deriva dal fatto che l'elica agisce come un'ala rotante, sulla quale si genera una portanza a causa del suo moto nell'aria.

La spinta prodotta dall'elica è data dalla variazione di quantità di moto impartita alla portata d'aria elaborata dall'elica stessa. Questa può essere valutata con la teoria di Froude o del disco attuatore. Il ruolo dell'elica è simile a quello dell'ugello del turbogetto, in quanto ambedue hanno la funzione di convertire l'energia disponibile in energia cinetica del fluido propulsivo. Nell'elica, l'energia termica viene trasformata in energia meccanica, e successivamente quest'ultima viene utilizzata per accelerare il fluido propulsivo. Nell'ugello, l'energia termica viene direttamente trasformata in energia cinetica del fluido propulsivo.

Per ottenere un'espressione per la spinta generata da un'elica, si ricorre ancora una volta al metodo del volume di controllo. In particolare si considera, in un sistema di riferimento solidale all'elica, il volume indicato in Fig. 3.4, che si estende fino a regioni molto lontane da essa. Sulla superficie laterale del volume di controllo (i bordi superiore e inferiore del rettangolo che rappresenta il volume di controllo in Fig. 3.4) si può quindi ragionevolmente supporre che pressione e velocità siano pari a quelle all'infinito, e cioè alla pressione ambiente p_a ed alla velocità di volo V_0 . Occorre tuttavia considerare la possibilità che una certa portata in massa possa entrare nel volume di controllo attraverso tale superficie laterale. Si assume che l'elica influenzi il moto solo entro il tubo di flusso indicato in figura, e che le superfici di ingresso e uscita del volume di controllo (lati sinistro e destro, rispettivamente, del rettangolo che rappresenta il volume di controllo in Fig. 3.4) siano abbastanza lontane dall'elica, per cui si può considerare $p = p_a$ e $V = V_0$ lungo di esse, tranne che nella loro intersezione con il tubo di flusso che passano attraverso l'elica. Si osserva che, in condizioni stazionarie, per la conservazione della massa si può scrivere in generale

$$\oint_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (3.33)$$

Applicando in particolare questa equazione al tubo di flusso attraverso l'elica, poiché non vi è efflusso attraverso la superficie laterale di questo, si ha

$$\oint_S \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{S_{out,el}} \rho u dS - \int_{S_{in,el}} \rho u dS \quad (3.34)$$

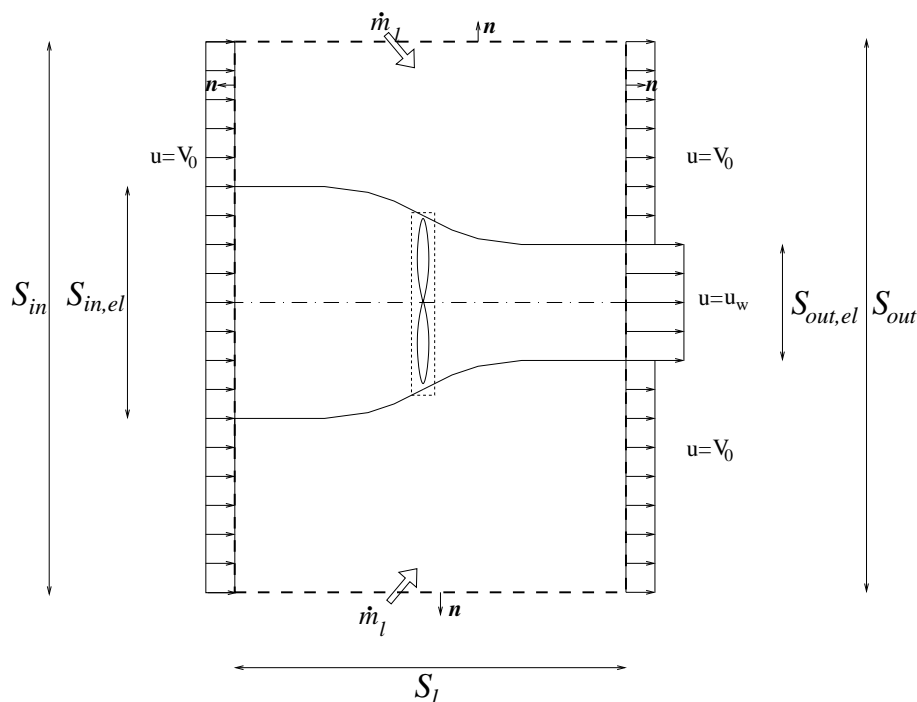


Figura 3.4: Volume di controllo per il calcolo dell'espressione della spinta per un propulsore ad elica.

per cui la portata in massa di aria che fluisce attraverso il disco dell'elica risulta esprimibile come

$$\dot{m}_{a,el} = \int_{S_{out,el}} \rho u dS = \int_{S_{in,el}} \rho u dS = \rho_a V_0 A_{in,el} = \rho_a u_w A_{out,el} \quad (3.35)$$

avendo indicato con u_w la velocità dell'aria nel tubo di flusso che ha attraversato l'elica (scia, *wake*), lontano dall'elica quando $p = p_a$. Si osserva che, poiché il flusso attraverso l'elica deve mantenersi subsonico e poiché l'elica aumenta la velocità del fluido (ossia $u_w > V_0$), si ha $A_{out,el} < A_{in,el}$. Riprendendo l'espressione relativa all'intero volume di controllo si ottiene che attraverso la superficie laterale deve entrare una portata \dot{m}_l :

$$\dot{m}_l = \int_{S_{out}-S_{out,el}} \rho_a V_0 dS - \int_{S_{in}-S_{in,el}} \rho_a V_0 dS = \rho_a V_0 (A_{in,el} - A_{out,el}) \quad (3.36)$$

Analogamente, si può scrivere l'equazione di conservazione della quantità di moto per il volume di controllo, osservando che la componente di velocità in direzione assiale è pari a V_0 su tutta la superficie di controllo, tranne che su $S_{out,el}$. Si possono decomporre i contributi delle porzioni di superficie $S_{out,el}$, $S_{in,el}$, e della parte rimanente:

$$F = \int_{S_{in,el}} \rho V_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{S_{out,el}} \rho u_w \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{S-S_{in,el}-S_{out,el}} \rho V_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.37)$$

ottenendo quindi:

$$F = \dot{m}_{a,el}(u_w - V_0) + \int_{S-S_{in,el}-S_{out,el}} \rho V_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.38)$$

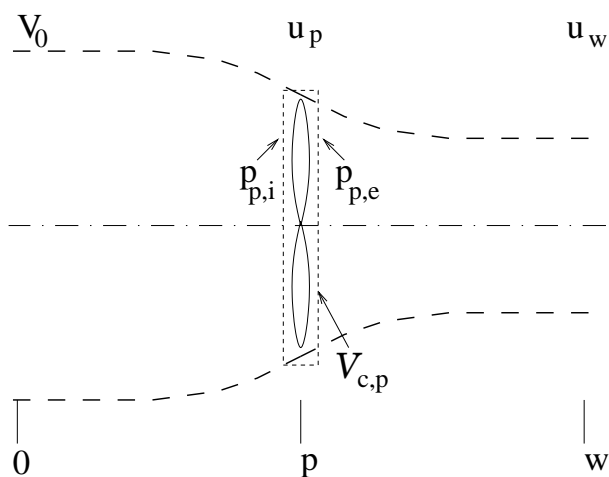


Figura 3.5: Tubo di flusso dell'aria che passa attraverso un'elica e volume di controllo sull'elica.

Portando fuori dal segno di integrazione il termine V_0 , si osserva che l'integrale deve essere nullo per la conservazione della massa, per le (3.33), (3.35). La spinta dell'elica può allora essere espressa come:

$$F = \dot{m}_{a,el} (u_w - V_0) \quad (3.39)$$

Rispetto all'espressione ricavata per gli esoreattori, si osserva che in (3.39) non c'è nessun termine di pressione, e che la portata elaborata dall'elica $\dot{m}_{a,el}$ è molto maggiore di quella elaborata dagli esoreattori e che quindi, a parità di spinta, la variazione di velocità impressa al flusso da un'elica è molto inferiore a quella prodotta dagli esoreattori.

Una volta ottenuta l'espressione della spinta per un motore ad elica, si possono utilizzare questa espressione e quella ottenuta per gli esoreattori per ottenere l'espressione della spinta di un turboelica, in cui gran parte della spinta viene generata dall'elica ma una piccola parte, comunque non trascurabile, è anche fornita dal getto. In tale caso si ha evidentemente:

$$F = \underbrace{\dot{m}_{a,el} (u_w - V_0)}_{\text{Elica } F_{el}} + \underbrace{\dot{m}_a (u_{eq} - V_0)}_{\text{Getto } F_j} \quad (3.40)$$

E' interessante anche ottenere la stessa espressione per la spinta dell'elica considerando il volume di controllo sull'elica $\mathcal{V}_{c,p}$ indicato in Fig. 3.5. Si osserva che attraverso l'elica sussiste un salto di pressione Δp , a causa della forza esercitata dall'elica sul fluido, tuttavia per la conservazione della massa la velocità del flusso u_p rimane la stessa: $u_{p,i} = u_{p,e} = u_p$. La conservazione della quantità di moto implica quindi:

$$\underbrace{\dot{m}_{a,el} u_p}_{\text{q. di moto uscente}} - \underbrace{\dot{m}_{a,el} u_p}_{\text{q. di moto entrante}} = \underbrace{F}_{\text{Spinta}} - \underbrace{(p_{p,e} - p_{p,i}) A_p}_{\text{Forza di pressione}} \quad (3.41)$$

che si semplifica come:

$$F = (p_{p,e} - p_{p,i}) A_p \quad (3.42)$$

Adottando l'ipotesi di fluido incomprimibile (Mach di volo $M < 0.3$), vale l'equazione di Bernoulli che può essere applicata separatamente a monte e a valle dell'elica:

$$\frac{p_{p,i}}{\rho_a} + \frac{u_p^2}{2} = \frac{p_a}{\rho_a} + \frac{V_0^2}{2} \quad (3.43)$$

$$\frac{p_{p,e}}{\rho_a} + \frac{u_p^2}{2} = \frac{p_a}{\rho_a} + \frac{u_w^2}{2} \quad (3.44)$$

da cui si ottiene un'espressione per la spinta in una forma diversa da quella scritta in precedenza, ed in cui appaiono esplicitamente l'area del disco spazzato dall'elica e la densità dell'aria:

$$F = \frac{1}{2} \rho_a A_p (u_w^2 - V_0^2) \quad (3.45)$$

confrontando allora questa espressione con la (3.39) e ricordando che, sotto le ipotesi adottate, $\dot{m}_{a,el} = \rho_a u_p A_p$ si ottiene che la velocità del flusso attraverso l'elica è:

$$u_p = \frac{u_w + V_0}{2} \quad (3.46)$$

Quest'ultima espressione permette di scrivere una relazione tra la potenza sviluppata dall'elica e la variazione di velocità del flusso d'aria che passa attraverso l'elica, infatti si ha:

$$P_{el} = F u_p = \dot{m}_{a,el} \left(u_w - V_0 \right) \frac{u_w + V_0}{2} \quad (3.47)$$

e quindi

$$P_{el} = \dot{m}_{a,el} \frac{u_w^2 - V_0^2}{2} \quad (3.48)$$

Infine, attraverso semplici passaggi, introducendo la variazione di velocità attraverso l'elica $\Delta u_{el} = u_w - V_0$, si possono esprimere portata attraverso l'elica, spinta dell'elica e potenza dell'elica in funzione dell'area del disco attuatore ($A_p = \pi D_p^2/4$ dove D_p è il diametro dell'elica), nonché di ρ_a , A_p , V_0 e Δu_{el} :

$$\begin{aligned} \dot{m}_{a,el} &= \rho_a A_p \left(V_0 + \frac{\Delta u_{el}}{2} \right) \\ F_{el} &= \rho_a A_p \left(V_0 + \frac{\Delta u_{el}}{2} \right) \Delta u_{el} \\ P_{el} &= \rho_a A_p \left(V_0 + \frac{\Delta u_{el}}{2} \right)^2 \Delta u_{el} \end{aligned} \quad (3.49)$$

In molti casi tali espressioni sono semplificate trascurando Δu_{el} rispetto a V_0 , soprattutto per calcoli di prima approssimazione in cui, noti potenza e diametro dell'elica, si vuole risalire alla spinta. Un calcolo rigoroso comporterebbe infatti la risoluzione di un'equazione di terzo grado.

3.2 Potenze e rendimenti

Per valutare le prestazioni di un propulsore, oltre a conoscere la spinta che esso è in grado di generare, bisogna poter valutare il costo di questa spinta. Quest'ultimo è legato al costo della sorgente di energia utilizzata ed all'efficienza della trasformazione della potenza disponibile in potenza propulsiva. L'efficienza è valutata attraverso alcuni parametri detti rendimenti, ed inoltre da altri indici che quantificano più direttamente il consumo di combustibile o propellente richiesto per ottenere una determinata prestazione.

L'introduzione dei rendimenti (termodinamico, propulsivo, globale) permette di comprendere, per gli esoreattori, quali sono le condizioni che ottimizzano la trasformazione dell'energia dalla sua forma primaria (chimica) in energia propulsiva. A causa delle differenti condizioni tipiche di impiego (vedi fine § 3.2.3), questi rendimenti presentano invece un minore interesse per gli endoreattori. Nel seguito sono discussi parallelamente i rendimenti nel caso di esoreattori e endoreattori.

Per ottenere parametri indicativi dell'efficienza del motore si definiscono alcuni rendimenti, i quali consentono valutazioni qualitative su come e quanto la potenza originariamente disponibile si trasforma. Se si considerano propulsori che sfruttano l'energia chimica come sorgente, la potenza inizialmente disponibile, e cioè l'energia disponibile nell'unità di tempo, è costituita di due termini: il primo è proporzionale al prodotto della portata di combustibile (o di propellenti) e dell'energia che può essere fornita bruciando l'unità di massa di combustibile. Il secondo è dato dall'energia cinetica posseduta dal combustibile (o dai propellenti) per il fatto di essere a bordo del veicolo (che è in moto). Dunque si indica come **potenza disponibile** P_{av} (*available*) quella relativa alla portata del combustibile (o dei propellenti) trasportato a bordo:

$$P_{av} = \begin{cases} \dot{m}_f \left(Q_f + \frac{V_0^2}{2} \right) & \text{propulsori ad elica} \\ \dot{m}_f \left(Q_f + \frac{V_0^2}{2} \right) & \text{esoreattori} \\ \dot{m}_p \left(Q_p + \frac{V_0^2}{2} \right) & \text{endoreattori} \end{cases} \quad (3.50)$$

dove con Q_f si è indicato il potere calorifico del combustibile (l'energia che può essere fornita bruciando l'unità di massa di combustibile) e con Q_p l'energia fornita dalla combustione dell'unità di massa di propellente. Si osservi che il termine $V_0^2/2$ è trascurabile in confronto a Q_f per gli esoreattori (per esempio per un aereo in volo a 250 m/s $V_0^2/2=31.25$ kJ/kg, mentre $Q_f \simeq 43$ MJ/kg), mentre può non esserlo per endoreattori.

Questa energia viene conferita al fluido propulsivo che è quindi accelerato. In questa trasformazione si verificano necessariamente perdite associate al rendimento del ciclo termodinamico ideale, cos'ì come al fatto che in realtà non tutta la potenza fornita dal ciclo viene trasformata in potenza propulsiva.

Come schematizzato in Fig. 3.6, il ruolo del propulsore è quello di trasformare la potenza disponibile in potenza del getto. La potenza che il motore conferisce al fluido propulsivo corrisponde alla variazione di energia cinetica nell'unità di tempo di quest'ultimo, e si indica come **potenza del getto** P_j . Una parte di questa viene trasformata nel termine utile al moto a velocità costante (nel quale occorre fornire una spinta uguale alla resistenza al moto), indicato come **potenza propulsiva** (o di Spinta) P_p , e che è data

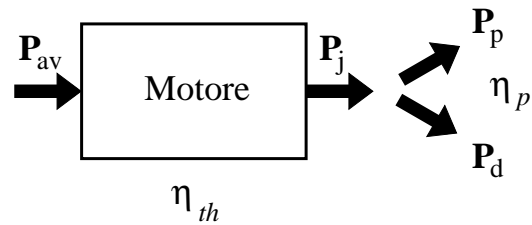


Figura 3.6: Trasformazione della potenza disponibile attraverso il propulsore.

dal prodotto della spinta per la velocità di volo:

$$P_p = F V_0 \quad (3.51)$$

Si noti però che questo termine risulta meno rappresentativo per endoreattori, il cui scopo normalmente non è quello di esercitare una spinta per volare a velocità costante, ma bensì di accelerare un carico utile ad alta velocità.

Prima di ricavare un'espressione per la potenza del getto sopra citata, si sottolinea che non tutta la potenza conferita al getto viene utilizzata per spingere il veicolo. Infatti, oltre alla potenza effettivamente utilizzata, bisogna considerare che la corrente viene espulsa dal motore con un'energia residua. Si pensi ad esempio ad un propulsore al banco: il getto viene disperso nell'atmosfera con una energia cinetica che inizialmente non aveva. Si parla allora di **potenza dissipata** (o residua) P_d come della potenza spesa per accelerare il getto, ma non utilizzata a fini propulsivi (energia cinetica residua del getto). Quest'ultima può essere facilmente calcolata considerando la velocità del getto in un riferimento fisso (in cui il propulsore si muove con velocità V_0). Il quadrato di tale velocità è l'energia cinetica residua del getto per unità di massa. La potenza dissipata si ottiene moltiplicando l'energia cinetica residua (per unità di massa) per la portata di fluido propulsivo:

$$P_d = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_{a,el} (u_w - V_0)^2}_{\text{(elica)}} \quad P_d = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_a (1 + f) (u_e - V_0)^2}_{\text{(esoreattori)}} \quad P_d = \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_p (u_e - V_0)^2}_{\text{(endoreattori)}} \quad (3.52)$$

Nell'espressione della potenza dissipata è stata adottata l'ipotesi che il getto abbia tutta la sua energia nella velocità di espulsione dal motore. In realtà, nel caso in cui l'ugello non è adattato bisognerebbe considerare anche la differenza di pressione tra il getto all'espulsione dal motore e l'ambiente, la quale fa sì che l'energia residua possa essere superiore o inferiore a quanto indicato sopra, per un termine proporzionale a $p_e - p_a$. Si può verificare che una corretta misura della potenza dissipata si ottiene sostituendo u_{eq} a u_e nelle (3.52). D'ora in poi, nella valutazione delle potenze e rendimenti si considererà sempre ugello adattato, sottintendendo che diversamente bisogna considerare la velocità di efflusso equivalente.

La potenza del getto può essere espressa quindi come somma di potenza propulsiva e potenza dissipata:

$$P_j = P_p + P_d \quad (3.53)$$

per ottenere, utilizzando (3.51), (3.52) e (3.39), (3.28), (3.8):

$$P_j = \begin{cases} \underbrace{\dot{m}_{a,el} (u_w - V_0) V_0}_{\text{potenza propulsiva}} + \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_{a,el} (u_w - V_0)^2}_{\text{potenza dissipata}} & \text{(propulsore ad elica)} \\ \underbrace{\dot{m}_a \left[(1+f) u_e - V_0 \right] V_0}_{\text{potenza propulsiva}} + \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_a (1+f) (u_e - V_0)^2}_{\text{potenza dissipata}} & \text{(esoreattore)} \\ \underbrace{\dot{m}_p u_e V_0}_{\text{potenza propulsiva}} + \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_p (u_e - V_0)^2}_{\text{potenza dissipata}} & \text{(endoreattore)} \end{cases} \quad (3.54)$$

Le (3.54) possono essere semplificate attraverso semplici passaggi:

$$P_j = \begin{cases} \frac{1}{2} \dot{m}_{a,el} (u_w^2 - V_0^2) & \text{(propulsore ad elica)} \\ \frac{1}{2} \dot{m}_a (1+f) (u_e^2 - V_0^2) + f \dot{m}_a V_0^2 \simeq \underbrace{\frac{1}{2} \dot{m}_a (u_e^2 - V_0^2)}_{f \ll 1} & \text{(esoreattore)} \\ \frac{1}{2} \dot{m}_p (u_e^2 + V_0^2) & \text{(endoreattore)} \end{cases} \quad (3.55)$$

Introdotte quindi le espressioni per le potenze coinvolte nelle varie trasformazioni, si possono ora introdurre i rendimenti, che sono definiti come rapporti tra potenze ed indicano la frazione di potenza che si ritrova a valle di una trasformazione rispetto a quella che si aveva a monte.

3.2.1 Rendimento termico

Il rendimento termico, o termodinamico, indica l'efficienza con la quale il motore converte l'energia chimica in energia utilizzabile ai fini propulsivi. E' una misura dell'efficienza termodinamica del motore, ed è indipendente dalle condizioni di volo. In generale, la potenza utilizzabile per la propulsione a valle del motore P_{eng} deve essere ancora trasformata in potenza del getto (cosa che avviene ad esempio in un motoelica attraverso i meccanismi che muovono l'elica e l'elica stessa) ed in questa trasformazione parte della potenza può essere spesa per superare attriti. Si introdurranno quindi nei vari casi opportuni rendimenti (rendimento meccanico, rendimento dell'elica, rendimento del fan, rendimento del riduttore,...) per tener conto di queste perdite di potenza dovute al sistema di accelerazione del flusso. In prima approssimazione, in questa parte generale verranno trascurate tali perdite di potenza, e si assumerà quindi che tutta l'energia utilizzabile ai fini propulsivi sia fornita al getto come energia cinetica. In sostanza si considererà:

$$\eta_{th} = \frac{P_{eng}}{P_{av}} \simeq \frac{P_j}{P_{av}} \quad (3.56)$$

Il rendimento termodinamico verrà quindi espresso come il rapporto tra potenza del getto e potenza disponibile, ed indicherà in questa trattazione semplificata l'efficienza con la quale il motore converte l'energia chimica in energia utilizzabile ai fini propulsivi, cioè in energia cinetica del getto.

3.2.2 Rendimento propulsivo

Come è stato visto sopra, non tutta l'energia fornita dal motore al fluido propulsivo viene utilizzata per spingere il veicolo, in quanto una parte si ritrova come energia cinetica residua del getto. La misura dell'efficienza con la quale la potenza del getto viene trasformata in potenza propulsiva è il rendimento propulsivo, definito come rapporto tra potenza propulsiva P_p e potenza del getto P_j :

$$\eta_p = \frac{P_p}{P_j} = \begin{cases} \frac{\dot{m}_{a,el} (u_w - V_0) V_0}{\frac{1}{2} \dot{m}_{a,el} (u_w^2 - V_0^2)} = \frac{2\nu}{1 + \nu} & \text{propulsore ad elica} \\ \frac{\dot{m}_a \left[(1 + f) u_e - V_0 \right] V_0}{\frac{1}{2} \dot{m}_a (1 + f) (u_e^2 - V_0^2) + f \dot{m}_a V_0^2} = \frac{2\nu(1 + f - \nu)}{(1 + f) - \nu^2(1 - f)} \simeq \frac{2\nu}{1 + \nu} & \text{esoreattore} \\ \frac{\dot{m}_p u_e V_0}{\frac{1}{2} \dot{m}_p (u_e^2 + V_0^2)} = \frac{2\nu}{1 + \nu^2} & \text{endoreattore} \end{cases} \quad (3.57)$$

l'espressione del rendimento propulsivo può essere semplificata facendo comparire il rapporto tra velocità di volo e velocità di efflusso ($\nu = V_0/u_e$ per esoreattore ed endoreattore, oppure $\nu = V_0/u_w$ per propulsore ad elica). È opportuno sottolineare che il rapporto ν risulta sempre minore dell'unità per esoreattori e propulsori ad elica, altrimenti essi non forniscono spinta, vedi (3.32), (3.39). Il rapporto tra le velocità può invece assumere anche valori superiori all'unità nel caso degli endoreattori, in cui non c'è dipendenza da V_0 nell'espressione della spinta (3.8). Esaminando ancora le (3.57) si osserva che l'espressione di η_p per l'esoreattore diventa identica a quella del propulsore ad elica nel caso in cui si possa trascurare la portata di combustibile rispetto alla portata di aria elaborata dal motore ($f \ll 1$, ipotesi in genere verificata con buona approssimazione nei turboreattori).

L'andamento del rendimento propulsivo al variare del rapporto tra velocità di volo e velocità di efflusso è mostrato in Fig. 3.7. Dall'espressione semplificata per gli esoreattori, ottenuta dalla (3.57) ponendo $f \ll 1$ per cui $\eta_p = 2\nu/(1 + \nu)$, si osserva che nel campo $0 \leq \nu \leq 1$ il rendimento propulsivo è una funzione crescente di ν con valore nullo quando $V_0 = 0$ e valore unitario quando $\nu = 1$, cioè quando $V_0 = u_e$. Quest'ultimo risultato si spiega facilmente osservando che l'energia cinetica residua del getto è nulla in queste condizioni. Si tratta però di condizioni non realizzabili in pratica, infatti per $\nu = 1$ si ha rendimento propulsivo unitario ma anche spinta nulla (3.32). In Fig. 3.7 è riportato anche l'andamento di η_p calcolato assumendo $f = 0.05$. Si osserva che la curva si discosta molto poco da quella ottenuta assumendo f trascurabile, quindi le considerazioni riportate sopra valgono anche nel caso più generale.

È interessante mostrare la relazione tra rendimento propulsivo, velocità di volo e spinta. Per fare questo si riscrive la relazione $\eta_p = 2\nu/(1 + \nu)$ come $\eta_p = 2V_0/(u_e + V_0)$ (nel caso di propulsori ad elica

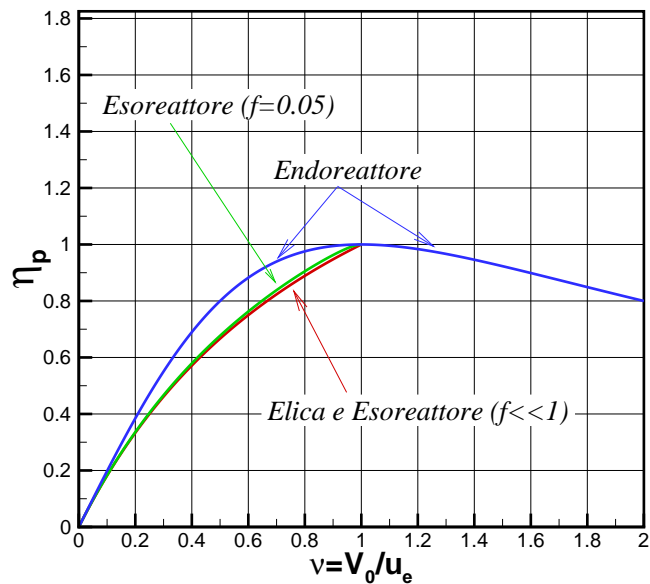


Figura 3.7: Andamento del rendimento propulsivo in funzione del rapporto tra velocità di volo e velocità di efflusso.

questa espressione è utilizzabile sostituendo u_w a u_e), e si scrive u_e in funzione di F , \dot{m}_a e V_0 . Infatti dall'espressione della spinta (3.32) per $f \ll 1$ si ha:

$$u_e = V_0 + \frac{F}{\dot{m}_a} \quad \left(u_w = V_0 + \frac{F}{\dot{m}_{a,el}} \right) \quad (3.58)$$

e quindi:

$$\eta_p = \frac{2}{2 + \frac{F}{\dot{m}_a V_0}} \quad \left(\eta_p = \frac{2}{2 + \frac{F}{\dot{m}_{a,el} V_0}} \right) \quad (3.59)$$

Si ricorda che in questa espressione il significato della portata d'aria è diverso nei due casi in esame: per l'esoreattore \dot{m}_a è la portata d'aria che passa attraverso il motore, mentre per il propulsore ad elica $\dot{m}_{a,el}$ è la portata d'aria elaborata dall'elica. L'andamento riportato in Fig. 3.8 permette un'interessante osservazione. Infatti si può osservare che, a parità di spinta F e velocità di volo V_0 , si possono ottenere valori più elevati di η_p aumentando la portata d'aria elaborata. In altri termini, poiché la spinta è proporzionale alla portata d'aria elaborata e alla variazione di velocità che essa subisce, per ottenere elevati valori di η_p è conveniente operare su grandi portate d'aria, impartendo piccole variazioni di velocità.

Per gli endoreattori il campo ammissibile è semplicemente $v \geq 0$. L'analisi della funzione ((3.57) e Fig. 3.7) mostra che essa ha un massimo di $\eta_p = 1$ per $v = 1$, che si spiega di nuovo con il fatto che l'energia cinetica residua del getto è nulla in quelle condizioni. Diversamente da esoreattori e propulsori ad elica, gli endoreattori possono operare con $\eta_p = 1$ anche se si vedrà che questa non è necessariamente la condizione operativa più vantaggiosa.

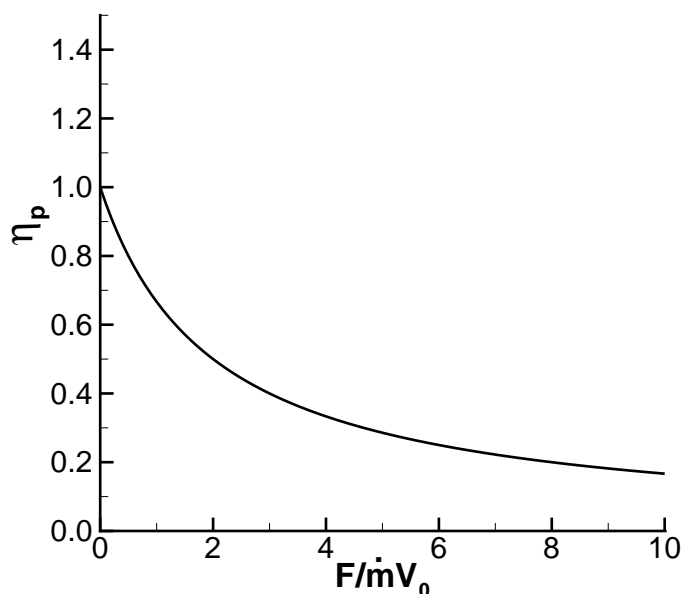


Figura 3.8: Rendimento propulsivo di esoreattori e propulsori ad elica in funzione della spinta adimensionalizzata.

3.2.3 Rendimento globale

Il rendimento globale η_o (*overall efficiency*) è un indice dell'efficienza globale del sistema, e cioè dell'efficienza con cui la potenza disponibile è trasformata in potenza di spinta. Il rendimento globale si definisce quindi come rapporto tra potenza propulsiva P_p e potenza disponibile P_{av} :

$$\eta_o = \frac{P_p}{P_{av}} = \begin{cases} \eta_{th}\eta_{tr}\eta_p & \text{propulsore ad elica} \\ \frac{\dot{m}_a \left[\left(1 + f\right) u_e - V_0 \right] V_0}{\dot{m}_f \left(Q_f + \frac{V_0^2}{2} \right)} \approx \frac{V_0 (u_e - V_0)}{f Q_f} & \text{esoreattore} \\ \frac{\dot{m}_p u_e V_0}{\dot{m}_p \left(Q_p + \frac{V_0^2}{2} \right)} = \frac{u_e V_0}{Q_p + \frac{V_0^2}{2}} & \text{endoreattore} \end{cases} \quad (3.60)$$

Le espressioni riportate in (3.60) sono ricavate dalle definizioni di P_p e P_{av} e sono diverse per ciascuna delle tre famiglie di propulsori considerate:

Propulsori ad elica La separazione tra il generatore di potenza (motore) e il generatore di spinta (elica) fa sì che per massimizzare il rendimento globale possano essere massimizzati separatamente rendimento termico e propulsivo. η_{tr} indica il rendimento di trasmissione di potenza dal motore all'elica.

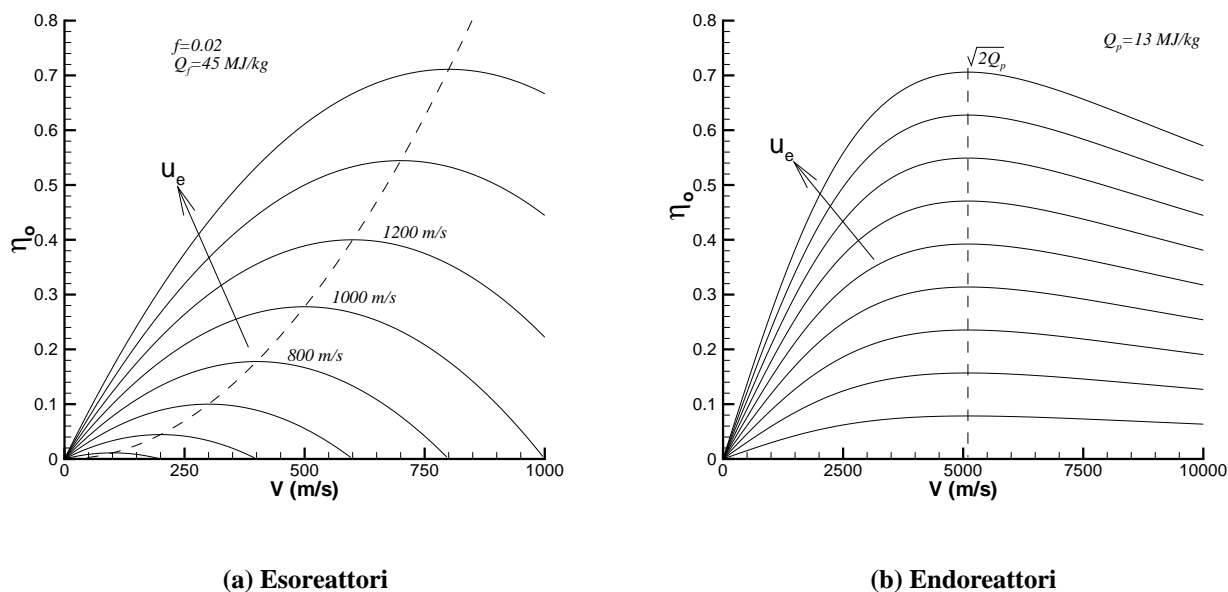


Figura 3.9: Rendimento globale di esoreattori ed endoreattori al variare della velocità di volo e della velocità di efflusso del getto.

Esoreattori Anche per il rendimento globale si può ottenere un'espressione semplificata nell'ipotesi $f \ll 1$, e trascurando il termine cinetico nella potenza disponibile, cioè assumendo $V_0^2/2 \ll Q_f$ nella (3.50). In questo caso si osserva che il rendimento globale assume un andamento parabolico al variare di V_0 (Fig. 3.9). Si può ricavare, derivando la seconda delle (3.60) per f , Q_f e u_e fissati, che il rendimento globale ha un ottimo quando $V_0 = u_e/2$. Tuttavia, in realtà f e u_e non si mantengono affatto costanti al variare della velocità di volo, per cui questo risultato è da prendere con la dovuta cautela. Analogamente, si potrebbe vedere che η_o cresce al diminuire di f , cioè della quantità di combustibile iniettato, ma in queste condizioni diminuisce certamente anche u_e .

Endoreattori Mentre il rendimento propulsivo presenta un massimo per $V_0 = u_e$, il rendimento globale presenta un massimo per $V_0 = \sqrt{2Q_p}$ (Fig. 3.9). Si nota anche in questo caso che il rendimento globale cresce al crescere di u_e . Occorre tuttavia osservare, come già detto, che per un endoreattore il rendimento globale è meno significativo di quanto non sia per gli esoreattori. Questi ultimi operano per la maggior parte del tempo in condizioni di velocità costante, fornendo perciò la spinta necessaria a vincere la resistenza, per cui la potenza di spinta $F V_0$ quantifica effettivamente il termine utile. Il compito tipico degli endoreattori è invece in genere quello di accelerare un carico utile ad alte velocità, piuttosto che di vincere una resistenza all'avanzamento (che tra l'altro si annulla nel vuoto).

3.3 Consumo specifico

Uno dei parametri più importanti nella misura delle prestazioni di un propulsore è il consumo specifico, che indica quanto combustibile (o propellente, nel caso degli endoreattori) è necessario consumare nel-

l'unità di tempo per ottenere una prestazione di riferimento. Poiché il suo valore dipende molto dalle condizioni di volo, per avere un riferimento comune spesso si considerano i valori in condizioni statiche. La prestazione di riferimento può essere diversa per i diversi propulsori. Infatti, per i propulsori ad elica il riferimento è la potenza sviluppata dal motore, mentre per i propulsori a getto il riferimento è la spinta sviluppata dal motore.

Propulsori ad elica (Riferito alla potenza al freno), “*brake specific fuel consumption*”

$$BSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax}} \quad \left[\frac{\text{g/s}}{\text{W}} \right] \text{ oppure } \left[\frac{\text{kg/h}}{\text{kW}} \right]$$

nel caso di turboelica bisogna considerare il contributo del getto, “*equivalent BSFC*”:

$$EBSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax} + \dot{m}_a(u_e - V_0)V_0} \quad \left[\frac{\text{g/s}}{\text{W}} \right] \text{ oppure } \left[\frac{\text{kg/h}}{\text{kW}} \right]$$

Esoreattori (Riferito alla spinta), “*thrust specific fuel consumption*”

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{F} \quad \left[\frac{\text{g/s}}{\text{N}} \right] \text{ oppure } \left[\frac{\text{kg/h}}{\text{N}} \right]$$

Endoreattori (Riferito alla spinta), “*thrust specific fuel consumption*”

$$TSFC = \frac{\dot{m}_p}{F} \quad \left[\frac{\text{g/s}}{\text{N}} \right] \text{ oppure } \left[\frac{\text{kg/h}}{\text{N}} \right]$$

Il consumo specifico è raramente usato come parametro di prestazione nel campo degli endoreattori, dove viene preferito il suo inverso (a meno dell'accelerazione di gravità, vedi oltre), l'impulso specifico.

3.4 Spinta specifica

È una misura di prestazione usata per gli esoreattori. Si tratta della spinta fornita per unità di portata in massa *d'aria* elaborata dal motore. È detta anche impulso specifico relativo all'aria, o semplicemente impulso specifico. È una misura dell'“intensità” del progetto e mette in evidenza la proporzionalità tra spinta e portata d'aria.

$$\text{Spinta specifica: } I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} \simeq u_e - V_0$$

Per i turbogetti valori tipici sono dell'ordine dei 500 ÷ 1000 Ns/kg. Ovviamente tale grandezza non ha significato per gli endoreattori. Anche per la spinta specifica vale la relazione di proporzionalità inversa rispetto al rendimento propulsivo, già osservata a proposito della spinta.

3.5 Impulso specifico e velocità di efflusso equivalente

Nel campo degli endoreattori le prestazioni del motore vengono spesso indicate in termini di impulso specifico, oppure di velocità di efflusso equivalente (o efficace). Diversamente dall'uso invalso nel campo degli esoreattori (dove spesso si indica brevemente con il termine impulso specifico la spinta specifica), per gli endoreattori l'impulso specifico è definito come il periodo di tempo per cui un'assegnata

massa di propellente è in grado di fornire una spinta pari al suo peso a livello del mare [2]. L'impulso specifico è quindi misurato in secondi e si esprime come:

$$I_{sp} = \frac{F}{\dot{m}_p g_0} = \frac{u_{eq}}{g_0} = \frac{1}{g_0 TSFC} \quad [s] \quad (3.61)$$

ed è, a meno della costante g_0 , l'inverso del consumo specifico. Per quanto valutare il peso del propellente al livello del mare sia del tutto arbitrario, specie per propulsori che tipicamente operano nello spazio, questa definizione presenta il (relativo) vantaggio che l'impulso specifico risulta espresso in secondi, indipendentemente dal sistema di unità di misura considerato. Una misura più corretta delle prestazioni di un endoreattore è la velocità di efflusso equivalente (o efficace), data dal rapporto tra spinta e portata *in massa* di propellente, che quindi è proprio l'inverso del consumo specifico $TSFC$:

$$u_{eq} = \frac{F}{\dot{m}_p} = \frac{1}{TSFC} \quad (3.62)$$

Tra impulso specifico e velocità di efflusso equivalente vale l'ovvia relazione

$$I_{sp} = \frac{u_{eq}}{g_0} \quad (3.63)$$

con $g_0 = 9.80665 \text{ m/s}^2$, per cui numericamente l'impulso specifico (espresso in secondi) è circa un decimo della velocità di efflusso efficace espressa in m/s. Occorre comunque osservare che spesso la grandezza (3.62) viene direttamente indicata come impulso specifico, con unità di m/s oppure N/(kg/s) (ovviamente equivalenti). In base alla relazione tra I_{sp} e $TSFC$, si può valutare I_{sp} anche per gli esoreattori, al fine di confrontarne i valori con gli endoreattori.

3.6 Confronto tra le prestazioni tipiche dei diversi propulsori

Valori tipici di consumo ed impulso specifici per le principali famiglie di propulsori sono riportati nella seguente tabella:

Propulsore	BSFC (kg/h)/kW	EBSFC (kg/h)/kW	TSFC (kg/h)/N	I_{sp} s
Motoelica	0.20 ÷ 0.30	—	—	—
Turboelica	—	0.27 ÷ 0.36	—	—
Turbofan (M=0)	—	—	0.03 ÷ 0.05	7000 ÷ 12000
Turbogetto (M=0)	—	—	0.07 ÷ 0.11	3000 ÷ 5000
Ramjet (M=2)	—	—	0.17 ÷ 0.26	1400 ÷ 2000
Endoreattore	—	—	0.80 ÷ 1.80	200 ÷ 450

Il confronto tra i diversi tipi di propulsori permette di notare il vantaggio dei motoelica in termini di consumo specifico rispetto alla potenza rispetto ai turboelica, che si ricorda per`o che sono caratterizzati da maggiori rapporti spinta/peso e minor ingombro frontale. Inoltre si possono confrontare i consumi dei diversi propulsori a getto. Sono ad esempio riportati i consumi di turbofan e turbogetto semplice a punto fisso, dove il primo mostra un notevole risparmio di combustibile a parità di spinta. Maggiori consumi sono invece caratteristici di statoreattori e endoreattori. Per i primi è stato considerato come riferimento la velocità di volo a $M = 2$ non fornendo spinta a punto fisso. Per gli endoreattori si osserva che il consumo a parità di spinta è di un ordine di grandezza superiore a quello dei turboreattori. Ci`o si spiega con il fatto che in questo caso nei consumi bisogna tener conto sia di combustibile sia di ossidante, mentre gli esoreattori sfruttano l'aria atmosferica come ossidante.

3.7 Autonomia

Tra le misure di prestazione degli aeromobili, risulta certamente interessante sapere qual'è la massima distanza che esso è in grado di percorrere. Tale distanza viene detta autonomia dell'aeromobile (*aircraft range*). Si tratta di una misura di prestazione che non riguarda solo il motore, ma l'accoppiamento motore-veicolo. Se si considera infatti il caso di volo a quota e velocità costanti, la spinta deve essere pari alla resistenza aerodinamica del veicolo. Allora:

$$F = D = L \left(\frac{D}{L} \right) = \frac{mg}{L/D} \quad (3.64)$$

Ricordando che:

$$\eta_o = FV_0 / (\dot{m}_f Q_f) \quad (3.65)$$

si ottiene:

$$F = \frac{mg}{L/D} = \frac{\eta_o Q_f}{V_0} \left(- \frac{dm}{dt} \right) \quad (3.66)$$

essendo la diminuzione di massa del veicolo nell'unità di tempo ($dm/dt < 0$) pari alla portata di combustibile \dot{m}_f consumata nello stesso tempo. Assumendo che g, η_o, Q_f, V_0 e l'efficienza aerodinamica $E = L/D$ siano costanti:

$$\Delta t = \frac{\eta_o Q_f L/D}{g V_0} \int_{t_{in}}^{t_{fin}} - \frac{dm}{m} \quad (3.67)$$

L'autonomia s è:

$$s = V_0 \Delta t = \left(\frac{\eta_o E Q_f}{g} \right) \ln \left(\frac{m_{in}}{m_{fin}} \right) \quad (3.68)$$

Quindi, la massa di combustibile m_f necessaria per percorrere la stessa distanza s , diminuisce se aumentano il rendimento globale e/o l'efficienza aerodinamica. È interessante osservare che per avere la massima autonomia non bisogna semplicemente massimizzare il rendimento globale ma il prodotto del rendimento globale (caratteristica del motore) e dell'efficienza aerodinamica E (caratteristica dell'aeromobile). Dall'andamento riportato in Fig. 3.10 si può osservare che, anche se per ottenere un alto rendimento globale del motore converrebbe volare a velocità molto elevate, la caduta di efficienza aerodinamica che si verifica nella transizione tra volo subsonico e volo supersonico fa sì che il prodotto tra efficienza e rendimento globale assuma un massimo a velocità leggermente inferiori a quella sonica.

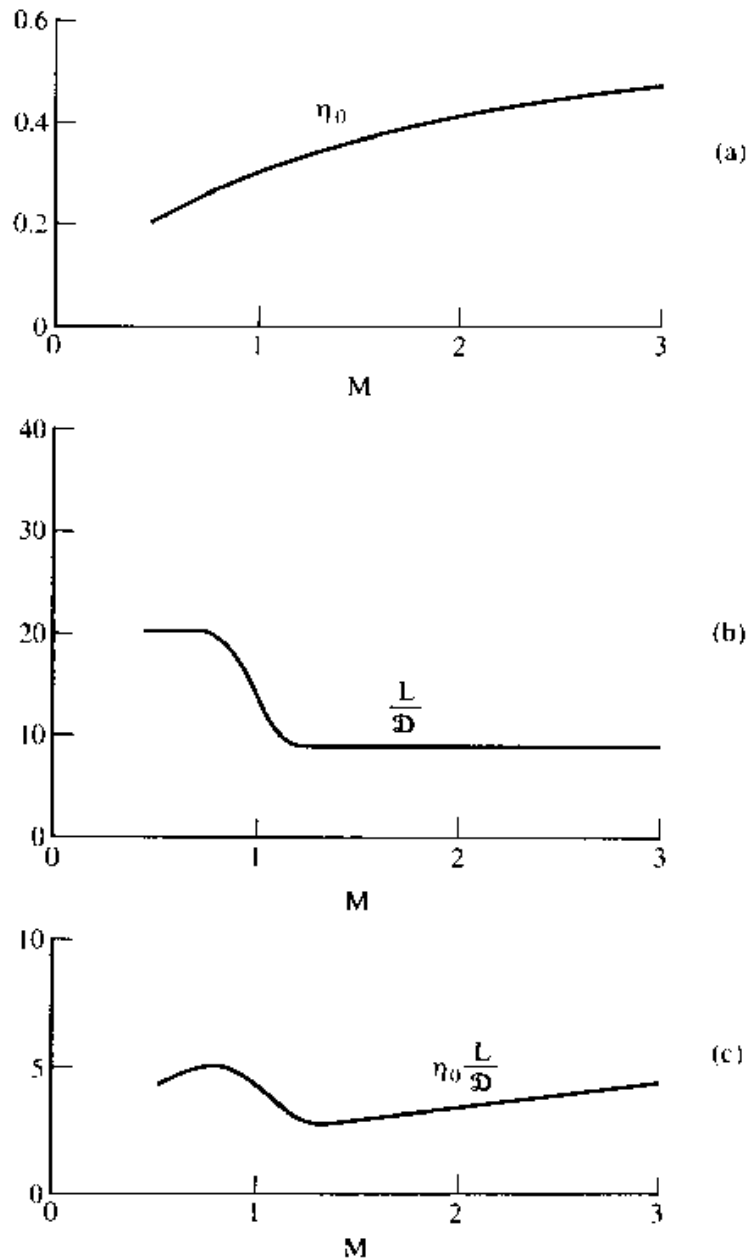


Figura 3.10: Tipiche variazioni di rendimento globale ed efficienza aerodinamica al variare del numero di Mach [6].

Questa è una delle ragioni per cui gran parte degli aerei di linea adotta un numero di Mach di volo in condizioni di crociera prossimo a $M \sim 0.85$. Per trovare un valore del prodotto $\eta_0 L/D$ paragonabile, occorrerebbe spingersi a numeri di Mach di volo superiori a 3, con tutti i problemi che questo comporta, in termini di materiali (a causa del riscaldamento aerodinamico, non si può utilizzare l'alluminio – leggero, densità circa 2700 kg/m^3 , ma che rammollisce a poche centinaia di gradi Celsius, ma occorre impiegare acciaio od il più costoso titanio, entrambi comunque più pesanti dell'alluminio – densità acciaio circa 7900 kg/m^3 , titanio circa 4600 kg/m^3), configurazione aerodinamica (una configurazione che assicuri la stabilità di volo ad alto numero di Mach risulta poco manovrabile a velocità subsonica, men-

tre una che garantisca una buona manovrabilità a bassa velocità risulta poco stabile ad alto numero di Mach), boom sonico, costi.

Domande di verifica

- 3.1 La spinta di un endoreattore può essere espressa come somma di due contributi. Come sono chiamati?
- 3.2 In quali condizioni si dice che un ugello è adattato?
- 3.3 Ricavare l'espressione della spinta di un endoreattore.
- 3.4 Cos'è la velocità di efflusso equivalente? Come è correlata con la velocità di efflusso?
- 3.5 Cosa si intende per spinta "installata"?
- 3.6 Scrivere l'espressione della spinta di un esoreattore.
- 3.7 Scrivere l'espressione della spinta di un propulsore ad elica.
- 3.8 La potenza disponibile a bordo di un veicolo, in cui la sorgente principale di energia è di tipo chimico, può essere espressa come somma di due termini. Quali sono questi termini, e qual'è il loro significato? In quali casi uno di essi può essere trascurato?
- 3.9 Perché quando si parla di efficienza del motore *negli esoreattori* si considera la portata di combustibile, e *negli endoreattori* quella di propellente? Nel caso di endoreattori chimici avrebbe senso considerare la portata di combustibile?
- 3.10 Qual è la potenza resa disponibile dalla combustione di 1 kg di idrocarburo?
 a) 430 J b) 43 kJ c) 43 MJ d) 43000 J e) 43000 MJ
- 3.11 Il propulsore trasforma l'energia chimica del combustibile in energia cinetica del fluido propulsivo. Non tutta l'energia cinetica viene però utilizzata per la propulsione. Dove va a finire la restante parte di energia cinetica?
- 3.12 Perché il rendimento propulsivo di un motore ad elica è, a parità di spinta e velocità di volo, superiore a quello di un turbogetto?
- 3.13 L'espressione semplificata del rendimento propulsivo di un esoreattore in funzione di ν è una funzione crescente di ν , tendente asintoticamente al valore 2. Perché non si possono praticamente realizzare propulsori con $\eta_p > 1$?
- 3.14 Si ricavi l'espressione del rendimento propulsivo in funzione della spinta specifica, per esoreattori e propulsori ad elica.
- 3.15 Nonostante il rendimento propulsivo di un esoreattore sia massimo per $V_0 = u_e$, il rendimento globale ha un massimo per un valore di V_0 inferiore. Perché? Qual'è il valore di V_0 per cui si ha il minimo consumo?
- 3.16 Si ricavi la relazione tra TSFC e η_o per un esoreattore.

- 3.17** Si ricavi la relazione tra I_{sp} e TSFC per un endoreattore.
- 3.18** Perché la maggior parte degli aerei di linea adotta una velocità di crociera corrispondente ad un numero di Mach $M \sim 0.85$?

Esercizi Svolti

- 3.1** Calcolare il rendimento propulsivo in condizioni di crociera per il motore RB211 (adottato dal Boeing 747). Dati: $z = 10000$ m; $M = 0.85$, $u_e = 390$ m/s, ugello adattato.
 R. Dalle tabelle dell'atmosfera standard si ha che $T_a = 223.25$ K. Per l'aria $\gamma = 1.4$ e $R = 287$ J/(kgK), quindi $a_a = \sqrt{\gamma RT_a} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 223.25} = 299.5$ m/s. La velocità di volo è $V = Ma_a = 0.85 \cdot 299.5 = 254.6$ m/s. Il rendimento propulsivo è quindi:

$$\nu = V/u_e = 0.653 \quad \eta_p = \frac{2\nu}{1 + \nu} = 0.790$$

- 3.2** Un aeroplano vola alla velocità costante di 268 m/s grazie alla spinta di un turboreattore. La portata d'aria attraverso il motore è di 45 kg/s e la portata di combustibile è di 1 kg/s. La velocità di efflusso del getto è di 610 m/s e l'ugello è adattato. Si consideri trascurabile la resistenza di installazione. Si calcoli: (a) ram drag, (b) spinta del getto, (c) spinta, (d) impulso specifico all'aria, (e) TSFC, (f) potenza disponibile (assumendo $Q_f = 45$ MJ/kg), (g) potenza propulsiva, (h) rendimento propulsivo, (i) rendimento globale.

R.

- (a) $Ram\ drag = \dot{m}_a V_0 = 12.06$ kN
 (b) $Spinta\ del\ getto (\dot{m}_a + \dot{m}_f)u_e = 28.06$ kN
 (c) $Spinta\ F = (\dot{m}_a + \dot{m}_f)u_e - \dot{m}_a V_0 = 16$ kN
 (d) $Impulso\ specifico\ all'aria\ I_a = F/\dot{m}_a = 355$ N · s/kg
 (e) $TSFC = \dot{m}_f/F = 0.225$ kg/h/N
 (f) $P_{av} = \dot{m}_f Q_f = 45$ MW
 (g) $P_p = FV = 4.29$ MW
 (h) $\eta_p = 2\nu/(1 + \nu) = 61\%$ ($\nu = 0.439$)
 (i) $\eta_o = P_p/P_{av} = 9.5\%$

- 3.3** Un turboreattore elabora una portata d'aria di 70 kg/s a livello del mare, e presenta un ugello convergente con area della sezione di efflusso $A_e = 0.29$ m². Calcolare spinta e rendimento propulsivo a punto fisso, ed in volo a $M = 0.85$; $z = 9000$ m. Si assuma $\gamma = 1.33$, e che la portata d'aria elaborata dal motore vari con la quota come la densità. L'ugello lavora sempre in condizioni di saturazione, e con temperatura di efflusso pari a 1000 K. Calcolare inoltre il rendimento globale del turboreattore sapendo che $f = 0.02$ e $Q_f = 45$ MJ/kg.

R.

Per l'aria elaborata dal motore si assume $R = 287$ J/(kgK).

Dalle tabelle dell'atmosfera standard $p_a = 101$ kPa a livello del mare.

$$F_0 = \dot{m}_0 u_e + (p_e - p_a) A_e \quad \text{e} \quad u_e = u^* = \sqrt{\gamma R T_e} = 618 \text{ m/s}$$

$$T_e = T^* = 1000 \text{ K}; \quad (\rho^*)_0 = \dot{m}_0 / (u^* A_e) = 0.39 \text{ kg/m}^3$$

$$(p^*)_0 = (\rho^*)_0 R T^* = 112 \text{ kPa} \quad \text{quindi} \quad F_0 = 43.3 + 3.2 = 46.5 \text{ kN}$$

il rendimento propulsivo è naturalmente nullo a punto fisso. In quota si ha:

$$F_z = \dot{m}_z (u^* - V) + (p_e - p_z) A_e$$

$$\dot{m}_z = \dot{m}_0 \frac{(\rho^*)_z}{(\rho^*)_0} = 70 \cdot \frac{0.467}{1.225} = 26.7 \text{ kg/s}$$

$$V = M a_z = M \sqrt{\gamma R T_z} = 0.85 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 229.7} = 258 \text{ m/s}$$

$$(\rho^*)_z = \dot{m}_z / (u^* A_e) = 0.149 \text{ kg/m}^3; \quad (p^*)_z = (\rho^*)_z R T^* = 42.8 \text{ kPa}$$

$$F_z = 26.7 \cdot (618 - 258) + (42600 - 30800) \cdot 0.29 = 9600 + 3400 = 13000 \text{ N e quindi } F_z = 13 \text{ kN}$$

Per calcolare il rendimento propulsivo si considera la velocità di efflusso equivalente.

$$u_{eq,z} = F_z / \dot{m}_z + V = 745 \text{ m/s} \Rightarrow \nu = V / u_{eq,z} = 0.346 \Rightarrow \eta_p = 51.4\%$$

$$\text{Il rendimento globale è dato da: } \eta_o = (F_z V) / (f \dot{m}_z Q_f) = 14.0\%$$

3.4 Un endoreattore con un ugello convergente del diametro di 10 cm produce una spinta pari a 13 kN quando viene provato a livello del mare. Calcolare la pressione totale nell'ugello, supponendo che essa sia superiore a 200 kPa. Si consideri $\gamma = 1.3$. Quanto vale la spinta impulsiva? E quella di pressione?

R.

$$F = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e$$

$$p_0 / p^* = (1 + \delta)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.832$$

$$p^* > p_a \Rightarrow \text{ugello saturato } A_e = A_t, p_e = p^*, u_e = a^*$$

$$F = [\rho^* (a^*)^2 + p^* - p_a] A_t \quad \text{ma} \quad a^2 = \gamma p / \rho$$

$$F / A_t = (\gamma + 1) p^* - p_a \Rightarrow p^* = 764 \text{ kPa}; \quad p_0 = 1400 \text{ kPa}$$

$$\text{Spinta impulsiva } F_{imp} = \dot{m}_p u_e = \gamma p^* A_t = 7800 \text{ N}$$

$$\text{Spinta di pressione } F_{pres} = (p_e - p_a) A_e = (p^* - p_a) A_t = 5200 \text{ N}$$

Esercizi Proposti

3.5 Calcolare il rendimento propulsivo in condizioni di crociera per il motore Olympus 593 (Concorde).

Dati: $z = 15000 \text{ m}$; $M_0 = 2$, $u_e = 1009 \text{ m/s}$, ugello adattato.

R. $\eta_p = 0.738$

3.6 Si consideri un turbogetto con ugello convergente avente sezione minima pari a 0.07 m^2 , in volo a $M = 0.85$ alla quota $z = 12000 \text{ m}$. Conoscendo la temperatura e la pressione totale del flusso all'interno dell'ugello, pari rispettivamente a 1000 K e 90 kPa , e supponendo che le proprietà

del gas siano uguali a quelle dell'aria ($R = 287 \text{ J}/(\text{Kkg})$), calcolare le grandezze T , p e u nella sezione di efflusso, la portata attraverso l'ugello, la spinta generata dal propulsore e il suo rendimento propulsivo. Calcolare il rendimento globale ed il consumo specifico sapendo che $f = 0.02$, e che il combustibile è un idrocarburo.

R. $p_e = 47545 \text{ Pa}$, $T_e = 833 \text{ K}$, $u_e = 578.6 \text{ m/s}$, $\dot{m}_e = 8.05 \text{ kg/s}$, $F = 4649 \text{ N}$, $\eta_p = 46.7\%$, $\eta_o = 16.2\%$, $T S F C = 0.124 \text{ (kg/s)/N}$.

3.7 Calcolare la spinta a punto fisso a livello del mare di un turbogetto, sapendo che la pressione totale del flusso all'interno dell'ugello convergente, avente area della sezione minima pari a 0.07 m^2 , è 300 kPa . Il getto ha le stesse proprietà dell'aria.

R. $F = 19533 \text{ N}$

3.8 Si vuole progettare l'ugello di un endoreattore in modo che esso sia adattato alla quota di 5000 m , e che a quella quota il propulsore fornisca una spinta pari a 100 kN . La temperatura e la pressione totale del flusso all'interno dell'ugello sono pari rispettivamente a 2500 K e 7000 kPa . Si calcoli il rapporto tra l'area della sezione di uscita e l'area della sezione di gola, e l'impulso specifico che si ottiene alla quota di adattamento, a livello del mare e nel vuoto. Si assuma per il fluido propulsivo $\gamma = 1.2$ e $\mathcal{M} = 20 \text{ kg/kmol}$.

R. $A_e/A^* = 14.473$, $I_{sp,0} = 252.7 \text{ s}$, $I_{sp,5000} = 268.4 \text{ s}$, $I_{sp,vuoto} = 286.3 \text{ s}$

3.9 Un veicolo propulso da endoreattore è in volo a velocità sonica alla quota $z = 10000 \text{ m}$. Assumendo $Q_p = 12.5 \text{ MJ/kg}$ e $I_{sp} = 380 \text{ s}$ si calcolino rendimento termico, propulsivo e globale.

R. $\eta_{th} = 55.7\%$, $\eta_p = 16.0\%$, $\eta_o = 8.9\%$

3.10 Supponendo che l'impulso specifico resti costante al variare della quota, confrontare i valori dei rendimenti ottenuti per lo stesso endoreattore dell'esercizio 3.9 nelle seguenti condizioni di volo: (a) vedi esercizio 3.9; (b) $z = 20000 \text{ m}$ e $M = 2.0$; (c) $z = 30000 \text{ m}$ e $M = 3.2$.

R.

(a): $\eta_{th} = 55.7\%$, $\eta_p = 16.0\%$, $\eta_o = 8.9\%$

(b): $\eta_{th} = 56.2\%$, $\eta_p = 30.9\%$, $\eta_o = 17.4\%$

(c): $\eta_{th} = 57.1\%$, $\eta_p = 48.6\%$, $\eta_o = 27.7\%$

3.11 Supponendo noto l'impulso specifico nel vuoto ($I_{sp,vac} = 385 \text{ s}$) confrontare i valori dei rendimenti ottenuti per lo stesso endoreattore dell'esercizio 3.9 nelle seguenti condizioni di volo: (a) vedi esercizio 3.9; (b) $z = 20000 \text{ m}$ e $M = 2.0$; (c) $z = 30000 \text{ m}$ e $M = 3.2$.

R.

(a): $\eta_{th} = 55.7\%$, $\eta_p = 16.0\%$, $\eta_o = 8.9\%$

(b): $\eta_{th} = 57.3\%$, $\eta_p = 30.6\%$, $\eta_o = 17.5\%$

(c): $\eta_{th} = 58.5\%$, $\eta_p = 48.0\%$, $\eta_o = 28.1\%$

Capitolo 4

Il ciclo turbogas

Nella precedente rassegna generale dei propulsori aerospaziali si è visto che i più comuni propulsori aeronautici generano la potenza propulsiva attraverso un ciclo basato su una turbina a gas (in breve, ciclo turbogas); tra questi i turboreattori (turbogetto semplice, turbofan, ...) e le turboeliche (turboelica, turboshaft, propfan). Per comprendere il comportamento di tali propulsori è dunque necessario analizzare innanzitutto il ciclo turbogas. Si ricorda che, in questo contesto, un ciclo termodinamico rappresenta uno strumento per conferire ed estrarre energia mediante scambio con un fluido, il quale svolge la funzione di vettore energetico.

Attraverso lo studio del ciclo termodinamico di un propulsore si possono valutare i parametri di prestazione (e cioè principalmente spinta o potenza, e consumo specifico) in funzione dei vincoli del progetto (come ad esempio la massima temperatura ammissibile in turbina), delle condizioni di volo (temperatura e pressione ambiente, numero di Mach di volo), e delle scelte progettuali (rapporto di compressione del compressore, rapporto di bypass e rapporto di compressione del fan, ...).

Nell'analisi del ciclo qui riportata, i diversi componenti del motore sono trattati per il momento come "scatole nere", nel senso che non sono analizzati i dettagli del funzionamento di ciascuno di essi, ma semplicemente gli effetti globali che essi producono. In un ciclo termodinamico, la massa di fluido termovettore subisce trasformazioni cicliche, nel senso che al termine del ciclo il fluido si ritrova nello stesso stato che possedeva al suo inizio. Queste trasformazioni possono essere identificate seguendo l'evoluzione di due variabili di stato; è noto infatti che sono sufficienti due variabili per definire univocamente lo stato di un fluido monofase. Le trasformazioni sono quindi riportate in piani termodinamici in cui in ascissa e ordinata figurano due opportune variabili di stato. I piani termodinamici più comunemente utilizzati sono: il piano di Clapeyron $p - v$, dove in una trasformazione reversibile l'area sottesa dalla curva che rappresenta la trasformazione è pari al lavoro scambiato, di interesse soprattutto nello studio dei motori alternativi; il piano di Mollier $h - s$, particolarmente interessante nello studio dei motori a flusso continuo dove le differenze di ordinata in una fase del ciclo corrispondono al lavoro e/o calore scambiato per unità di massa (si ricorda che $Q + L_s = \Delta h_0$); ed il piano entropico $T - s$, che presenta, oltre alle proprietà analoghe al piano di Mollier nel caso che il fluido operativo sia caloricamente perfetto (c_p costante), anche quella di adottare come ordinata la temperatura, variabile direttamente misurabile a differenza dell'entalpia, e quella che l'area sottesa da una trasformazione *reversibile* è pari al calore scambiato con l'esterno. Per quanto potrebbe sembrare a prima vista più conveniente adottare un piano $h_0 - s$ (oppure $T_0 - s$), occorre osservare che, a causa delle basse velocità del fluido operativo nel compressore, nella camera di combustione e nella turbina, risulta $h \simeq h_0$, e soprattutto che usare h_0 non consente di visualizzare le trasformazioni di energia cinetica in energia termica e viceversa che avvengono, nei motori a getto, nella presa dinamica e nell'ugello, rispettivamente, e che sono invece di

fondamentale importanza per tali motori, derivati diretti del turbogas.

Il ciclo turbogas è detto anche di Brayton–Joule, e viene studiato sul piano $h - s$ oppure, qualora si possa assumere costante il calore specifico (come supposto in queste note), sul piano $T - s$, vedi Fig. 4.1, poiché si riferisce ad un flusso continuo. In Fig. 4.1 è rappresentato anche il diagramma del ciclo nel piano di Clapeyron anche se in questo caso quest'ultimo non è particolarmente vantaggioso; le aree sottese dalle trasformazioni reversibili includono infatti in questo piano non solo il lavoro scambiato con l'esterno ma anche il lavoro compiuto dal flusso.

Si noti che nel piano $T - s$ la pendenza di una curva che rappresenta una trasformazione pu` essere desunta dalla relazione di Gibbs

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} = c_p dT - \frac{dp}{\rho} \quad (4.1)$$

per cui in particolare per un'isobara si ha

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_p} \quad (4.2)$$

Questa relazione evidenzia come la pendenza di un'isobara sia proporzionale alla temperatura, quindi le isobare risultano *divergenti*.

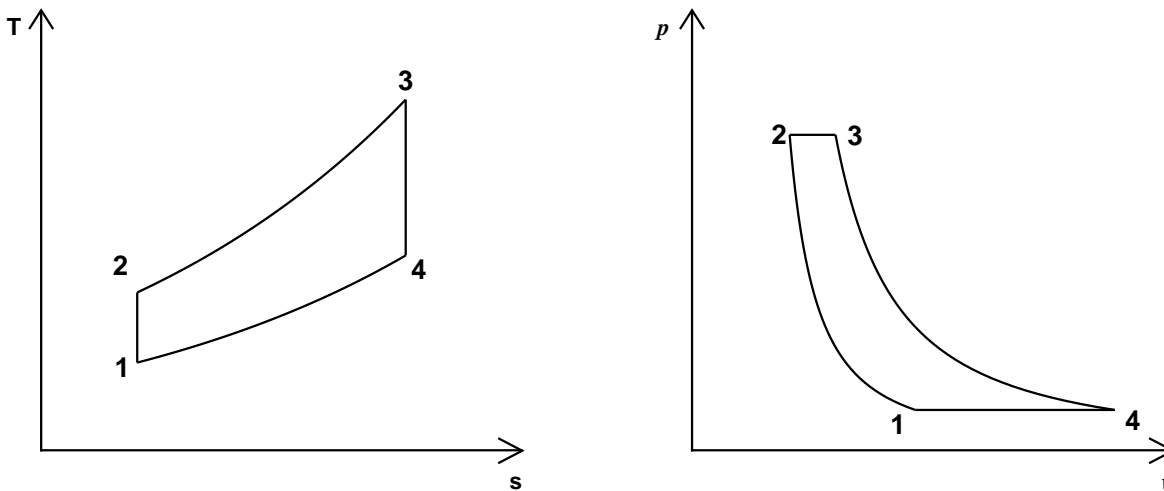


Figura 4.1: Ciclo turbogas ideale.

Il ciclo turbogas descrive l'evoluzione dello stato di una massa fluida, suddivisa in quattro fasi, la quale permette di trasformare parte del calore che viene somministrato al fluido in lavoro. Esso è quindi costituito dalle seguenti trasformazioni:

- 1-2** Compressione isentropica. Il fluido viene innanzitutto compresso, trasformazione che idealmente avviene senza scambio di calore con l'esterno (trasformazione adiabatica) e in modo reversibile (trasformazione adiabatica reversibile, dunque isentropica). La compressione provoca anche un aumento di temperatura ed una riduzione di volume specifico. Il fluido viene compresso al fine di poter successivamente compiere lavoro, espandendo dopo essere stato energizzato dallo scambio di calore.

- 2-3** Adduzione di calore a pressione costante. In questa trasformazione la massa fluida evolvente riceve calore dall'esterno. Questo processo può avvenire in diversi modi. Nel caso del ciclo Brayton-Joule, esso avviene idealmente a pressione costante. Ovviamente l'adduzione di calore comporta un aumento della temperatura e, avvenendo a pressione costante, anche un aumento del volume specifico v . In questa fase non viene scambiato lavoro con l'esterno.
- 3-4** Espansione isentropica. Come la compressione, anche questa trasformazione viene idealmente svolta senza scambio di calore con l'esterno (adiabatica) ed in modo reversibile (isentropica). Il fluido, espandendo, compie lavoro e la sua temperatura diminuisce, mentre il volume specifico aumenta.
- 4-1** Sottrazione di calore a pressione costante. Il fluido, avendo recuperato la pressione iniziale al termine della trasformazione precedente, ma trovandosi tuttavia ad una temperatura più elevata di quella iniziale (poiché non tutto il calore fornito può essere trasformato in lavoro, per il secondo principio della termodinamica), deve essere raffreddato per tornare nelle condizioni iniziali. Anche questa trasformazione viene realizzata senza scambiare lavoro con l'esterno.

Il ciclo ideale appena descritto è un ciclo "chiuso" (il fluido operativo al termine del ciclo ne inizia uno nuovo); si è inoltre assunto che il calore sia scambiato con il fluido attraverso scambiatori di calore ideali. Tuttavia, in pratica questo ciclo rappresenta abbastanza bene anche l'evoluzione di un ciclo "aperto" in cui la massa fluida dapprima viene compressa (1 – 2), quindi aumenta la sua temperatura non per effetto di uno scambiatore di calore ma attraverso la trasformazione di energia chimica da esso posseduta in energia termica (combustione, 2 – 3), e quindi espande fornendo lavoro (3 – 4). La trasformazione che riporta il fluido nello stato iniziale avviene all'esterno del motore, in quanto il fluido espulso nelle condizioni 4 torna gradatamente in equilibrio termico con l'ambiente. Un esempio è mostrato in Fig. 4.2

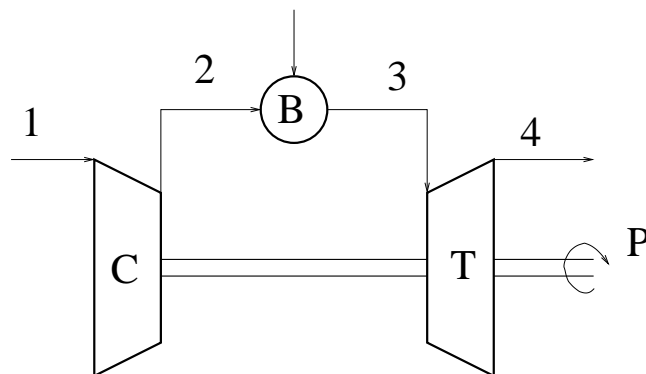


Figura 4.2: Schema di una turbina a gas (gruppo turbogas).

dove il lavoro viene fornito al fluido dal compressore C, ed il calore attraverso la combustione che avviene nel combustore (B, *burner*) grazie all'introduzione di combustibile. Il fluido quindi espande nella turbina T, fornendo l'energia necessaria a muovere il compressore, più un'energia in eccesso, la quale viene sfruttata dall'utilizzatore (P). In questo ciclo aperto, le proprietà della massa fluida evolvente si modificano per effetto della combustione (in particolare, il contenuto di ossigeno diminuisce) per cui bisogna rinnovarla ad ogni ciclo. A rigore quindi il funzionamento non è più ciclico ma continuo, in cui ciascuna particella fluida segue l'evoluzione 1 – 4.

Il caso di ciclo aperto è quello più comune sia per i propulsori aeronautici sia per gli impianti per la generazione di potenza terrestri. Tuttavia, in alcuni casi quest'ultimi possono anche adottare cicli chiusi.¹

Prima di passare all'analisi del ciclo, è opportuno precisare le convenzioni che verranno usate per i segni di lavoro e calore. Per il principio di conservazione dell'energia per un flusso stazionario, considerando la potenza fornita sotto forma di lavoro all'albero \dot{L}_s , e sotto forma di calore \dot{Q} al fluido propulsivo, si ha:

$$\dot{L}_s + \dot{Q} = \dot{m} \Delta h_0 \quad (4.3)$$

In generale in queste note, sia il lavoro che il calore sono assunti positivi se *forniti* al fluido.² In particolare, con L_s e Q si indicano lavoro e calore, rispettivamente; con \dot{L}_s e \dot{Q} lavoro e calore per unità di tempo (potenze); e con L e Q lavoro e calore per unità di massa.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Compressione: } \dot{Q} = 0 \text{ e } \dot{L}_s > 0 \Rightarrow L_c = \dot{L}_s / \dot{m} = \Delta h_0 = h_2 - h_1 \\ \text{Riscaldamento: } \dot{L}_s = 0 \text{ e } \dot{Q} > 0 \Rightarrow Q_e = \dot{Q} / \dot{m} = \Delta h_0 = h_3 - h_2 \\ \text{Espansione: } \dot{Q} = 0 \text{ e } \dot{L}_s < 0 \Rightarrow L_t = - \dot{L}_s / \dot{m} = - \Delta h_0 = h_3 - h_4 \\ \text{Scarico: } \dot{L}_s = 0 \text{ e } \dot{Q} < 0 \Rightarrow Q_u = - \dot{Q} / \dot{m} = - \Delta h_0 = h_4 - h_1 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Nel caso del compressore il lavoro L_c viene considerato positivo se fornito al fluido (come nel caso generale), mentre per la turbina il lavoro si considera invece positivo se è *prodotto* dal fluido (sulla macchina). In (4.4) sono stati introdotte anche le grandezze Q_e e Q_u , calore introdotto (entrante - nel combustore) e sottratto (uscendo - nella fase di raffreddamento dei gas di scarico nell'ambiente), positivi rispettivamente per il combustore e per lo scarico. Nell'ambito di questa lezione il ciclo turbogas verrà studiato, come detto, senza avanzare ipotesi su come vengano effettivamente realizzate le fasi di compressione, adduzione di calore, espansione e scarico, né si distinguerà ciclo aperto da ciclo chiuso.

4.1 Ciclo ideale

L'ipotesi di ciclo ideale prevede che ciascun componente del ciclo si comporti idealmente. Tale ipotesi consente di descrivere il ciclo mediante relazioni molto semplici, che comunque permettono di elucidare gli aspetti essenziali del fenomeno, e di trarre importanti conclusioni. L'importanza dell'analisi del ciclo ideale risiede inoltre nel fatto che essa permette di valutare il limite massimo delle prestazioni ottenibili con un ciclo reale. Inoltre, tale studio potrà essere facilmente esteso a quello dei diversi propulsori aerospaziali basati sul ciclo di turbina a gas.

La definizione di ciclo ideale è basata sulle seguenti ipotesi semplificative:

- Gas ideale: si assume che la massa di fluido evolvente si comporti sempre come gas ideale sia dal punto di vista termico (cioè vale l'equazione di stato nella forma $p = \rho RT$) che calorico (calori specifici, e quindi γ , costanti).

¹E' opportuno sottolineare ancora che il ciclo Brayton descrive bene l'evoluzione di un ciclo a flusso continuo, in contrapposizione ai cicli Otto e Diesel che descrivono i cicli intermittenti dei motori alternativi.

²Spesso in termodinamica e nello studio delle macchine si usano invece convenzioni opposte per calore e lavoro: il primo positivo se fornito al fluido, il secondo se compiuto dal fluido.

- Attrito e dispersione di calore nulli (in realtà l'attrito provoca una riduzione di pressione totale, che tuttavia verrà trascurata).
- Perdite di pressione nulle (l'adduzione e la sottrazione di calore comportano in realtà in generale variazioni di pressione totale. Sotto l'ipotesi di ciclo ideale, tali variazioni saranno considerate trascurabili).
- Espansione e compressione adiabatiche e reversibili (quindi isentropiche).
- Variazione di massa nulla: la massa di fluido evolvente resta costante senza variare né per dispersione né per adduzione di combustibile.
- Composizione chimica del fluido costante (in realtà essa varia a causa dell'iniezione di combustibile e della conseguente reazione, tuttavia la portata di combustibile è solo una piccola frazione della portata d'aria, per cui la variazione di composizione, ed in particolare il conseguente effetto sul peso molecolare del fluido, risultano molto modesti).

Le prestazioni calcolate sotto tali ipotesi risultano ovviamente superiori a quelle reali. Il rendimento termodinamico del ciclo η_{th} è definito come rapporto tra lavoro utile (che verrà indicato con L_u , inteso come lavoro per unità di massa di fluido evolvente) e calore fornito Q_e (sempre riferito all'unità di massa di fluido). Il lavoro utile è la differenza tra il lavoro (per unità di massa di fluido) prodotto in turbina e quello assorbito dal compressore:

$$L_u = L_t - L_c \quad (4.5)$$

Poiché in una trasformazione ciclica si ha, lungo l'intero ciclo

$$\Delta h_0 = 0 \quad (4.6)$$

(ossia il fluido ritorna nelle condizioni iniziali al termine di un ciclo), che per l'equazione dell'energia si scrive

$$\Delta h_0 = \Delta Q + \Delta L_s = Q_e - Q_u + L_c - L_t = 0 \quad (4.7)$$

per le convenzioni dei segni introdotte in (4.4), ossia ancora

$$L_u = L_t - L_c = Q_e - Q_u \quad (4.8)$$

Si può quindi esprimere il rendimento termodinamico come

$$\eta_{th} = \frac{L_u}{Q_e} = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = \frac{c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (4.9)$$

avendo utilizzato l'ipotesi di gas caloricamente perfetto. La relazione (4.9) si può semplificare considerando che il ciclo studiato è un *ciclo simmetrico*, dizione con la quale si intende un ciclo costituito da due coppie di trasformazioni dello stesso tipo (due isentropiche e due isobare in questo caso). Indicando il rapporto di compressione del compressore con $\beta_c = p_2/p_1$, e ricordando la relazione tra temperatura e pressione in una trasformazione isentropica, si ottiene infatti, indicando con τ_c il rapporto di temperature per un'isentropica

$$\tau_c = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma} \quad \left(\text{lungo un'isentropica: } \frac{T}{p^{(\gamma-1)/\gamma}} = \text{cost} \right) \quad (4.10)$$

Ne segue che

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \Rightarrow \frac{T_3 - T_2}{T_2} = \frac{T_4 - T_1}{T_1} \Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (4.11)$$

Quindi sostituendo (4.11) e (4.10) in (4.9) si ottiene:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\beta_c^{(\gamma-1)/\gamma}} \quad \text{oppure} \quad \eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\tau_c} \quad (4.12)$$

Il risultato è che nel ciclo ideale il rendimento termodinamico *non* dipende dalle temperature del ciclo, ma soltanto dal rapporto di compressione β_c . Va comunque osservato che, fissate le temperature T_1 e T_3 del ciclo, il rapporto di compressione non può superare il valore limite

$$\beta_{c,limite} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (4.13)$$

in corrispondenza al quale la temperatura di fine compressione T_2 eguaglia quella massima accettabile in turbina, T_3 . Riportando il rendimento termodinamico in funzione del rapporto di compressione si osserva quindi l'andamento continuamente crescente mostrato in Fig. 4.3. Il rendimento termodinamico

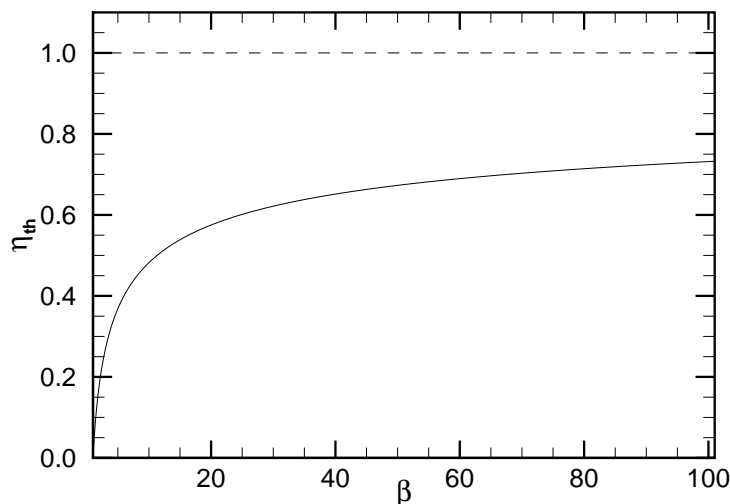


Figura 4.3: Rendimento termodinamico del ciclo ideale di turbina a gas.

del ciclo può essere confrontato con quello massimo possibile per un ciclo che opera tra le temperature T_1 e T_3 , che è quello del ciclo di Carnot (tratteggiato in Fig. 4.4):

$$\eta_{th,Carnot} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (4.14)$$

La Fig. 4.4 mette in evidenza che, per avvicinare i rendimenti termodinamici del ciclo di Carnot, la temperatura di fine compressione e quella massima non devono essere molto diverse. Infatti quanto più sono prossime T_2 e T_3 , tanto più la trasformazione isobara 2 – 3 sarà prossima ad una isoterma, e

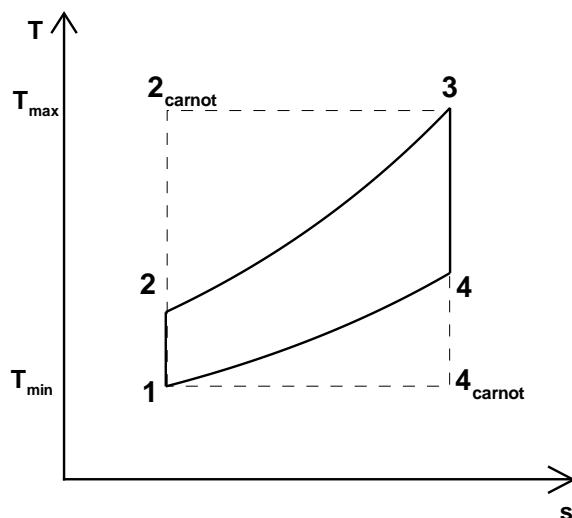


Figura 4.4: Confronto tra il ciclo ideale turbogas (linea continua 1234) ed il ciclo di Carnot (linea tratteggiata $12_{carnot}34_{carnot}$), operanti tra le stesse temperature estreme.

quindi il ciclo sotto esame al ciclo di Carnot. Oltre al rendimento termodinamico, ha interesse valutare il comportamento del lavoro utile L_u (per unità di massa di fluido) che può essere fornito dal ciclo, differenza tra lavoro fornito dalla turbina L_t e valore assorbito dal compressore L_c . Nel piano $T - s$ di Fig. 4.1 il lavoro utile è quindi proporzionale alla differenza tra i due segmenti $3 - 4$ e $2 - 1$, il primo infatti è proporzionale a L_t essendo $L_t = \Delta h = c_p \Delta T$ in una trasformazione adiabatica, e il secondo a L_c essendo anche questa trasformazione adiabatica. Perché ci sia lavoro utile è evidentemente $L_t > L_c$, cioè in corrispondenza allo stesso rapporto di pressione il salto entalpico è maggiore nella turbina che nel compressore. Ciò è illustrato graficamente in Fig. 4.1, dove, si ricorda, le due isobare sono divergenti. Il lavoro utile può essere calcolato anche a partire dal rendimento termodinamico. In tal caso esso può essere espresso dal prodotto di η_{th} per il calore fornito all'unità di massa di fluido Q_e , per cui si può esprimere come:

$$L_u = \eta_{th} Q_e = \left(1 - \frac{1}{\tau_c}\right) c_p (T_3 - T_2) \quad (4.15)$$

e sostituendo la relazione tra T_2 , T_1 e β_c (oppure τ_c) (essendo la trasformazione 1-2 isentropica):

$$T_2 = T_1 \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma} = T_1 \tau_c \quad (4.16)$$

si ottiene per il lavoro utile:

$$L_u = c_p (T_3 - T_1 \tau_c) \left(1 - \frac{1}{\tau_c}\right) = c_p T_1 (\tau - \tau_c) \left(1 - \frac{1}{\tau_c}\right) \quad (4.17)$$

avendo indicato con τ il rapporto tra le temperature massima e minima del ciclo:

$$\tau = \frac{T_3}{T_1} \quad (4.18)$$

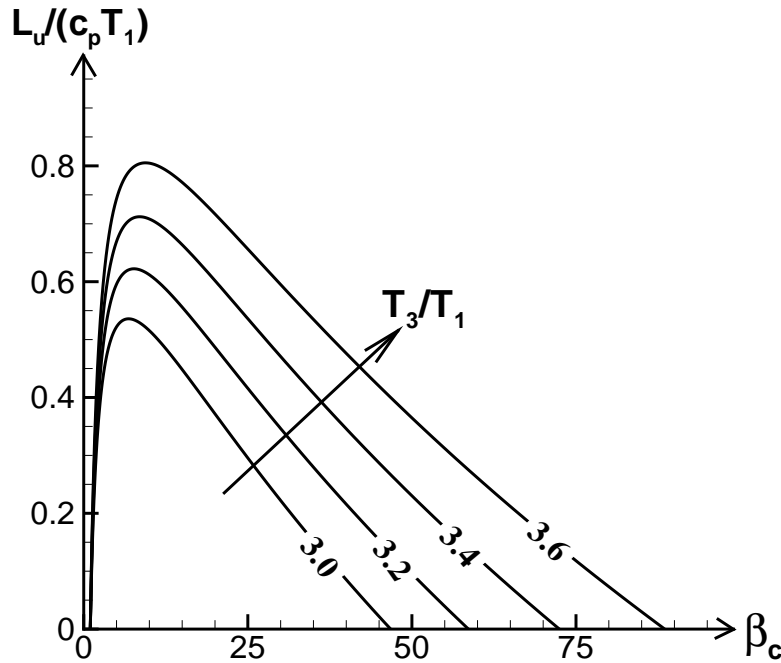


Figura 4.5: Andamento del lavoro utile al variare del rapporto di compressione e del rapporto tra le temperature estreme del ciclo (per $\gamma = 1.4$).

Quindi il lavoro utile dipende non solo dal rapporto di compressione β_c , ma anche dalle temperature massima e minima del ciclo. Analizzando il comportamento al variare di β_c , mostrato in Fig. 4.5, si osserva che il lavoro utile è positivo per valori di β_c compresi tra quelli che annullano i due fattori tra parentesi in (4.17). In particolare, il lavoro utile si annulla:

- Quando si annulla η_{th} , cioè quando $\tau_c = 1$ (ossia $\beta_c = 1$): non si ha compressione, per cui il fluido non può espandersi e di conseguenza compiere lavoro. Ricordando che il lavoro utile è pari all'area racchiusa dal ciclo nel piano $T - s$,³ da Fig. 4.6 si può vedere che $L_u = 0$ quando $\beta_c = 1$, essendo in tal caso $T_2 = T_1$ e $T_3 = T_4$.
- Quando si annulla Q_e , cioè $T_3 = T_2$ e quindi $\tau_c = \tau$ [ossia $\beta_c = (T_3/T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}$]: non viene fornito calore al fluido che quindi in fase di espansione ha energia sufficiente soltanto per compensare il lavoro di compressione. Anche questo risultato può essere desunto osservando come si riduce l'area dei cicli riportati in Fig. 4.6, nell'evoluzione da sinistra verso destra che corrisponde al crescere di β_c .

Dalla Fig. 4.5 si osserva anche che il lavoro utile ha un massimo per

$$\tau_{c,max} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = \sqrt{\tau} \quad \Rightarrow \quad \beta_{c,max} = \sqrt{\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}} = \sqrt{\tau^{\gamma/(\gamma-1)}} \quad (4.19)$$

³Infatti, essendo $L_u = Q_e - Q_u$ e $Q = \int T ds$, il lavoro utile è pari alla differenza tra l'area sottesa dalla linea 2 - 3 e l'area sottesa dalla linea 1 - 4, che è proprio pari all'area racchiusa dal ciclo.

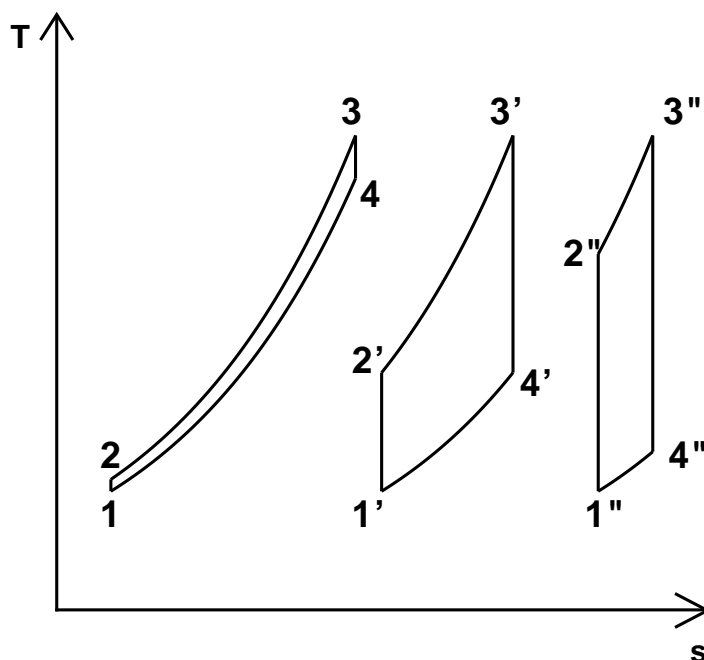


Figura 4.6: Cicli turbogas compresi tra le stesse due temperature al variare di β_c (crescente da sinistra verso destra).

come si può ottenere individuando il valore di τ_c (e quindi β_c) per cui $\partial L_u / \partial \tau_c = 0$. Questo risultato è dovuto al fatto che, per valori assegnati delle temperature massima e minima del ciclo, al variare di β_c il rendimento termodinamico cresce al crescere di β_c , mentre il calore che può essere fornito al ciclo diminuisce al crescere di β_c (perché la T_2 si avvicina alla T_3). Dalla (4.19) si osserva anche che il valore del rapporto di compressione in corrispondenza al quale si ha il massimo lavoro utile cresce al crescere del rapporto $\tau = T_3/T_1$.

Un'ulteriore proprietà della condizione di massimo lavoro utile è che essa si verifica quando $T_2 = T_4$. Infatti si è visto che nel ciclo ideale risulta:

$$T_2 = T_1 \tau_c \quad \text{e} \quad T_4 = \frac{T_3}{\tau_c} = T_1 \frac{\tau}{\tau_c} \quad (4.20)$$

di conseguenza il rapporto T_4/T_2 risulta

$$\frac{T_4}{T_2} = \frac{\tau}{\tau_c^2} \quad (4.21)$$

dovendo essere per avere il massimo lavoro utile $\tau_c = \tau_{c,max}$ si ha, sostituendo la prima espressione della (4.19) in (4.21):

$$\frac{T_4}{T_2} = 1 \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_4 \quad (4.22)$$

Oltre che da β_c , il lavoro utile dipende anche dal valore di T_1 e T_3 . In particolare, il lavoro utile cresce al crescere della temperatura massima del ciclo T_3 (od equivalentemente del rapporto di temperature τ , fissata la temperatura T_1); inoltre, aumentando quest'ultima si allarga anche il campo dei valori di β_c che danno luogo a lavoro utile positivo (vedi Fig. 4.5).

4.2 Ciclo reale

Nello studio del ciclo reale vengono rimosse alcune delle ipotesi semplificative adottate nello studio del ciclo ideale:

Compressione

si assume adiabatica, ma non isentropica

Combustione

- non è più assunta isobara
- aumenta la portata evolvente (a causa dell'iniezione di combustibile)
- variano le proprietà del fluido (per l'iniezione di combustibile e la successiva combustione)
- sono considerate perdite di calore (dal fluido caldo verso il motore)
- si può introdurre un rendimento di combustione (per tener conto delle perdite citate sopra, e di una combustione incompleta)

Espansione

si assume adiabatica, ma non isentropica

Lo scostamento dal ciclo ideale è rappresentato nel piano $T - s$ in Fig. 4.7, dove con l'apice sono contrassegnati i punti del ciclo ideale corrispondente, caratterizzato cioè dallo stesso rapporto di compressione e dalla stessa temperatura massima. Per evidenziare alcuni aspetti essenziali che distinguono

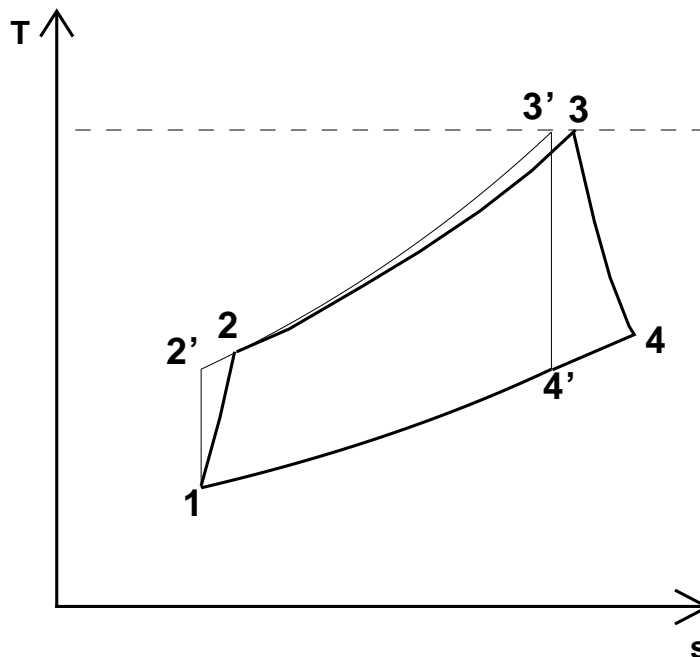


Figura 4.7: Ciclo reale di turbina a gas.

il ciclo reale da quello ideale, si considererà qui un ciclo reale semplificato in cui non vengono rimosse tutte le ipotesi semplificative elencate sopra. In particolare si assume ancora che:

- $1 \equiv 1'$, mentre in realtà $1 \neq 1'$ a causa di perdite all'ingresso del compressore;
- Il fluido evolvente è costituito da aria;
- Il fluido evolvente è caloricamente perfetto: $c_p(T) = \text{costante}$;
- La portata di combustibile immessa è trascurabile rispetto alla portata d'aria: $\dot{m}_f \ll \dot{m}_a$.
- Si trascurano inoltre per il momento le perdite di calore in camera di combustione, nonché quelle dovute a combustione incompleta.

In sostanza, nello studio semplificato del ciclo reale, si pone l'accento sull'effetto della irreversibilità delle trasformazioni del fluido nel compressore e nella turbina, trascurando invece altri effetti reali di minor rilievo. Una prima conseguenza delle ipotesi semplificative introdotte è che:

- $p_3 = p_2$;
- e poiché per definizione $p_2 = p_{2'}$, risulta $3 \equiv 3'$.

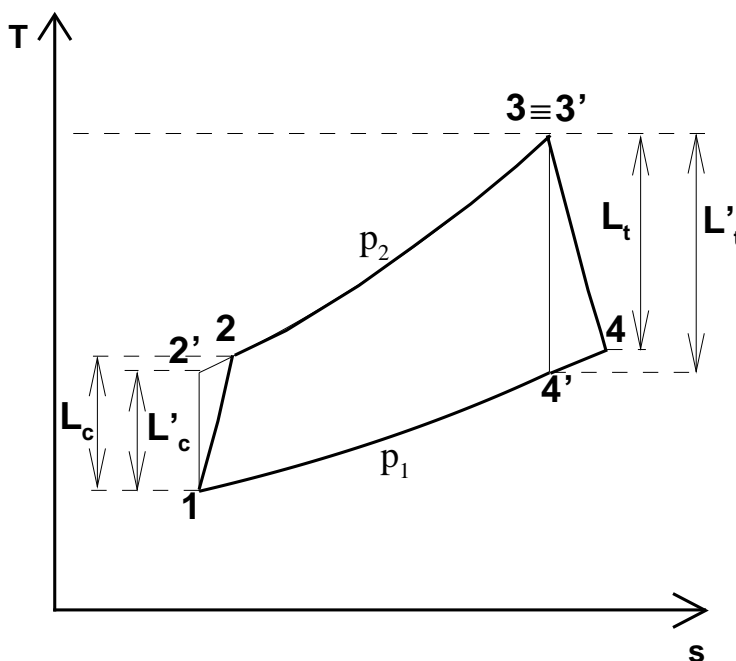


Figura 4.8: Ciclo reale di turbina a gas semplificato.

Per poter confrontare il ciclo reale con quello ideale si introducono alcuni rendimenti che indicano quanto ciascun componente “reale” del motore si discosta dal corrispondente componente “ideale”. Come è stato detto, in questo caso i componenti che sono trattati come “reali” sono il compressore e la turbina, e per essi sarà introdotto il rendimento adiabatico (o isentropico o interno), indicato rispettivamente con η_{ac} , η_{at} o brevemente con η_c , η_t (nei casi in cui non c'è rischio di confusione con il rendimento meccanico che verrà introdotto in seguito). Il *rendimento adiabatico del compressore* è definito come il rapporto

tra il lavoro idealmente necessario L'_c per conseguire un assegnato rapporto di compressione β_c , e quello realmente necessario L_c per ottenere lo stesso risultato. Poiché la trasformazione che avviene nel compressore è adiabatica, per l'equazione dell'energia si può esprimere il lavoro come variazione di entalpia totale, e quindi di temperatura totale (a meno di c_p):

$$\eta_{ac} = \frac{L'_c}{L_c} = \frac{c_p(T_{2'} - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)} = \frac{T_{2'} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (4.23)$$

dove come al solito si è ipotizzato che i salti di entalpia totale siano approssimabili con i salti di entalpia statica. Pertanto i punti 2 e 2' di Fig. 4.8 sono sulla stessa isobara $p_2 = p_{2'} = \beta_c p_1$, ma il lavoro reale scambiato è $L_c > L'_c$, e quindi temperatura ed entropia in 2 sono maggiori che in 2'. Assumendo di conoscere il rendimento adiabatico del compressore, si può quindi esplicitare la temperatura all'uscita dello stesso attraverso la fondamentale relazione:

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2'} - T_1}{\eta_{ac}} = T_1 \left(1 + \frac{T_{2'}/T_1 - 1}{\eta_{ac}} \right) = T_1 \left(1 + \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_{ac}} \right) = T_1 \left(1 + \frac{\tau_c - 1}{\eta_{ac}} \right) \quad (4.24)$$

mentre per la pressione all'uscita del compressore vale ancora, come detto, l'ovvia relazione

$$p_2 = \beta_c p_1 \quad (4.25)$$

Analogamente, il *rendimento adiabatico della turbina* è definito come il rapporto tra il lavoro realmente estratto L_t operando con rapporto di espansione $\beta_t = p_3/p_4$ assegnato, e quello idealmente estraibile L'_t , con lo stesso rapporto di espansione. I punti 4 e 4' di Fig. 4.8 sono quindi sulla stessa isobara $p_4 = p_{4'} = p_3/\beta_t$, ma il lavoro realmente estratto è $L_t < L'_t$, e quindi temperatura ed entropia in 4 sono maggiori che in 4'. Osservando ancora che la trasformazione è adiabatica (per cui $L_t = h_{03} - h_{04} \simeq h_3 - h_4$), si ha:

$$\eta_{at} = \frac{L_t}{L'_t} = \frac{c_p(T_3 - T_4)}{c_p(T_3 - T_{4'})} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4'}} \quad (4.26)$$

Assegnato il rapporto di pressioni β_t disponibile, la temperatura all'uscita della turbina può quindi essere calcolata attraverso la fondamentale relazione

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 - \eta_{at}(T_3 - T_{4'}) = T_3 \left[1 - \eta_{at} \left(1 - \frac{T_{4'}}{T_3} \right) \right] = \\ &= T_3 \left[1 - \eta_{at} \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \right] = T_3 \left[1 - \eta_{at} \left(1 - \frac{1}{\tau_t} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

con $\tau_t = \beta_t^{(\gamma-1)/\gamma}$. La pressione all'uscita è ovviamente $p_4 = p_3/\beta_t$. Si osserva che per il ciclo reale l'area sottesa dalle curve nel piano $T-s$ non rappresenta più il calore scambiato, per cui il lavoro non è più proporzionale all'area del ciclo, e che al diminuire dei rendimenti di compressore e turbina il lavoro utile si riduce, fino al punto in cui, nonostante il ciclo sia caratterizzato da $\beta_c > 1$ e $T_3 > T_2$, esso potrebbe non essere in grado di fornire lavoro utile. La ragione per cui il lavoro utile non è più pari all'area del ciclo è che L_u è pari alla differenza tra calore entrante e calore uscente, che nel caso reale è maggiore poiché bisogna sottrarre anche il calore prodotto dai fenomeni dissipativi.

Il lavoro utile per il ciclo reale può essere espresso come (continuando ad indicare sempre con $\tau_c = \beta_c^{(\gamma-1)/\gamma}$ il rapporto di temperature *per un'isentroica*)

$$\begin{aligned} L_u &= L_t - L_c = Q_e - Q_u = c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1) = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = \\ &= c_p \left[T_3 \eta_{at} \left(1 - \frac{1}{\tau_c} \right) - T_1 \frac{\tau_c - 1}{\eta_{ac}} \right] = c_p T_1 \left[\tau \eta_{at} \left(1 - \frac{1}{\tau_c} \right) - \frac{\tau_c - 1}{\eta_{ac}} \right] \end{aligned} \quad (4.28)$$

per le (4.24), (4.27). Tale grandezza è riportata per un ciclo reale (con $\eta_c = 0,8$, $\eta_t = 0,9$) in Fig. 4.9; si può notare, confrontando con la Fig. 4.5 a partire da β_c e τ , che il lavoro utile si è sensibilmente ridotto rispetto al caso ideale. Il rendimento termodinamico del ciclo reale risulta

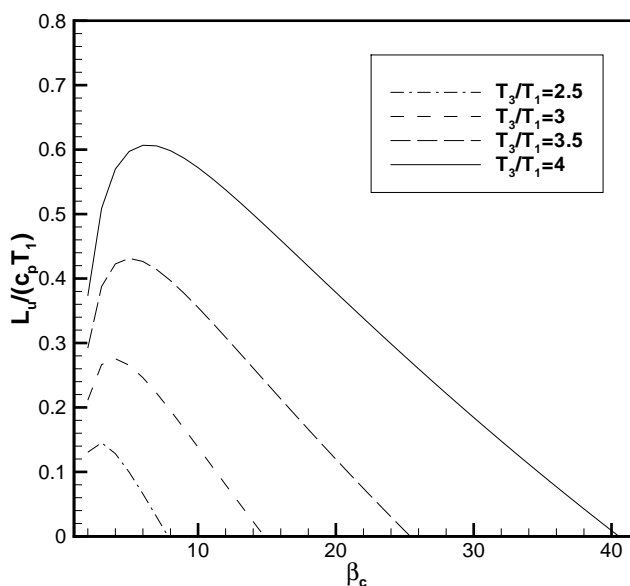


Figura 4.9: Lavoro utile del ciclo reale di turbina a gas.

$$\eta_{th} = \frac{L_u}{Q_e} = \frac{L_u}{c_p(T_3 - T_2)} \quad (4.29)$$

e, ricorrendo alle (4.28), (4.18) (4.24) ed introducendo i rendimenti,

$$\eta_{th} = \frac{\tau \eta_{at} \left(1 - \frac{1}{\tau_c} \right) - \frac{\tau_c - 1}{\eta_{ac}}}{\tau - 1 - \frac{\tau_c - 1}{\eta_{ac}}} \quad (4.30)$$

che equivalentemente, ricordando che il rendimento del ciclo ideale è $\eta_{th,id} = 1 - 1/\tau_c$, si scrive:

$$\eta_{th} = \eta_{th,id} \frac{\tau \eta_{ac} \eta_{at} - \tau_c}{(\tau \eta_{ac} - \tau_c) + (1 - \eta_{ac})} \quad (4.31)$$

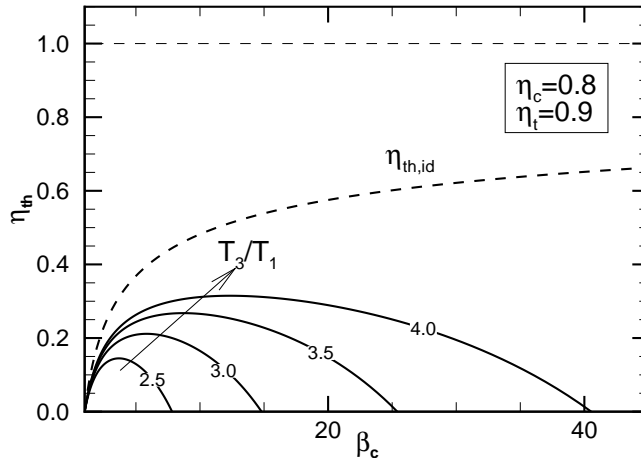


Figura 4.10: Rendimento termodinamico del ciclo reale di turbina a gas.

L'andamento di η_{th} è riportato in Fig. 4.10. Si osserva che esso presenta un massimo, a differenza di quanto avviene nel caso ideale (in cui esso è sempre crescente), e che questo massimo si sposta verso valori più alti di η_{th} e β_c al crescere di τ . Di qui l'importanza di poter operare ad elevate T_3 (la temperatura di ingresso del ciclo T_1 deve ritenersi circa costante, in quanto dettata dalle condizioni dell'aria ambiente).

Il ciclo turbogas di base può essere modificato per ottenere maggior lavoro utile, o miglior rendimento. Tuttavia, molti degli accorgimenti che possono essere introdotti per conseguire questi due scopi, e che portano a cicli più complicati, sono principalmente di interesse per applicazioni dedicate alla generazione di potenza in impianti di terra, in quanto comportano un notevole aumento del peso dell'impianto, circostanza non accettabile nel campo aeronautico, dove la leggerezza del propulsore è uno dei requisiti più importanti. Uno di questi cicli modificati, quello con postcombustione, risulta comunque di interesse nel campo aeronautico, e verrà perciò considerato più avanti.

Domande di verifica

- 4.1 Quali sono le quattro fasi che caratterizzano il ciclo di Brayton-Joule?
- 4.2 Qual'è la differenza tra ciclo aperto e ciclo chiuso?
- 4.3 La somma della potenza fornita come lavoro e calore al fluido di lavoro si può esprimere come variazione di un'unica grandezza termodinamica. Quale?
- 4.4 Come varia il rendimento termico di un ciclo turbogas ideale al variare della temperatura massima del ciclo (si assumano T_1 e β_c assegnati)?
- 4.5 Per quale valore del rapporto di compressione β_c un ciclo turbogas ideale ha rendimento massimo?
- 4.6 Si discuta l'espressione del rendimento termico di un ciclo turbogas reale (che si distingue da quello ideale per i rendimenti adiabatici, inferiori all'unità, di turbina e compressore). Qual'è l'andamento in funzione di β_c ? Ed in funzione di τ ?

- 4.7 Qual'è l'andamento del lavoro utile in funzione di β_c , ed in funzione di τ , in un ciclo turbogas ideale?
- 4.8 Per quali valori di β_c si annulla il lavoro utile in un ciclo turbogas ideale? Perché si annulla?
- 4.9 Quali sono le principali ipotesi semplificative adottate nello studio del ciclo turbogas reale?
- 4.10 Cosa si intende per rendimento adiabatico del compressore? Scrivere l'espressione ed indicare quali fenomeni vengono considerati mediante questo parametro.
- 4.11 Ricavare l'espressione del rendimento termico del ciclo turbogas reale in funzione dei rendimenti adiabatici di turbina e compressore, del rapporto di compressione del compressore e del rapporto tra temperatura massima e minima del ciclo.

Esercizi e Problemi Svolti

- 4.1 Si calcolino lavoro di compressione, lavoro di espansione e rendimento termodinamico per un motore basato sul ciclo turbogas. La portata di fluido elaborata dal motore è $\dot{m} = 10 \text{ kg/s}$. Il fluido operativo è aria [$\gamma = 1.4$ e $R = 287 \text{ J/(K kg)}$]. La temperatura massima del ciclo è 1600 K , mentre quella minima è di 300 K , ed il rapporto di compressione vale 10 . Si effettui il calcolo nel caso ideale e nel caso reale, assumendo in quest'ultimo caso $\eta_{ac} = 0.85$ e $\eta_{at} = 0.90$.

R.

$$L_{c,id} = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) = \dot{m}c_pT_1(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) = 2.804 \text{ MW}$$

$$L_{c,re} = L_{c,id}/\eta_{ac} = 3.299 \text{ MW}$$

per calcolare L_t si ricorda che compressore e turbina operano tra le stesse pressioni e quindi $\beta_t = \beta_c$, che nel caso ideale vuol dire $T_3/T_4 = \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$L_{t,id} = \dot{m}c_p(T_3 - T_4) = \dot{m}c_pT_3(1 - T_4/T_3) = \dot{m}c_pT_3(1 - 1/\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) = 7.747 \text{ MW}$$

$$L_{t,re} = L_{t,id} \cdot \eta_{ac} = 6.973 \text{ MW}$$

Il lavoro utile si ottiene come differenza tra quello fornito dalla turbina e quello assorbito dal compressore:

$$L_{u,id} = L_{t,id} - L_{c,id} = 4.940 \text{ MW}$$

$$L_{u,re} = L_{t,re} - L_{c,re} = 3.674 \text{ MW}$$

Per calcolare il rendimento termico del ciclo si può innanzitutto calcolare il calore fornito al fluido, che per il ciclo ideale vale:

$$Q_{e,id} = \dot{m}c_p(T_3 - T_2) = \dot{m}c_pT_1(T_3/T_1 - \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) = 10.254 \text{ MW}$$

per l'analoga espressione nel caso reale bisogna conoscere T_2 , determinata come

$$T_2 = T_1 + (T_{2'} - T_1)/\eta_{ac} \text{ con } T_{2'} = T_1\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \text{ quindi:}$$

$$T_{2'} = 579.2 \text{ K e } T_2 = 628.5 \text{ K} \Rightarrow Q_{e,re} = \dot{m}c_p(T_3 - T_2) = 9.758 \text{ MW}$$

Per il rendimento termico $\eta_{th} = L_u/Q_e$ si ha quindi:

$$\eta_{th,id} = 0.482; \text{ e } \eta_{th,re} = 0.376$$

4.2 Si consideri un ciclo turbogas reale con $T_1 = 300 \text{ K}$, $\beta_c = 10$, $\eta_{ac} = 0.8$ e $\eta_{at} = 0.9$. Qual'è il valore di T_3 minimo necessario per produrre lavoro (T_3 indica la temperatura massima del ciclo)? Qual è il valore di T_4 (temperatura di fine espansione) nel caso in cui $Q_e = 1 \text{ MJ/kg}$? Il fluido di lavoro è aria [$\gamma = 1.4$, $R = 287 \text{ J/(Kkg)}$].

R.

La turbina deve fornire almeno la potenza necessaria a muovere il compressore. Questa è data da:

$$L_c/\dot{m} = c_p(T_{2'} - T_1)/\eta_{ac} = c_p T_1 (\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)/\eta_{ac} = 350.6 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Quindi } L_t/\dot{m} = L_c/\dot{m} = c_p(T_3 - T_4) = c_p \eta_{at} T_3 (1 - T_{4'}/T_3)$$

Ricordando che in questo ciclo turbina e compressore operano tra le stesse pressioni, si ha che $\beta_c = \beta_t$

$$\Rightarrow L_t/\dot{m} = c_p \eta_{at} T_3 (1 - 1/\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) = 435.8 \text{ J/(Kkg)} \cdot T_3$$

Quindi la T_3 richiesta è 804.5 K , e per poter almeno muovere il compressore occorre fornire calore, essendo $T_2 = 649 \text{ K}$.

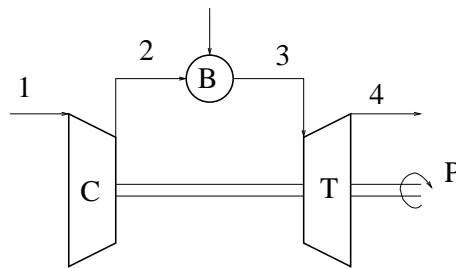
Per calcolare il valore di T_4 nel caso in cui Q_e è assegnato, si osserva che:

$$T_{2'} = T_1 \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 579 \text{ K}; \quad T_2 = T_1 + (T_{2'} - T_1)/\eta_{ac} = 649 \text{ K}$$

$$T_3 = T_2 + Q_e/c_p = 1644 \text{ K}; \quad T_{4'} = T_3/\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 852 \text{ K}$$

$$T_4 = T_3 - (T_3 - T_{4'}) \cdot \eta_{at} = 931 \text{ K}$$

4.3 Un generatore di gas del tipo indicato in figura opera nelle seguenti condizioni: $p_1 = 0.1 \text{ MPa}$, $\beta_c = 8$, $T_1 = 288 \text{ K}$, $T_3 = 1500 \text{ K}$. Si effettui il calcolo del ciclo termodinamico, del rendimento e del lavoro massico [$c_p = 1004.5 \text{ J/(Kkg)}$].



R.

$$p_2 = p_1 \beta_c = 0.8 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = 522 \text{ K} \quad (\gamma = 1.4)$$

$$p_3 = p_2 = 0.8 \text{ MPa}$$

$$T_3 = 1500 \text{ K} \quad (\text{assegnata})$$

$$p_4 = p_1 = 0.1 \text{ MPa}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = 827.6 \text{ K} \quad (\gamma = 1.4)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 0.45$$

$$L_u = Q_e - Q_u = c_p (T_3 - T_2) - c_p (T_4 - T_1) = 440.4 \text{ kJ/kg}$$

Esercizi proposti

4.4 Nell'ipotesi di ciclo ideale, si calcoli il rendimento massimo di un ciclo turbogas operante tra le temperature minima e massima di 300 K e 1500 K. Qual'è il rapporto di compressione per cui η_{th} è massimo? Si confronti il rendimento con quello di un ciclo di Carnot operante tra le stesse due temperature. (Si assuma come fluido operativo l'aria)

$$\text{R. } \beta_c = 279, \eta_{th} = 0.8, \eta_{th,carnot} = 0.8$$

4.5 Si calcolino pressione e temperatura nei punti che individuano un ciclo turbogas ideale con $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_1 = 100 \text{ kPa}$, $\beta_c = 20$, $T_3 = 1200 \text{ K}$. Si disegni l'evoluzione del fluido nel piano $T - s$, e si calcolino il rendimento del ciclo e il lavoro utile generato per unit' di massa del fluido operativo. Si assuma che quest'ultimo sia aria.

$$\text{R. } p_1 = 100 \text{ kPa}, T_1 = 300 \text{ K}, p_2 = 2 \text{ MPa}, T_2 = 706 \text{ K}, p_3 = 2 \text{ MPa}, T_3 = 1200 \text{ K}, p_4 = 100 \text{ kPa}, T_4 = 510 \text{ K}, \eta_{th} = 0.575, L_u = 285 \text{ kJ/kg}$$

4.6 Si consideri un ciclo Brayton in cui l'aria è il fluido di lavoro e il rapporto di compressione è $\beta_c = 8$. Le temperature massima e minima del ciclo sono rispettivamente 300 K e 1200 K. Disegnare qualitativamente il ciclo ideale nel piano $T - s$ e determinare la portata d'aria e il lavoro utile del ciclo nel caso in cui il calore fornito al ciclo è pari a 50 MW.

$$\text{R. } \dot{m}_a = 75.8 \text{ kg/s}; \dot{L}_u = 22.4 \text{ MW}$$

4.7 Si ripeta l'esercizio precedente nel caso reale in cui $\eta_c = 0.78$ e $\eta_t = 0.84$.

$$\text{R. } \dot{m}_a = 84.7 \text{ kg/s}; \dot{L}_u = 11.9 \text{ MW}$$

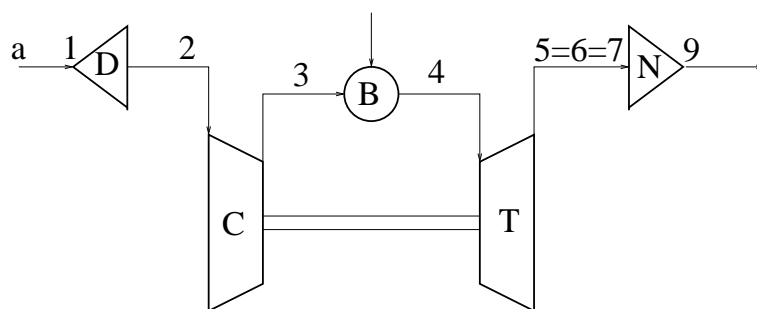
Capitolo 5

Turbogetto semplice

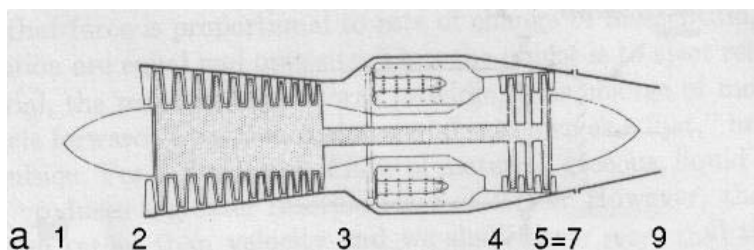
Il turbogetto è un propulsore basato sul ciclo turbogas, ed in cui il lavoro disponibile viene direttamente convertito in energia cinetica del getto per generare la spinta. Per studiare le prestazioni di un turbogetto ci si riferirà quindi al relativo ciclo termodinamico, ed in particolare si studierà in questo capitolo il caso del turbogetto semplice, cioè nella sua configurazione base proposta da Whittle e von Ohain, dapprima nel funzionamento a punto fisso e successivamente nel funzionamento in volo. In entrambi i casi (così sarà anche per lo studio degli altri propulsori), l'analisi si rivolgerà al funzionamento in condizioni di progetto. Con questa dizione si intende che tutti i componenti sono progettati per funzionare nelle condizioni assegnate, e quando si considerano analisi al variare di alcuni parametri caratteristici del propulsore (come p.es. il rapporto di compressione fornito dal compressore) si intende che ad ogni valore di questo parametro corrisponde un diverso progetto. I risultati di quest'analisi devono quindi essere interpretati come il comportamento di una 'famiglia' di propulsori al variare delle condizioni di funzionamento imposte. Lo studio del funzionamento "fuori progetto" si rivolge invece al funzionamento di un motore quando si trova ad operare in condizioni diverse da quelle per cui è stato progettato. Anche il funzionamento fuori-progetto del motore è di interesse, in quanto è proprio variando le proprie modalità di funzionamento che il motore diventa regolabile.

Nello studio del ciclo termodinamico di un turbogetto semplice si ricorda che, come nel caso del ciclo turbogas, si considera un ciclo aperto a funzionamento continuo, che differisce dai cicli classici della termodinamica, dove ci si riferisce sempre alla stessa massa fluida che scambia calore con sorgenti esterne attraverso scambiatori di calore. Nel caso del turbogetto quindi il fluido di lavoro non è sempre lo stesso ma, nel funzionamento stazionario, possono essere considerate sempre le stesse le sue condizioni nelle diverse posizioni all'interno del motore. Per questa ragione si fissa l'attenzione sulle condizioni del flusso in una certa posizione anziché sull'evoluzione di una certa particella fluida (punto di vista euleriano anziché lagrangiano).

Per poter descrivere il ciclo termodinamico di un turbogetto semplice è comodo definire alcune *stazioni*, che individuano altrettante posizioni salienti all'interno del propulsore, descritte in Fig. 5.1. L'aria dalle condizioni atmosferiche (a) raggiunge la sezione di ingresso nel motore (1), con condizioni che potranno differire da quelle ambiente a causa dell'evoluzione che il flusso subisce, esternamente al motore, mentre si avvicina al motore stesso. A valle della sezione di ingresso nel propulsore può esserci un diffusore (D , indicato schematicamente come un triangolo divergente – detto anche presa d'aria o presa dinamica) che modifica le condizioni del flusso in quelle della stazione 2. Tra le successive stazioni 2 e 3 si trova il compressore (C , indicato schematicamente con un trapezio convergente), a valle del quale è posizionato il combustore (B , *burner*, indicato schematicamente con un cerchio, dove si indica anche l'ingresso della portata di combustibile). Le condizioni a valle del combustore sono indicate



(a) Rappresentazione schematica



(b) Sezione (adattato da [12])

Figura 5.1: Rappresentazione schematica di un turbogetto semplice e definizione delle stazioni.

dalla stazione 4, che è separata dalla successiva (5) per la presenza della turbina (T , indicata schematicamente con un trapezio divergente). Il flusso energizzato viene quindi accelerato in un ugello (N , *nozzle*, indicato schematicamente come un triangolo convergente), le condizioni a valle del quale quelle relative alla stazione di efflusso (9). L'evoluzione del flusso attraverso i vari componenti del turbogetto descrive un ciclo turbogas, le cui diverse fasi sono svolte in uno o più componenti. In particolare:

Compressione ($a - 3$) La fase di compressione a partire dalle condizioni ambiente (all'infinito a monte del motore) comprende tre parti: il rallentamento del flusso a monte del motore ($a-1$), l'evoluzione nel diffusore ($1 - 2$), e l'evoluzione nel compressore ($2 - 3$).

Combustione ($3 - 4$) La fase di adduzione di calore avviene come nel ciclo turbogas attraverso l'iniezione del combustibile e la conseguente combustione in B .

Espansione ($4 - 9$) La fase di espansione si svolge attraverso due componenti: la turbina ($4 - 5$), il cui ruolo è quello di fornire esclusivamente la potenza necessaria al compressore, e l'ugello ($5 - 9$) dove il flusso viene accelerato per poter svolgere la funzione di getto propulsivo.

Si osserva che, a differenza del ciclo turbogas, non c'è nessun altro utilizzatore sull'albero turbina-compressore. Il lavoro utile è impiegato, infatti, esclusivamente per accelerare il getto propulsivo.

Prima di passare all'analisi del turbogetto, è opportuno ricordare che la numerazione delle stazioni è occasionalmente riportata in maniera diverse in altri testi sui turbogetti. Per evitare confusione è stata introdotta una numerazione standard [8, 10], che sarà quella impiegata in questo corso. Tale numerazione

si riferisce al caso più generale che include anche turbogetti a doppio flusso, nonché la possibilità di post-combustione, o di considerare gruppi compressore–turbina scissi in più sezioni (p.es. una turbina di bassa pressione che aziona un compressore di bassa pressione, ed una turbina di alta pressione che aziona un compressore di alta pressione attraverso un albero interno a quello del gruppo di bassa pressione). Le precisazioni riguardo alla numerazione delle stazioni sono descritte nel seguito e verranno di volta in volta impiegate nello studio dei diversi propulsori basati sul ciclo turbogas. La numerazione delle stazioni è quindi la seguente:

- Flusso principale: tutte le stazioni sono individuate da una sola cifra
 - 0 – Condizioni all’infinito (qui si utilizzerà però l’indice a , vedi sotto)
 - 1 – Ingresso presa dinamica (diffusore)
 - 2 – Ingresso primo compressore
 - 3 – Uscita ultimo compressore
 - 4 – Uscita combustore
 - 5 – Uscita ultima turbina
 - 6 – Uscita miscelatore (ingr. postcomb.)
 - 7 – Ingresso ugello
 - 8 – Gola ugello
 - 9 – Uscita ugello

Nel caso di più compressori o turbine si indicano i punti intermedi con due cifre (p.es. nel caso di 5 compressori: $2 \rightarrow 21 \rightarrow 22 \rightarrow 23 \rightarrow 24 \rightarrow 3$, e nel caso di 5 turbine: $4 \rightarrow 41 \rightarrow 42 \rightarrow 43 \rightarrow 44 \rightarrow 5$)

- Flussi secondari (nel turbofan, vedi cap. 6): in generale si possono considerare più flussi secondari, cioè flussi che, pur attraversando parte del motore, non passano attraverso la camera di combustione e la turbina. In questo caso le stazioni si indicano con lo stesso numero del flusso principale, preceduto da un altro numero che indica il flusso secondario considerato. Ad esempio per il primo flusso secondario tutte le stazioni saranno precedute da un 1:
 - 12 – Ingresso primo compressore flusso secondario
 - 13 – Uscita ultimo compressore flusso secondario
 - 17 – Ingresso ugello flusso secondario
 - 18 – Gola ugello flusso secondario
 - 19 – Uscita ugello flusso secondario

Nel caso di più compressori si indicano i punti intermedi come per il flusso principale, ma preceduti dall’1 che indica che si tratta del primo flusso secondario (p.es. 5 compressori: $12 \rightarrow 121 \rightarrow 122 \rightarrow 123 \rightarrow 124 \rightarrow 13$).

Tale numerazione permette di definire in modo standard le stazioni di riferimento per ogni tipo di propulsore della famiglia degli esoreattori, dal turbogetto semplice, allo statoreattore, al turbogetto a doppio flusso, etc. Come indicato sopra, in questo corso si adotterà la numerazione standard, ma con una eccezione: le condizioni all’infinito verranno indicate con a (ad indicare condizioni *ambiente*) anziché con 0 per evitare confusione con la simbologia utilizzata in precedenza per le grandezze totali. Nello studio del turbogetto semplice le stazioni considerate saranno quindi quelle indicate in Fig. 5.1.

5.1 Prestazioni a Punto Fisso

Per lo studio del funzionamento in condizioni di progetto di un turbogetto semplice è opportuno riferirsi al caso più semplice, e cioè di funzionamento a punto fisso; in tal caso infatti l'espressione della spinta è più semplice, ed il ruolo del diffusore è in prima approssimazione trascurabile. Il funzionamento a punto fisso si riferisce a velocità di volo nulla, al livello del mare. Nel rappresentare l'evoluzione del flusso nel piano entropico si possono adottare in prima approssimazione le seguenti ipotesi semplificative:

- Tutta la compressione avviene nel compressore (si trascurano cioè le limitate variazioni di pressione che possono aversi a monte del motore, ed entro il diffusore).
- Le grandezze statiche coincidono con quelle totali in tutti i componenti, tranne l'ugello (nel quale il flusso è portato ad alte velocità). Tale ipotesi è ragionevole se il flusso all'interno di compressore, combustore e turbina si mantiene a bassi Mach ($M < 0,3$). Nello studio di questi componenti, dove viene scambiata energia (lavoro o calore), è comunque in linea di principio più corretto riferirsi alle grandezze totali (vedi cap. 2).
- Si considera l'ugello adattato: $p_9 \equiv p_a$.
- Si trascura la variazione di portata dovuta all'immissione di combustibile.
- Si assume che il fluido evolvente sia sempre aria con c_p costante (bisognerebbe invece a rigore considerare che la sua composizione varia a causa della combustione, e che in realtà il calore specifico varia con la temperatura).

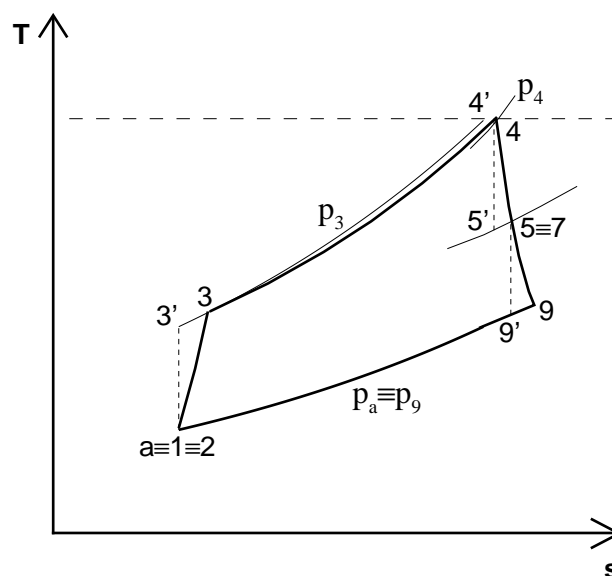


Figura 5.2: Rappresentazione del ciclo di turbogetto semplice a punto fisso nel piano $T - s$.

L'evoluzione che il fluido propulsivo subisce è quella indicata in Fig. 5.2, dove i diversi numeri indicano le corrispondenti stazioni di Fig. 5.1, ed accanto alle condizioni realmente raggiunte dal flusso, sono anche riportate quelle relative al caso in cui i diversi componenti del turbogetto si comportino idealmente. Queste ultime sono indicate con la stessa numerazione delle stazioni, ma distinte con un apice.

Si vuole adesso studiare l'evoluzione del flusso, e la dipendenza della velocità di efflusso e quindi delle prestazioni del propulsore dai parametri caratteristici dei diversi componenti. Il primo dato necessario allo studio del motore è quello che si riferisce alle condizioni ambiente, che determinano il punto a in Fig. 5.2. Nelle ipotesi adottate si considera, come detto, che il flusso non subisce variazioni rispetto alle condizioni ambiente fino all'ingresso nel compressore, pertanto $2 \equiv 1 \equiv a$. Per calcolare la posizione degli altri punti in Fig. 5.2 bisogna studiare i diversi componenti, come di seguito riportato.

Compressore

Nello studio di un turbogetto, il compressore viene considerato come una macchina in grado di fornire un certo rapporto di compressione e cioè in grado di incrementare la pressione totale di un rapporto $\beta_c = p_{03}/p_{02}$. La velocità del flusso a monte e a valle del compressore è relativamente bassa ($M \sim 0,3$) per cui si può considerare coincidente il rapporto tra le pressioni totali e quello tra le pressioni statiche, ossia $\beta_c \simeq p_3/p_2$. Quindi, a rigore il rapporto di compressione è espresso in termini di valori totali, ma in pratica può essere approssimato tramite i valori statici; questo discorso è valido più in generale per tutte le turbomacchine. Noto il rapporto β_c , si può calcolare quindi la pressione nel punto 3:

$$p_3 = \beta_c p_2 \quad (5.1)$$

Per determinare completamente le condizioni in tale punto, occorre individuare il valore di una seconda variabile di stato. Se il compressore si comportasse idealmente, esso potrebbe essere considerato come una macchina reversibile che scambia esclusivamente lavoro, e di conseguenza la trasformazione del flusso dovuta all'azione di un compressore ideale sarebbe un'isentropica che porta fino alla pressione p_3 . Tale trasformazione ideale, indicata come $2-3'$ in Fig. 5.2, è ad entropia costante; è quindi determinato il punto $3'$ essendo nota una seconda variabile di stato (l'entropia). Di conseguenza, nel caso ideale la temperatura può essere calcolata dalle relazioni isentropiche:

$$\frac{T_{3'}}{T_2} = \left(\frac{p_{3'}}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (5.2)$$

Nel caso reale invece, la trasformazione attraverso il compressore sarà, come già visto per il turbogas, un'adiabatica irreversibile, e quindi per ottenere lo stesso risultato, cioè lo stesso rapporto di compressione β_c , sarà necessario compiere un maggior lavoro. Si ricorda allora che il rendimento adiabatico del compressore è stato definito proprio come rapporto tra lavoro idealmente necessario L'_c per ottenere un certo β_c , ed il lavoro realmente speso L_c (omettiamo d'ora in poi l'indice a per i rendimenti adiabatici):

$$\eta_c = \frac{L'_c}{L_c} = \frac{\Delta h'_0}{\Delta h_0} \simeq \frac{\Delta h'}{\Delta h} \quad (5.3)$$

Dalle relazioni isentropiche e dall'equazione di conservazione dell'energia, si può ottenere la soluzione del punto 3 una volta noti β_c e η_c :

$$L_c = \frac{L'_c}{\eta_c} \Rightarrow c_p (T_3 - T_2) = \frac{c_p (T_{3'} - T_2)}{\eta_c} \quad (5.4)$$

dove è stata utilizzata la relazione $\Delta h = c_p \Delta T$, e $T_{3'}$ può essere ottenuta dalla (5.2). Da questa relazione dunque si ricava per il punto 3, vedi (4.24):

$$T_3 = T_a \left(1 + \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \right) \quad (5.5)$$

Nel piano $T-s$ il punto 3 è quindi sulla stessa isobara del punto 3', ma a valori di entropia e temperatura più alti. Si ricorda che il lavoro di compressione è proporzionale alla differenza di ordinate dei due estremi della trasformazione, e quindi facilmente individuabile in Fig. 5.2.

Combustore

Lo scopo del combustore è di incrementare la temperatura del flusso; questo avviene attraverso il rilascio di energia chimica dalla reazione di combustione, che avviene grazie all'immissione di combustibile nel flusso d'aria. La differenza tra le condizioni a valle ed a monte del combustore può essere valutata a partire dall'equazione di conservazione dell'energia, secondo la quale la variazione di entalpia totale è pari al calore fornito al flusso, essendo nullo il lavoro compiuto dall'esterno. Il bilancio entalpico riferito all'unità di tempo si scrive:

$$\dot{m}_a h_3 + \dot{m}_f h_f + \dot{Q} = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) h_4 \quad (5.6)$$

dove al solito le grandezze termodinamiche considerate sono quelle totali (comunque ancora praticamente coincidenti con quelle statiche, a causa della bassa velocità nel combustore). In questo caso l'entalpia del flusso in entrata nel combustore deve considerare sia quella inizialmente posseduta dalla portata d'aria a valle del compressore ($\dot{m}_a h_3$), sia quella posseduta dalla portata di combustibile; nella camera viene poi generata una quantità di calore fornito per unità di tempo \dot{Q} . Questa energia in uscita si distribuisce su una portata di miscela combusta che è pari alla somma delle portate di aria e combustibile. La manipolazione della (5.6) diviene particolarmente semplice se si adotta l'approssimazione che la portata di combustibile sia trascurabile rispetto a quella d'aria. Tale ipotesi è in generale ragionevolmente verificata nei turbogetti, dove per mantenere la temperatura T_4 entro valori accettabili dalle palette della turbina (già fortemente sollecitate dalla rapida rotazione), viene elaborata una quantità d'aria molto superiore a quella minima necessaria per la combustione. In questo caso si può dunque scrivere:

$$\dot{m}_a h_3 + \dot{Q} \simeq \dot{m}_a h_4 \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_a c_p (T_4 - T_3) \simeq \dot{Q} \quad (5.7)$$

avendo come al solito considerato costante il c_p dell'aria attraverso il combustore.

Il calore rilasciato dalla reazione di combustione che è utilmente sfruttato è dato dal prodotto della portata di combustibile per il potere calorifico inferiore del combustibile Q_f , ulteriormente moltiplicato per il rendimento di combustione η_b . Sarà quindi

$$\dot{Q} = \dot{m}_f \eta_b Q_f \quad (5.8)$$

Il potere calorifico inferiore del combustibile è il calore rilasciato dalla combustione dell'unità di massa del combustibile (quindi energia per unità di massa). Occorre anche ricordare, in questo contesto, l'approssimazione che è stata introdotta assumendo c_p costante, nonostante il notevole innalzamento di temperatura che il fluido propulsivo subisce nel passaggio attraverso la camera di combustione.

Le equazioni (5.6), (5.7) sono impiegate per calcolare il rapporto tra portata di combustibile (\dot{m}_f) e di aria (\dot{m}_a) necessario per conseguire una temperatura in uscita T_4 , a sua volta individuata come la temperatura massima ammissibile in turbina (ossia, tollerabile dalle palette di quest'ultima). Ricordiamo che si è visto dallo studio del ciclo turbogas che è vantaggioso fare in modo che T_4 sia la massima possibile. Si può quindi calcolare il rapporto incognito $f = \dot{m}_f/\dot{m}_a$ come

$$f = \frac{c_p(T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f + h_f - c_p T_4} \simeq \underbrace{\frac{c_p(T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f}}_{\dot{m}_f \ll \dot{m}_a} \quad (5.9)$$

dove, come indicato, nell'ultimo passaggio è stata utilizzata la (5.7) invece della (5.6). Dopo aver stabilito la temperatura nel punto 4, che determina il rapporto di massa aria/combustibile, perché la stazione 4 sia completamente determinata è ancora necessario conoscere una seconda variabile di stato. Questa può essere ottenuta ricordando che l'adduzione di calore ad un flusso a bassa velocità, in assenza di lavoro scambiato con l'esterno, avviene a pressione totale costante. In realtà per l'effetto del moto del flusso l'adduzione di calore comporta una diminuzione di pressione totale, tanto più elevata quanto maggiore è la velocità del flusso (od equivalentemente il numero di Mach), vedi Tab. 2.1. Per questa ed altre irreversibilità, la pressione totale attraverso il combustore non è costante, e quindi per valutare la pressione a valle del combustore si introduce un *rendimento pneumatico del combustore* $\eta_{pb} = p_4/p_3$, ottenendo quindi la seconda variabile di stato come

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 \quad (5.10)$$

Turbina

Nel turbogetto semplice il ruolo della turbina è quello di fornire la potenza necessaria a muovere il compressore. Da questa considerazione, note le condizioni in 4 e le prestazioni della turbina (cioè il suo rendimento adiabatico), si possono calcolare le condizioni del flusso a valle della turbina (punto 5 in Fig. 5.2).

L'equilibrio dinamico turbina-compressore prevede quindi che la potenza generata dalla turbina sia pari a quella assorbita dal compressore. Seguendo le convenzioni di (4.2) si ha:

$$-\dot{\mathbb{L}}_t = \dot{\mathbb{L}}_c \Rightarrow (\dot{m}_a + \dot{m}_f) L_t = \dot{m}_a L_c \quad (5.11)$$

dove bisogna considerare che il fluido che attraversa la turbina è costituito dai prodotti di combustione e quindi la portata che la attraversa è pari alla somma delle portate di aria e combustibile. Nel caso più generale bisognerà considerare anche la potenza spesa per vincere gli attriti degli organi di trasmissione e l'eventuale potenza assorbita da organi ausiliari (ad esempio, la pompa del combustibile). Si introducono quindi i rendimenti meccanici di compressore e turbina, il primo dei quali indica che della potenza generata dalla turbina $\dot{\mathbb{L}}_t$ soltanto la frazione $\eta_{mt}\dot{\mathbb{L}}_t$ è disponibile all'albero che la collega con il compressore, il secondo che in realtà per trasmettere la potenza $\dot{\mathbb{L}}_c$ al compressore deve essere fornita all'albero una potenza lievemente maggiore, $\dot{\mathbb{L}}_c/\eta_{mc}$. Il bilancio energetico, esprimendo il lavoro per unità di massa di fluido in termini di variazione di entalpia, si scrive:

$$-\eta_{mt}\dot{\mathbb{L}}_t = \eta_{mt}(\dot{m}_a + \dot{m}_f)(h_4 - h_5) = \frac{\dot{\mathbb{L}}_c}{\eta_{mc}} = \frac{\dot{m}_a(h_3 - h_2)}{\eta_{mc}} \quad (5.12)$$

e dividendo per \dot{m}_a ed introducendo il rapporto di diluizione combustibile/aria f :

$$\eta_{mt} \eta_{mc} (1 + f) (h_4 - h_5) = h_3 - h_2 \quad (5.13)$$

Se si considera costante il valore di c_p , come è stato assunto, si ottiene:

$$T_5 = T_4 - \frac{T_3 - T_2}{\eta_{mt} \eta_{mc} (1 + f)} \quad (5.14)$$

Per calcolare la pressione risultante a valle della turbina, e quindi determinare completamente le condizioni nella stazione 5, si possono utilizzare, come nel compressore, la relazione isentropica ed il rendimento adiabatico η_t . Ricordando la definizione

$$\eta_t = \frac{L_t}{L'_t} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_{5'}} \quad (5.15)$$

si può facilmente calcolare il valore della temperatura all'uscita della turbina che sarebbe stato ottenuto nel caso ideale, indicato come $T_{5'}$:

$$T_{5'} = T_4 - \frac{T_4 - T_5}{\eta_t} \quad (5.16)$$

Poiché L'_t indica il lavoro che avrebbe potuto essere estratto da una turbina ideale ($\eta_t = 1$) che sfrutti lo stesso rapporto di pressione della turbina reale considerata, si ha $p_{5'} = p_5$. Questo valore della pressione all'uscita della turbina può essere calcolato dall'isentropica 4 - 5':

$$\frac{p_4}{p_5} = \frac{p_4}{p_{5'}} = \left(\frac{T_4}{T_{5'}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow p_5 = p_4 \left(1 - \frac{1 - T_5/T_4}{\eta_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.17)$$

Ugello

L'evoluzione nell'ugello può essere facilmente calcolata, in quanto in questo componente non viene scambiato lavoro ($\dot{L}_s = 0$) né calore ($\dot{Q} = 0$) con l'esterno (almeno nel caso ideale), e quindi può essere considerato come un condotto quasi-monodimensionale ad entalpia totale costante. Nell'ugello ci si riferirà quindi di nuovo alle grandezze statiche, essendo l'entalpia totale nell'ugello costante, quindi pari a quella con cui il flusso entra nell'ugello ($h_{07} = h_{05}$). La pressione totale non si manterrà invece costante a causa dell'attrito, il cui effetto sarà tenuto in conto attraverso un rendimento adiabatico η_n .

Per calcolare le condizioni nella sezione di uscita occorre conoscere la geometria dell'ugello. Una possibile condizione operativa è quella di ugello adattato, nelle condizioni di progetto allo studio. Con ciò si intende che la geometria dell'ugello è quella necessaria ad avere $p_9 = p_a$, cioè pressione sulla sezione di uscita pari alla pressione ambiente (condizione che abbiamo visto dare il massimo della spinta).

Si può definire una trasformazione isentropica 5 - 9' accanto a quella reale 5 - 9 (che termina quindi in un punto 9' alla stessa pressione del punto 9 reale). La trasformazione isentropica avviene senza perdite di pressione totale ed è quindi in grado di fornire una maggiore velocità di efflusso a parità di rapporto di pressione p_5/p_a . Dalla trasformazione isentropica si ha:

$$T_{9'} = T_5 \left(\frac{p_9}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (5.18)$$

e dalla definizione di rendimento adiabatico dell'ugello (rapporto tra salto entalpico reale ed ideale):

$$\eta_n = \frac{h_5 - h_9}{h_5 - h_{9'}} = \frac{T_5 - T_9}{T_5 - T_{9'}} \Rightarrow T_9 = T_5 - \eta_n (T_5 - T_{9'}) \quad (5.19)$$

E' così completamente determinato (avendo appunto assunto l'ugello adattato) anche il punto 9. Ai fini dell'espressione della spinta, resta ancora da determinare, in funzione dei parametri di progetto, la velocità di efflusso u_e . Quest'ultima può essere facilmente calcolata sfruttando il principio di conservazione dell'energia tra 5 e 9, con $L_s = Q = 0$ (quindi entalpia totale costante):

$$h_{05} = h_{09} \Rightarrow h_5 + \frac{u_5^2}{2} = h_9 + \frac{u_9^2}{2} = h_{05} \simeq h_5 \quad (5.20)$$

di conseguenza:

$$u_e = u_9 \simeq \sqrt{2 c_p (T_5 - T_9)} = \sqrt{2 c_p T_5 \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (5.21)$$

Prestazioni

Una volta definiti i diversi punti del ciclo termodinamico appena descritto in funzione dei parametri di progetto (che sono le condizioni ambiente, β_c , T_4 , tutti i rendimenti introdotti e l'ipotesi di ugello adattato), si possono facilmente calcolare gli indici di prestazione:

Spinta Trascurando la portata di combustibile, la spinta è direttamente proporzionale al prodotto di velocità di efflusso e portata d'aria:

$$F = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_e - \dot{m}_a V_0 = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_e \simeq \dot{m}_a u_e \quad (5.22)$$

Rendimento Termodinamico Per un assegnato combustibile (quindi potere calorifico Q_f), risulta proporzionale al rapporto di u_e^2 ed f :

$$\eta_{th} = \frac{P_j}{P_{av}} = \frac{\dot{m}_a u_e^2}{2 \dot{m}_f Q_f} = \frac{u_e^2}{2 f Q_f} \quad (5.23)$$

Spinta Specifica (o Impulso specifico relativo all'aria) Risulta proporzionale alla velocità di efflusso:

$$I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} \simeq u_e \quad (5.24)$$

Si misura quindi in m/s [oppure in N/(kg/s), che è la stessa cosa].

Consumo Specifico (TSFC – Thrust Specific Fuel Consumption) Risulta proporzionale al rapporto tra f e la velocità di efflusso:

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{F} = \frac{f \dot{m}_a}{F} = \frac{f}{I_a} \simeq \frac{f}{u_e} \quad (5.25)$$

Si misura quindi nel sistema SI in $\text{kg}/(\text{N s})$ (che poi sarebbero s/m), o per praticità in $\text{kg}/(\text{N h})$, valendo l'ovvia relazione

$$[TSFC]_{\text{kg}/(\text{Nh})} = 3600 [TSFC]_{\text{kg}/(\text{Ns})} \quad (5.26)$$

Nel sistema tecnico invece si usano $\text{kg}/(\text{kg}_f \text{ h})$, cioè chilogrammi–massa per chilogrammo–forza – ora.

Rendimento propulsivo $\eta_p = 0$ essendo $V = 0$ (non ha senso a punto fisso).

Rendimento globale $\eta_o = 0$ essendo $V = 0$ (non ha senso a punto fisso).

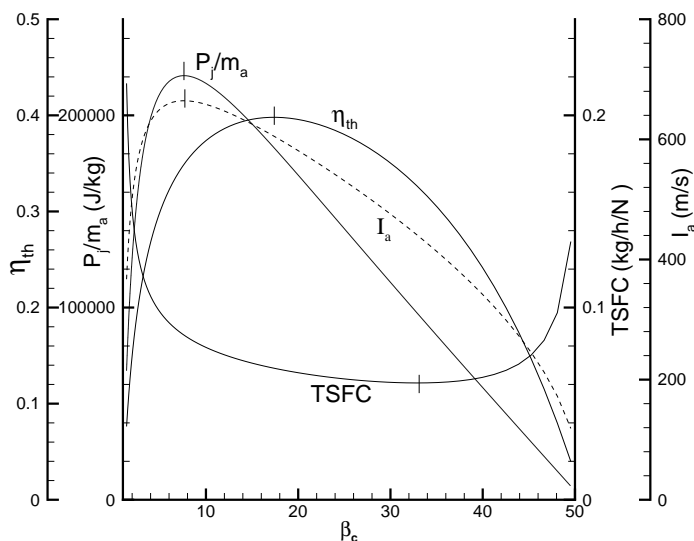


Figura 5.3: Prestazioni di un turbogetto semplice a punto fisso al variare di β_c , per assegnati valori di T_4 e dei rendimenti $\eta_c, \eta_b, \eta_{pb}, \eta_t, \eta_{mc}, \eta_{mt}$.

Le relazioni sopra ottenute permettono di esaminare il comportamento delle prestazioni del turbogetto semplice a punto fisso al variare dei parametri di progetto. In Fig. 5.3 è riportato l'andamento di spinta specifica, consumo specifico, potenza del getto (per unità di portata in massa di aria) e rendimento termico al variare del rapporto di compressione del compressore β_c , per un valore assegnato della temperatura massima del ciclo T_4 , nonché dei rendimenti. Come si è visto nello studio del ciclo turbogas, il lavoro utile, qui indicato dalla potenza conferita al getto ($u_e^2/2$, per unità di portata d'aria), ha un massimo al variare di β_c . Tale massimo corrisponde anche al massimo della spinta specifica, in quanto entrambi sono determinati dal massimo valore di u_e . Anche il rendimento termico ha un massimo, ma per valori più elevati di β_c . Esso infatti dipende dal rapporto u_e^2/f (Q_f è costante), ed f decresce al crescere di β_c , come si può vedere dalla (5.9) (T_3 cresce con β_c). Il ruolo di f è più importante su $TSFC$, che dipende dal rapporto f/u_e . Di conseguenza il minimo di $TSFC$ è spostato verso valori ancora più elevati di β_c . I risultati ottenuti mostrano che esiste un β_c ottimo diverso per ogni indice di prestazione, e che quindi occorrerà ricercare un compromesso tra spinta e consumo.

È interessante studiare l'evoluzione delle curve mostrate in Fig. 5.3 al variare di T_4 (ossia, data la temperatura ambiente, del rapporto T_4/T_a); questi risultati sono riportati nei tre diagrammi di Fig. 5.4, dove appunto T_4/T_a figura come parametro. Si osserva che, come già discusso nello studio del ciclo

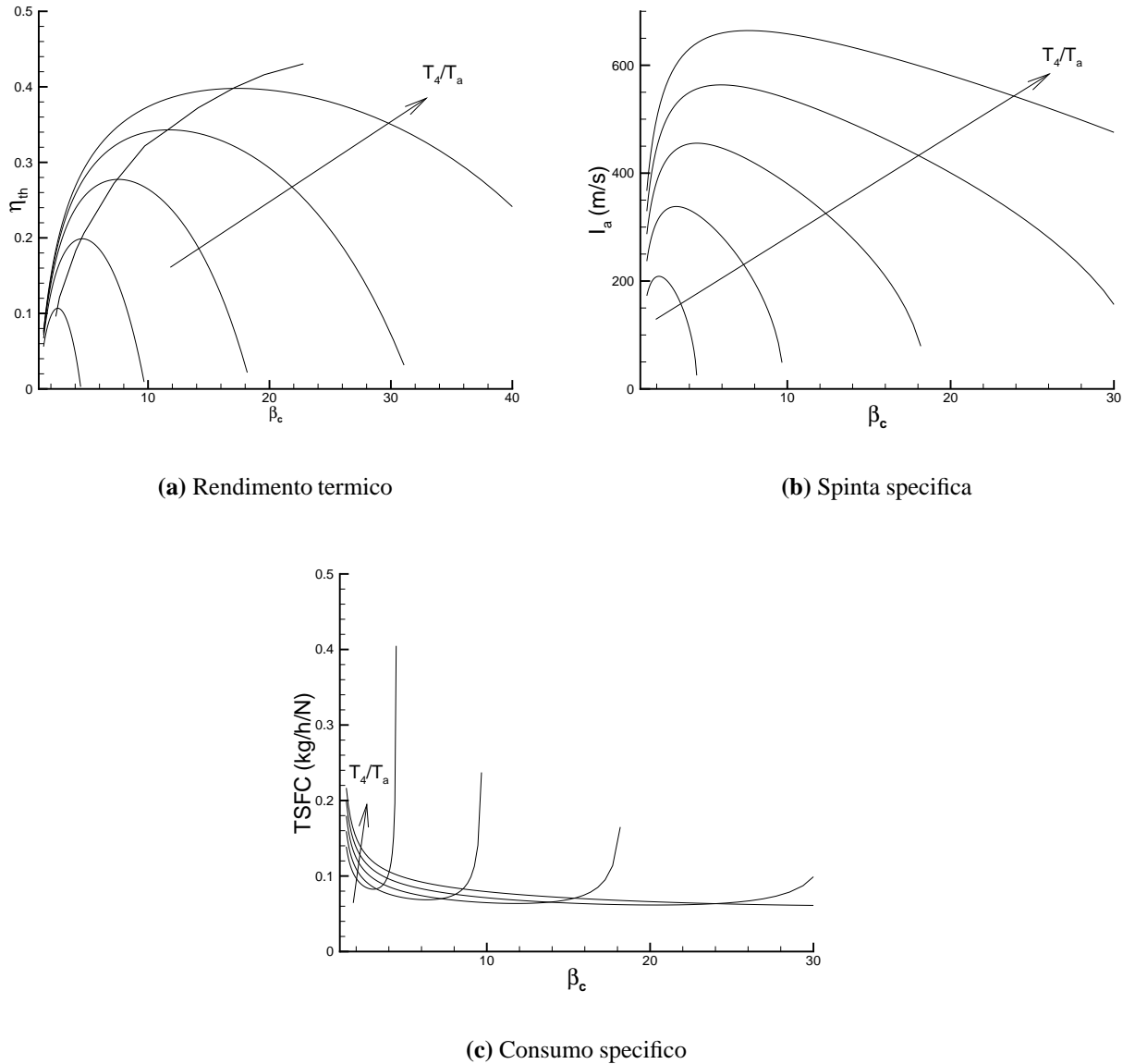


Figura 5.4: Prestazioni di un turbogetto semplice a punto fisso al variare di β_c e T_4 , con rendimenti η_c , η_b , η_{pb} , η_t , η_{mc} , η_{mt} assegnati.

turbogas, il rendimento termico cresce con T_4 per ogni valore di β_c , ed il massimo si sposta verso valori di β_c più elevati al crescere di T_4 . La spinta specifica ha un comportamento analogo, sebbene il valore di β_c per cui si ha il massimo vari meno sensibilmente con T_4 . È interessante notare che il comportamento del $TSFC$ mostra un'andamento circa piatto per un vasto campo di valori di β_c . Si vede comunque che per avere un basso $TSFC$ occorre adottare alti β_c , mentre per avere alte spinte specifiche occorre adottare un β_c moderato (meno di 8).

5.2 Prestazioni in Volo

Nello studiare il funzionamento in condizioni di progetto in volo di un turbogetto semplice, la differenza sostanziale rispetto al caso del funzionamento a punto fisso è il verificarsi di una compressione (rallentamento del flusso) nella presa dinamica. Nella rappresentazione nel piano $T-s$ si considereranno ancora le condizioni all'ingresso della presa d'aria pressoché coincidenti con quelle ambiente ($1 \equiv a$), mentre le condizioni all'uscita della presa d'aria saranno ovviamente diverse ($2 \neq 1$, quindi anche $2 \neq a$) (Fig. 5.5).

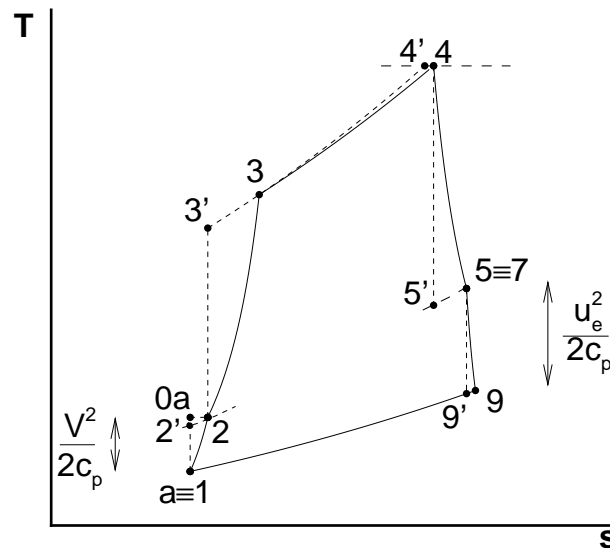


Figura 5.5: Rappresentazione del ciclo di turbogetto semplice in volo nel piano $T-s$.

Presenza Dinamica

Lo scopo della presa dinamica è di convogliare aria nel motore, rallentarla, ed aumentare la pressione statica p con contenute perdite di pressione totale p_{0a} . Si tratta di un componente senza parti in movimento, e che quindi non scambia lavoro con il flusso; inoltre (almeno idealmente) non c'è scambio di calore con l'esterno. Quindi, come l'ugello, la presa dinamica non scambia energia con l'esterno ma semplicemente la trasforma, tuttavia mentre l'ugello converte energia termica in energia cinetica, la presa dinamica converte energia cinetica in energia termica. Quindi in una presa dinamica:

- la temperatura totale si conserva;
- la pressione totale diminuisce (nel caso reale);
- la pressione statica aumenta;
- l'energia cinetica diminuisce.

Per calcolare le condizioni di flusso a valle della presa dinamica si può considerare il grafico di Fig. 5.6. La conservazione dell'energia totale fa sì che, nell'ipotesi in cui il numero di Mach all'uscita della presa dinamica sia basso, risulta $h_2 \simeq h_{02} = h_{01} = h_{0a}$, per cui il punto 2 si troverà certamente sulla stessa ordinata del punto $0a$ che indica le condizioni di ristagno della corrente a monte della presa d'aria. Se il rallentamento nella presa dinamica fosse isentropico, le condizioni all'uscita coinciderebbero con quelle totali della corrente che investe il motore ($2 \equiv 0a$). La pressione statica a valle della presa dinamica è quindi in ogni caso praticamente coincidente con quella totale locale (per il basso numero di Mach del flusso in uscita), ed in particolare nel caso ideale sarebbe proprio pari alla p_{0a} indicata in Fig. 5.6. In

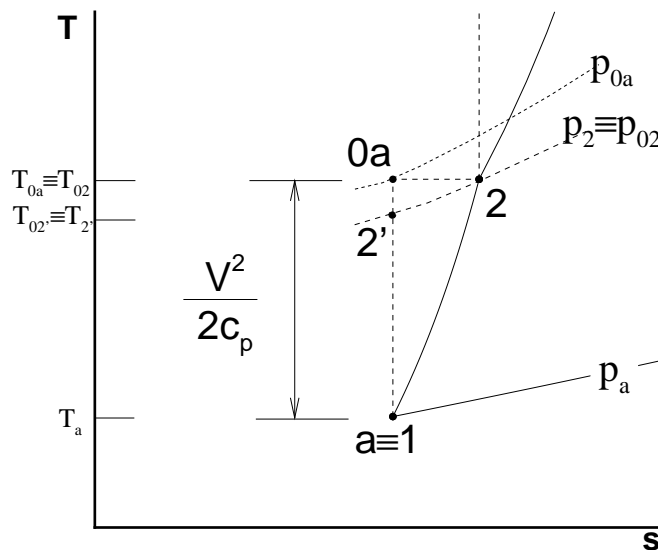


Figura 5.6: Ciclo reale (a tratto pieno) ed ideale (tratteggiato) di un turbogetto in volo, nel piano $T - s$.

realtà invece la pressione totale sarà più bassa a causa dell'irreversibilità del rallentamento, e quindi il punto 2 si troverà nella posizione indicata in Fig. 5.6, caratterizzato dalla stessa temperatura del punto $0a$ (essendo la trasformazione adiabatica, ed il numero di Mach in uscita basso), ma da un valore più basso di pressione totale, e più alto di entropia. Per quantificare l'entità dei processi irreversibili in una presa dinamica reale, si possono utilizzare due differenti definizioni di rendimento (ad ogni modo, dall'una si può ricavare l'altra):

1. Rapporto tra le pressioni totali ε_d . È il criterio più intuitivo, in quanto indica il rapporto tra la pressione totale effettivamente ottenuta all'uscita della presa e la massima potenzialmente raggiungibile, corrispondente ad un rallentamento isentropico:

$$\varepsilon_d = \frac{p_{02}}{p_{0a}} \quad (5.27)$$

2. Rendimento adiabatico η_d . Questo criterio, largamente impiegato, ricerca un'analogia con la definizione di rendimento adottata per il compressore. Bisogna però osservare una differenza:

mentre nel caso del compressore si considera *assegnato il rapporto tra pressione finale e iniziale* (il salto entalpico risultante dipenderà da quanto la trasformazione reale si avvicina a quella ideale), nel caso della presa dinamica è invece *assegnato il salto di entalpia statica attraverso di essa*, che per quanto detto risulta pari a $V_0^2/2$ (se il numero di Mach all'uscita è basso), ed è il rapporto tra pressione in uscita ed in ingresso che dipende da quanto la trasformazione reale approssima quella ideale. Questo rendimento è quindi definito come un rapporto tra salti entalpici ('ideale' diviso reale, a parità di salto di pressione), dove però il salto entalpico 'ideale' è definito in maniera piuttosto artificiosa. Si considera infatti una trasformazione dalla stazione a (condizioni ambiente) ad una stazione $2'$ (uscita presa d'aria 'ideale'), *ideale* (quindi ad entropia costante al valore nel punto a), la quale termina in un punto ($2'$, appunto) la cui pressione $p_{2'}$ è pari a quella, p_2 , ottenuta al termine della trasformazione *reale*. Questo rendimento, incidentalmente, può essere inteso come il rapporto tra l'energia cinetica del flusso all'ingresso della presa dinamica sufficiente a raggiungere la pressione p_2 nel caso *isentropico*, e l'energia cinetica del flusso all'ingresso della presa dinamica necessaria a raggiungere p_2 nel caso *reale*:

$$\eta_d = \frac{T_{02'} - T_a}{T_{02} - T_a} \simeq \frac{T_{2'} - T_a}{T_2 - T_a} \quad (5.28)$$

dove l'ultimo passaggio è evidentemente possibile grazie al basso numero di Mach in uscita dalla presa. Per le condizioni a valle della presa dinamica si ha per la temperatura, dall'equazione di conservazione dell'energia:

$$h_a + \frac{V_0^2}{2} = h_{0a} \quad \Rightarrow \quad T_2 \simeq T_{02} = T_{0a} = T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (5.29)$$

mentre per la pressione si utilizza uno dei parametri di prestazione della presa dinamica: se è noto il rapporto di pressioni totali ε_d si ha

$$p_2 \simeq p_{02} = \varepsilon_d p_{0a} = \varepsilon_d \left(\frac{T_2}{T_a} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a \quad (5.30)$$

mentre se è noto il rendimento adiabatico η_d si ha, utilizzando la (5.28) per $T_{2'}$,

$$p_2 = p_{2'} = \left(\frac{T_{2'}}{T_a} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a \quad \text{dove} \quad T_{2'} = T_a + \eta_d (T_2 - T_a) \quad (5.31)$$

in cui T_2 è data dalla (5.29), per cui si può infine scrivere

$$p_2 = p_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.32)$$

Il resto del ciclo può essere poi calcolato esattamente come si è visto nel caso del funzionamento a punto fisso.

Prestazioni

Anche nel caso di funzionamento in condizioni di progetto in volo a quota costante e a velocità costante V_0 , una volta effettuato il calcolo del ciclo termodinamico in funzione dei parametri di progetto (che sono le condizioni ambiente, β_c , T_4 e tutti i rendimenti introdotti), si possono facilmente calcolare gli indici di prestazione. In particolare, adottando le ipotesi di ugello adattato e portata di combustibile trascurabile rispetto alla portata d'aria, si ottengono le seguenti espressioni semplificate per i parametri di prestazione:

Spinta In questo caso non è più semplicemente proporzionale alla velocità di efflusso, ma alla differenza $u_e - V_0$ (sotto l'assunzione $f \ll 1$):

$$F = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) u_e - \dot{m}_a V_0 \simeq \dot{m}_a (u_e - V_0) \quad (5.33)$$

Rendimento Termodinamico In questo caso bisogna considerare che l'energia fornita al fluido è data dalla variazione di energia cinetica del flusso (avendo già assunto $f \ll 1$):

$$\eta_{th} = \frac{P_j}{P_{av}} = \frac{\dot{m}_a (u_e^2 - V_0^2)}{2 \dot{m}_f Q_f} = \frac{u_e^2 - V_0^2}{2 f Q_f} \quad (5.34)$$

Rendimento propulsivo Nelle ipotesi adottate si può considerare l'espressione semplificata valida per $f \ll 1$:

$$\eta_p = \frac{P_p}{P_j} \simeq \frac{2 V_0}{u_e + V_0} = \frac{2 \nu}{1 + \nu} \quad (5.35)$$

Rendimento globale Vale la relazione già ottenuta nel cap. 3:

$$\eta_o = \frac{P_p}{P_{av}} \simeq \frac{(u_e - V_0) V_0}{f Q_f} \quad (5.36)$$

Spinta Specifica (o Impulso specifico relativo alla portata di aria) Come la spinta è in questo caso proporzionale alla variazione di velocità del flusso:

$$I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} \simeq u_e - V_0 \quad (5.37)$$

Consumo Specifico è valida la stessa relazione scritta per il caso di funzionamento a punto fisso, purché si ricordi la diversa espressione di I_a :

$$TSFC = \frac{f}{I_a} = \frac{f}{u_e - V_0} \quad (5.38)$$

Le prestazioni al variare di β_c e T_4 , per un'assegnata condizione di volo (numero di Mach e quota, la quale ultima identifica la temperatura ambiente, la velocità del suono, e la pressione ambiente, che sotto l'ipotesi di ugello adattato determina la pressione all'uscita dell'ugello) sono riportate in Fig. 5.7a-5.11a, mentre in Fig. 5.7b-5.11b le stesse prestazioni sono mostrate in funzione di β_c e M , per un valore assegnato di T_4 .

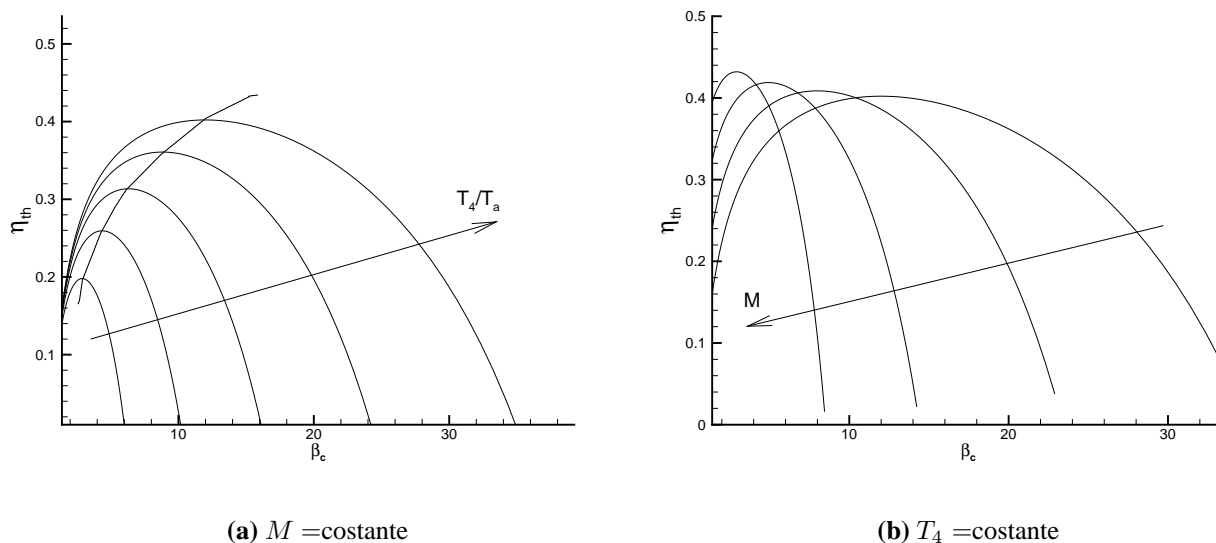


Figura 5.7: Rendimento termico di un turbogetto semplice in volo al variare di β_c .

Il rendimento termodinamico (Fig. 5.7) è strettamente legato al rapporto di compressione e alla temperatura massima del ciclo e quindi, per un assegnato valore di V_0 , si comporta come nel caso a punto fisso. L'unica differenza è dovuta al fatto che il rapporto di compressione effettivo del ciclo è maggiore di β_c a causa del contributo della compressione nella presa dinamica; possiamo individuare tale rapporto di compressione effettivo (o globale, *overall*) come prodotto dei rapporti relativi a diffusore e compressore

$$\beta_o = \beta_d \beta_c = \frac{p_2}{p_a} \frac{p_3}{p_2} \quad (5.39)$$

Ciò provoca uno spostamento del massimo di η_{th} verso valori di β_c inferiori rispetto al caso di punto fisso. Si può notare in Fig. 5.7b come questo massimo si sposti verso valori più bassi di β_c all'aumentare di M (perché la compressione nella presa dinamica diviene sempre maggiore), con il valore del massimo che aumenta solo lievemente all'aumentare di M . Quest'aumento è dovuto al miglior rendimento della presa dinamica rispetto al compressore (almeno finché si opera in regime subsonico). Il fatto poi che parte della compressione avviene nella presa dinamica, in misura sempre maggiore al crescere di M , fa sì che il campo di β_c in cui il propulsore è in grado di fornire lavoro utile si restringe. Infatti, come si deduce dallo studio del ciclo turbogas, il rapporto di compressione del ciclo (p_3/p_a) massimo che consente di estrarre lavoro utile dal ciclo resta all'incirca costante, a meno delle differenze dovute ai diversi rendimenti di presa dinamica e compressore.

Il rendimento propulsivo, ovviamente nullo nel caso di funzionamento a punto fisso, diminuisce al crescere della temperatura massima (Fig. 5.8); ciò è dovuto al conseguente aumento della velocità di efflusso che fa allontanare il rapporto ν dall'unità. Il rendimento propulsivo si avvicina all'unità quando la spinta tende ad annullarsi. Nel campo di valori di β_c per cui è definita la spinta del motore, si osserva che l'andamento di η_p ha un minimo per bassi valori di β_c e poi cresce con β_c . In effetti, per un valore costante di V_0 , η_p diminuisce con u_e , vedi (5.35), la quale è legata al lavoro utile del ciclo e che quindi ha un massimo al variare di β_c . Al crescere di M (Fig. 5.8b) l'aumento di V_0 provoca un aumento del rendimento propulsivo, vedi ancora (5.35).

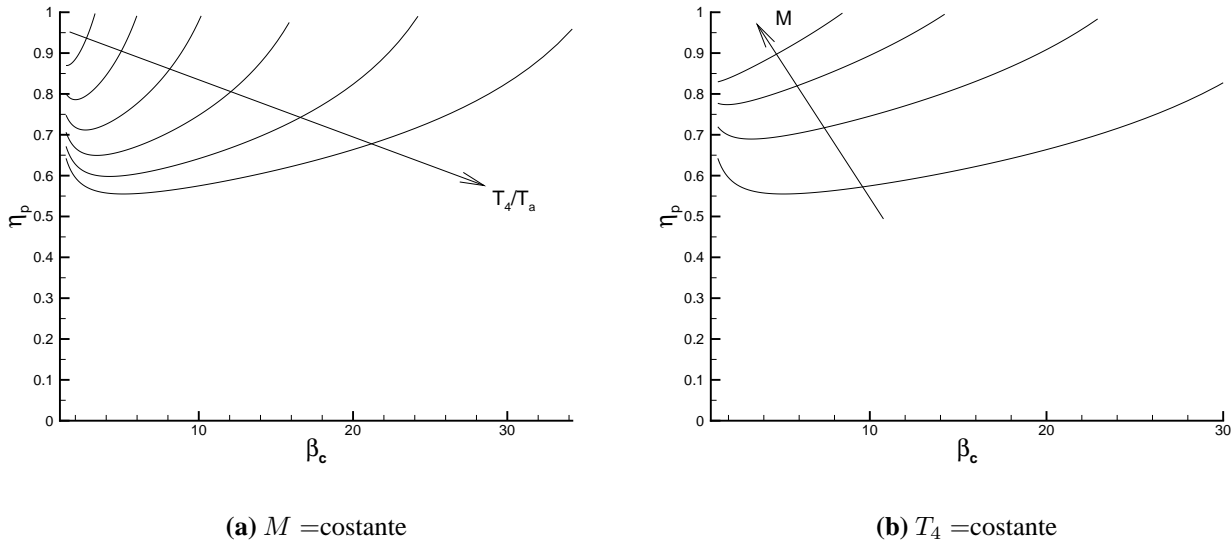


Figura 5.8: Rendimento propulsivo di un turbogetto semplice in volo al variare di β_c e Mach di volo.

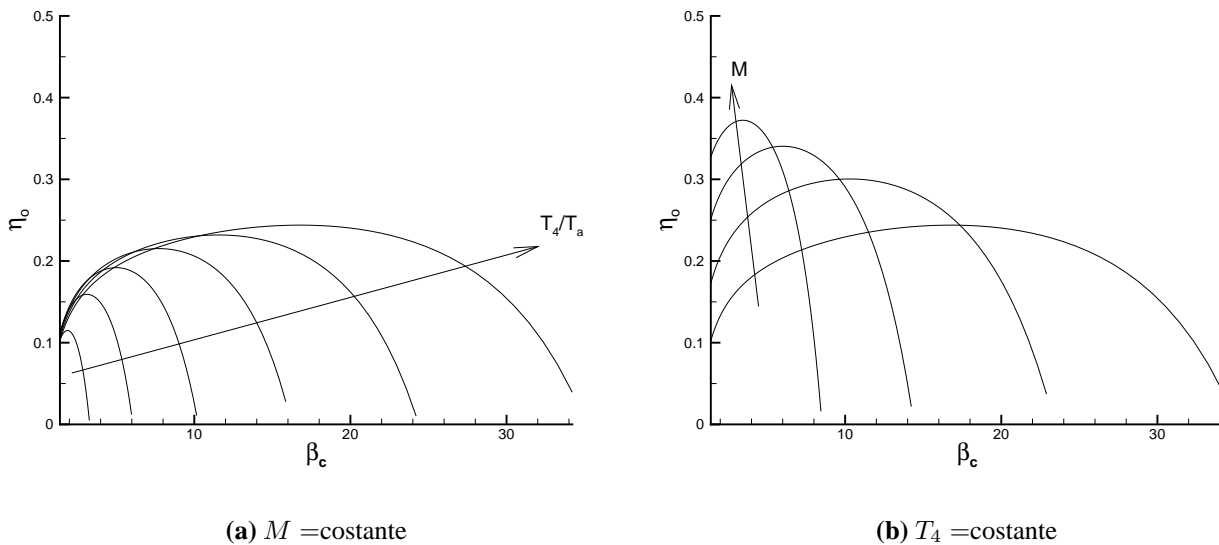


Figura 5.9: Rendimento globale di un turbogetto semplice in volo al variare di β_c e Mach di volo.

Il comportamento del rendimento globale lo si può desumere da quelli di rendimento termico e propulsivo. Si è visto che a parità di $f Q_f$ esso ha un massimo quando $V_0 = u_e/2$ e che questo massimo cresce con u_e . In effetti bisogna considerare che anche f dipende dalle condizioni di volo e da β_c . In particolare, f diminuisce con β_c e con la velocità di volo (qualunque contributo all'aumento di T_3 riduce la portata di combustibile necessaria per raggiungere la massima T_4 consentita). Questa osservazione spiega il muoversi verso valori crescenti di β_c del massimo rendimento globale al crescere

di T_4 (Fig. 5.9a). D'altro canto confrontando gli andamenti di η_{th} e η_p si capisce che l'aumento di η_p al crescere di β_c sposta il valore del massimo di η_o a valori di β_c più elevati rispetto a η_{th} . Il ruolo del rendimento propulsivo, vedi Fig. 5.8b, è inoltre quello di aumentare il valore massimo del rendimento globale al crescere di M in maniera molto più vistosa di quanto accada per η_{th} . Si ricorda, nello studio di questi andamenti, che il rendimento globale è un importantissimo parametro di prestazione perché è ad esso che è direttamente proporzionale l'autonomia di un aeromobile, che è anche indice del consumo di combustibile necessario per percorrere una determinata distanza.

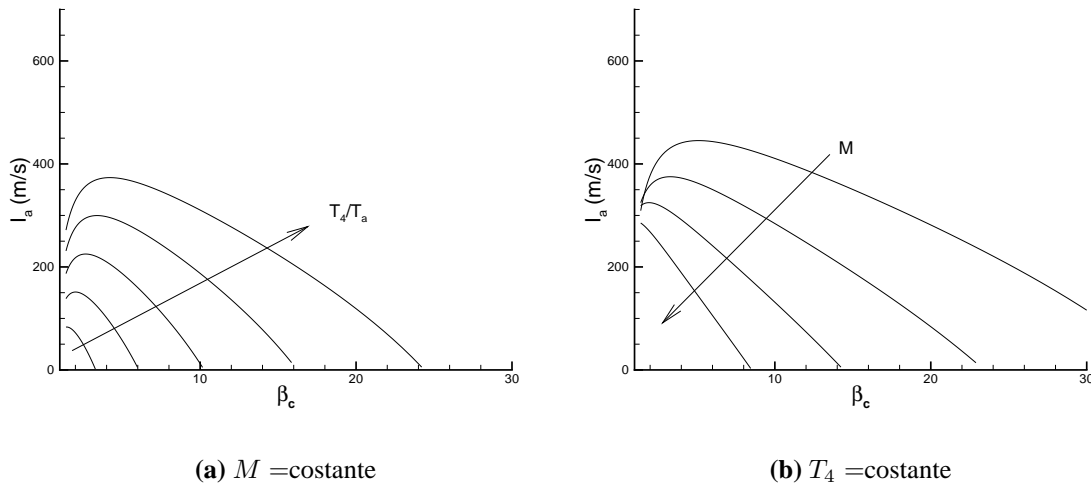


Figura 5.10: Spinta specifica di un turbogetto semplice in volo al variare di β_c e Mach di volo.

La spinta specifica è il parametro di prestazione con l'espressione più semplice, essendo proporzionale alla differenza $u_e - V_0$. Pertanto, al variare di T_4 con M costante, il comportamento in funzione di β_c è analogo al caso di punto fisso, a parte il già discusso contributo al rapporto di pressione del ciclo dovuto alla presa dinamica (Fig. 5.10a). Per valutare l'effetto del numero di Mach di volo sulla spinta specifica, osserviamo che il termine sottrattivo (V_0) cresce ovviamente linearmente con M , mentre il termine u_e presenta un comportamento più complesso, essendo anch'esso influenzato dal numero di Mach che, come detto, fa crescere il rapporto di compressione globale del ciclo, e si è visto che all'aumentare di tale rapporto di compressione il lavoro utile dapprima cresce, poi decresce. Generalmente u_e cresce meno di V_0 all'aumentare di M , o addirittura decresce, per cui la spinta specifica diminuisce con M , vedi Fig. 5.10b. Infine, Fig. 5.11 mostra che il consumo specifico diminuisce al crescere di β_c e T_4 , ed al diminuire di M . Il consumo specifico a V_0 assegnata è sostanzialmente l'inverso del rendimento globale, essendo $TSFC = V_0 / (Q_f \eta_o)$. Si osserva quindi un andamento del tutto analogo rispetto all'analisi svolta a punto fisso per quanto riguarda l'effetto di T_4 . Si nota inoltre una rapida crescita in prossimità delle condizioni di spinta nulla. Infatti, in tali condizioni dalla definizione di consumo specifico riferito alla spinta, si raggiunge ovviamente una condizione di consumo "infinito" in quanto per generare una spinta nulla è ancora necessario consumare combustibile per vincere gli attriti e le perdite del sistema propulsivo.

La discussione delle prestazioni permette considerazioni di carattere generale. Innanzitutto gli indici di prestazione principali sono rendimento globale e spinta specifica; infatti essi definiscono rispettivamente le proprietà di consumo (quindi autonomia) e di ingombro frontale (e di conseguenza il peso

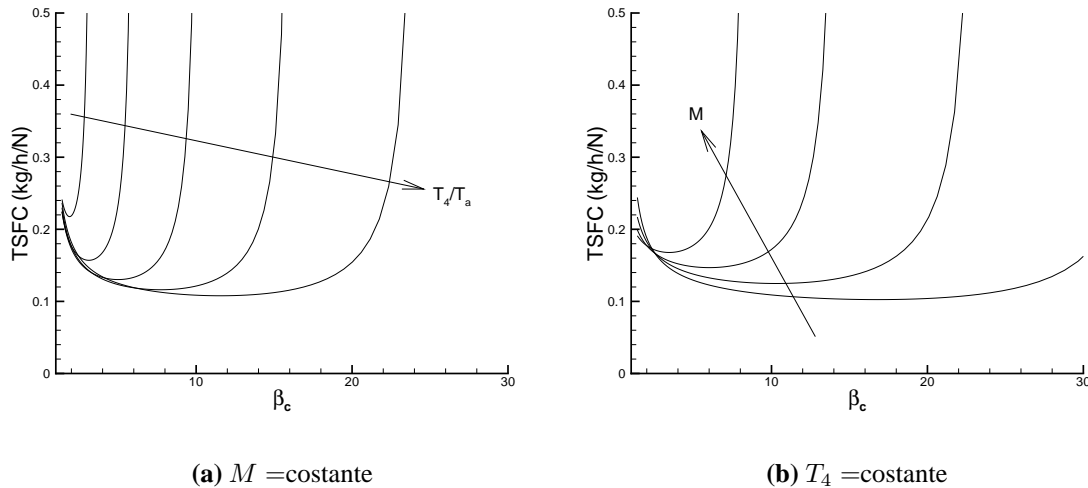


Figura 5.11: Consumo specifico di un turbogetto semplice in volo al variare di β_c e T_4 .

del propulsore che dipende soprattutto dalle dimensioni delle turbomacchine) del propulsore. Si pu`o ad esempio dedurre che rapporti di compressione relativamente contenuti permettono di avere maggiore spinta specifica, e quindi sono preferiti quando la leggerezza e il minimo ingombro sono i vincoli progettuali pi`u importanti. Al contrario, nel caso in cui l'economia di combustibile sia il vincolo principale, occorre piuttosto orientarsi verso propulsori con elevati valori del rapporto di compressione, che massimizzano il rendimento globale (questi valori di β_c diminuiscono per`o al crescere di M). E' interessante osservare che in ogni caso `e vantaggioso lavorare con valori della temperatura massima del ciclo pi`u elevata possibile.

5.3 Valori tipici dei rendimenti dei componenti di un turbogetto semplice

Nei paragrafi precedenti `e stato descritto come calcolare punto per punto il ciclo di un turbogetto semplice e le sue prestazioni. Per questo bisogna conoscere, come si `e visto, i rendimenti dei suoi componenti; questi valori possono cambiare da propulsore a propulsore, `e importante comunque conoscere i loro tipici ordini di grandezza, in modo da potere effettuare valutazioni orientative anche quando questi parametri non sono noti a priori. Questi valori sono riportati in Tab. 5.1. Osservando i valori riportati nella tabella si pu`o notare che i valori dei rendimenti adiabatici di diffusore e ugello sono pi`u elevati di quelli delle corrispondenti macchine rotanti (compressore e turbina, rispettivamente), e sono abbastanza prossimi all'unit`a. I rendimenti adiabatici dei componenti in cui il flusso evolve con gradiente di pressione avverso (compressore e presa dinamica) sono pi`u bassi di quelli dei corrispondenti componenti in cui il flusso evolve con gradiente di pressione favorevole (turbina e ugello). Per quanto riguarda il combustore, spesso si potr`a considerare con buona approssimazione unitario il rendimento della combustione. Infine i rendimenti meccanici sono in genere elevati, e spesso possono in prima approssimazione essere considerati unitari.

Per quanto riguarda le propriet`a del gas, a valle del combustore esse saranno diverse da quelle del-

Componente	Rendimento	Rendimento	Rendimento	Rendimento	Q_f MJ/kg
	Adiabatico	Meccanico	Combustione	Pneumatico	
Presa d'aria	$\eta_d = 0.97$	—	—	—	—
Compressore	$\eta_c = 0.88$	$\eta_{mc} = 0.98$	—	—	—
Combustore	—	—	$\eta_b = 0.99$	$\eta_{pb} = 0.94$	43
Turbina	$\eta_t = 0.90$	$\eta_{mt} = 0.98$	—	—	—
Ugello	$\eta_n = 0.98$	—	—	—	—

Tabella 5.1: Valori tipici di rendimenti e proprietà del gas in un turbogetto semplice.

l'aria in ingresso sia per le elevate temperature, sia per la diversa composizione chimica dei prodotti di combustione. In effetti la massa molare dei prodotti di combustione risulta estremamente vicina a quella dell'aria, per cui il valore della costante del gas resta invariato, mentre occorrerebbe in linea di principio considerare il fatto che c_p (e quindi γ) varia significativamente con la temperatura, cosa che tuttavia non è possibile nell'ambito della presente trattazione. In conclusione si ricorda che un valore approssimato del potere calorifico inferiore dei combustibili aeronautici è $Q_f \sim 43 \text{ MJ/kg}$.

Domande di verifica

- 5.1 Quali sono le principali differenze tra il ciclo reale di turbina a gas e quello del turbogetto semplice a punto fisso?
- 5.2 Disegnare lo schema a blocchi di un turbogetto semplice. Si indichi anche la numerazione secondo la notazione standard.
- 5.3 Quali sono i principali 5 componenti che costituiscono un turbogetto? Qual'è il compito di ciascuno di essi?
- 5.4 Disegnare nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso in un turbogetto semplice a punto fisso. Si effettui il disegno per il caso ideale e per quello reale, per assegnati rapporto di compressione, quota e temperatura massima ammissibile.
- 5.5 Qual'è il componente di un turbogetto che determina il valore massimo ammissibile per la temperatura di fine combustione?
- 5.6 Ricavare l'espressione di $f = \dot{m}_f / \dot{m}_a$ per un turbogetto in funzione delle temperature di ingresso e uscita dal combustore e del potere calorifico del combustibile. Si assuma $f \ll 1$ e che le proprietà del gas siano costanti ($c_p = \text{cost}$).

- 5.7** Cosa si intende con rendimento di combustione? e con rendimento pneumatico del combustore?
- 5.8** Nella maggior parte dei punti che individuano il ciclo di un turbogetto semplice a punto fisso le grandezze totali possono essere considerate coincidenti con quelle statiche. In quale componente tale approssimazione non è corretta, e quindi si considerano le grandezze statiche?
- 5.9** In un turbogetto semplice (a punto fisso) indicare quale/i componente/i svolgono ciascuna fase del ciclo di Brayton-Joule.
- 5.10** Come varia il rendimento termico di un turbogetto semplice a punto fisso al variare della temperatura massima ammissibile in turbina? e la spinta specifica? e il consumo specifico?
- 5.11** Come varia il rendimento termico di un turbogetto semplice a punto fisso al variare del rapporto di compressione? e la spinta specifica? e il consumo specifico?
- 5.12** In cosa differisce il comportamento di un turbogetto in volo da quello dello stesso turbogetto a punto fisso?
- 5.13** Disegnare nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso in un turbogetto semplice in volo. Si effettui il disegno per il caso ideale e quello reale, per assegnati rapporto di compressione, quota velocità di volo e temperatura massima ammissibile.
- 5.14** Nella maggior parte dei punti che individuano il ciclo di un turbogetto semplice in volo le grandezze totali possono essere considerate coincidenti con quelle statiche. In quali componenti tale approssimazione non è corretta, e quindi si considerano le grandezze statiche?
- 5.15** In un turbogetto semplice (in volo) indicare quale/i componente/i svolgono ciascuna fase del ciclo di Brayton-Joule.
- 5.16** Quali sono i parametri che misurano l'efficienza di una presa dinamica e come sono definiti?
- 5.17** Ricavare la relazione tra i due parametri che misurano l'efficienza della presa dinamica.
- 5.18** Sebbene in entrambi i componenti aumenti la pressione del flusso, la relazione tra punti ideali e punti reali nel piano $T - s$ è diversa tra presa dinamica e compressore. Quali sono le relazioni tra punti ideali e reali nei due casi? In cosa differiscono? (Nota che qui si intende come punto ideale quello che si otterrebbe se il componente funzionasse idealmente).
- 5.19** Che relazione c'è tra rendimento globale e consumo specifico di un turbogetto semplice?
- 5.20** Come si comporta la spinta specifica al variare della temperatura massima ammissibile in turbina nel caso di un turbogetto in volo? Ed al variare di β_c ? Quali sono le differenze rispetto al comportamento a punto fisso?
- 5.21** Il consumo specifico ha un minimo in funzione di β_c . Verso quali valori di β_c (più bassi o più alti) si sposta il minimo al crescere della velocità di volo?

Esercizi svolti

5.1 Si calcoli la spinta generata da un turbogetto operante a punto fisso a livello del mare ($T_a = 288$ K e $p_a = 100$ kPa) e il suo consumo specifico. Il turbogetto ha le seguenti caratteristiche: $\beta_c = 15.5$, $T_4 = 1500$ K, $\eta_c = 0.85$, $\eta_b = 0.99$, $\eta_{pb} = 0.98$, $\eta_t = 0.92$, $\eta_m = 0.97$, l'ugello è convergente e la portata d'aria elaborata dal motore è $\dot{m}_a = 50$ kg/s. Si considerino le proprietà del fluido uguali a quelle dell'aria e costanti ($c_p = 1004.5$ J/(Kkg) e $\gamma = 1.4$); inoltre, il potere calorifico del combustibile è $Q_f = 43.4$ MJ/kg.

Si disegna innanzitutto lo schema come in Fig. 5.1 e il ciclo come in Fig. 5.2 con la corretta

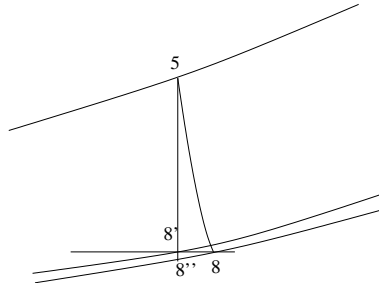


Figura 5.12: Esercizio 5.1

numerazione delle stazioni. Essendo noti rapporto di compressione e rendimento del compressore:

$$p_3 = \beta_c p_2 = 1550 \text{ kPa}$$

$$T_3 = T_a \left[1 + \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) / \eta_c \right] = 690.6 \text{ K}$$

Nota quindi la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione:

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = 1519 \text{ kPa}$$

$$T_4 = 1500 \text{ K}$$

$$c_p T_3 + \eta_b f Q_f = (1 + f) c_p T_4 \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c_p (T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f - c_p T_4} = 0.0196$$

e dal bilancio energetico turbina-compressore, assumendo $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 1.00$:

$$L_c = \eta_{mc} \eta_{mt} L_t = L_t \Rightarrow c_p (T_3 - T_a) = (1 + f) c_p (T_4 - T_5) \Rightarrow T_5 = 1105.1 \text{ K}$$

$$T_{5'} = T_4 - (T_4 - T_5) / \eta_t = 1070.8 \text{ K} \Rightarrow p_5 = p_4 (T_{5'} / T_4)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 466.9 \text{ kPa}$$

in queste condizioni l'ugello è saturato

$$T_9 = T_8 = T^* = T_5 / (1 + \delta) = 920.9 \text{ K} \Rightarrow u_9 = a^* = \sqrt{\gamma R T^*} = 608.3 \text{ m/s}$$

Per calcolare p_8 si considera il punto 8'' sull'isobara che passa per 8

$$\eta_m = (T_5 - T_8) / (T_5 - T_{8''}) \Rightarrow T_{8''} = 915.2 \text{ K}$$

$$p_8 = p_{8''} = p_5 (T_{8''} / T_5)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 241.3 \text{ kPa}$$

Si possono quindi calcolare le prestazioni:

$$F = \dot{m}_a (1 + f) u_8 + (p_8 - p_a) A_8 = 43.98 \text{ kN} \quad \text{dove} \quad A_8 = \dot{m}_a (1 + f) / (\rho_8 u_8) = 0.0918 \text{ m}^2$$

La spinta si può anche calcolare direttamente da p_8 e u_8 senza calcolare l'area A_8 :

$$F = \dot{m}_a(1+f)u_8 \left(1 + \frac{p_8 - p_a}{\rho_8 a_8^2} \right) = \dot{m}_a(1+f)u_8 \left(1 + \frac{p_8 - p_a}{\gamma p_8} \right)$$

$$\dot{m}_f = f\dot{m}_a = 0.98 \text{ kg/s} \Rightarrow TSFC = \dot{m}_f/F = 0.080 \text{ (kg/h)/N}$$

5.2 Determinare ciclo termodinamico e prestazioni di un turbogetto semplice che opera alla quota $z = 9000 \text{ m}$ ed alla velocità $M = 0.8$, con le seguenti caratteristiche: $\beta_c = 10$; $T_4 = 1200 \text{ K}$. Si consideri l'ugello adattato e si assuma: $\eta_d = 0.97$, $\eta_c = 0.85$, $\eta_t = 0.9$, $\eta_n = 0.98$, $\eta_b \simeq 1.00$, $\eta_{pb} \simeq 1.00$, $\eta_{mc} = 0.98$, $\eta_{mt} = 0.98$, ed inoltre $Q_f = 43.5 \text{ MJ/kg}$.

Si disegna innanzitutto lo schema come in Fig. 5.1 e il ciclo come in Fig. 5.5 con la corretta numerazione delle stazioni.

Dalle tabelle per l'aria tipo si ottiene per $z = 9000 \text{ m}$:

$$p_a = 30.8 \text{ kPa}; \quad T_a = 229.73 \text{ K} \quad \text{e quindi} \quad V = M\sqrt{\gamma RT_a} = 243.05 \text{ m/s}$$

avendo considerato per l'aria $\gamma = 1.4$, $\delta = 0.2$ e $R = 287 \text{ J/(Kkg)}$.

Si possono calcolare le condizioni a valle della presa d'aria ($\eta_d = 0.97$):

$$T_2 = T_a (1 + \delta_a M^2) = 259.14 \text{ K}$$

$$T_{2'} = T_a + \eta_d (T_2 - T_a) = 258.25 \text{ K}$$

$$p_2 = \left(\frac{T_{2'}}{T_a} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a = 46.39 \text{ kPa}$$

Essendo noti rapporto di compressione e rendimento del compressore ($\eta_{ac} = 0.85$):

$$p_3 = \beta_c p_2 = 463.93 \text{ kPa}$$

$$T_3 = T_2 \left[1 + \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) / \eta_c \right] = 542.87 \text{ K}$$

Nota quindi la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione ($\eta_b = \eta_{pb} = 1.00$):

$$T_4 = 1200 \text{ K}$$

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = p_3 = 463.90 \text{ kPa}$$

$$c_p T_3 + \eta_b f Q_f = (1+f)c_p T_4 \Rightarrow f = \frac{c_p(T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f - c_p T_4} = 0.0195$$

e dal bilancio energetico turbina compressore (con $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.98$, $\eta_t = 0.90$):

$$L_c = \eta_{mc} \eta_{mt} L_t \Rightarrow c_p (T_3 - T_2) = \eta_{mc} \eta_{mt} (1+f) c_p (T_4 - T_5) \Rightarrow T_5 = 942.44 \text{ K}$$

$$T_{5'} = T_4 - (T_4 - T_5) / \eta_t = 913.83 \text{ K} \Rightarrow p_5 = p_4 (T_{5'} / T_4)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 158.53 \text{ kPa}$$

essendo l'ugello adattato ($\eta_{an} = 0.98$):

$$p_9 = p_a = 30.8 \text{ kPa}$$

$$T_{9'} = T_5 \left(\frac{p_9}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 621.88 \text{ K}$$

$$T_9 = T_5 - \eta_n(T_5 - T_{9'}) \Rightarrow T_9 = 628.29 \text{ K}$$

$$u_9 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_9)} = 842.68 \text{ m/s}$$

Si possono quindi calcolare le prestazioni:

$$F/\dot{m}_a = (1 + f)u_9 - V = 616.0 \text{ m/s}$$

$$TSFC = f/(F/\dot{m}_a) = 0.114 \text{ (kg/h)/N}$$

$$\eta_{th} = \frac{(1 + f)u_9^2 - V^2}{2fQ_f} = 0.397$$

$$\eta_p = \frac{2[(1 + f)u_9 - V]V}{(1 + f)u_9^2 - V^2} = 0.450 \quad (\text{con la formula approssimata } \eta_p = 0.448)$$

$$\eta_o = \eta_{th}\eta_p = 0.179$$

Esercizi proposti

5.3 Un turbogetto semplice opera nella seguente situazione:

- Quota di volo $z = 10000 \text{ m}$
- Velocità di volo $M = 0.8$
- Rapporto di compressione del compressore: $\beta_c = 20$
- Temperatura massima in turbina: $T_4 = 1400 \text{ K}$
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.4 \text{ MJ/kg}$
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$
- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_b = \eta_{pb} \simeq 1.00$
- $\eta_t = 0.90$
- $\eta_n = 0.98$

Considerando un ugello convergente con sezione di efflusso pari ad $A_e = 0.3 \text{ m}^2$ calcolare: spinta, rendimenti termico, propulsivo e globale e consumo specifico.

$$R. F = 56.12 \text{ kN}, \eta_{th} = 0.427, \eta_p = 0.413, \eta_o = 0.177, TSFC = 0.112 \text{ kg h}^{-1}\text{N}^{-1}$$

5.4 Si calcolino il ciclo e le prestazioni di un turbogetto semplice, in condizioni di progetto, che vola ad una quota di 10000 m, ad una velocità di 200 m/s con $T_{max} = 1500 \text{ K}$ e $\beta_c = 12$. Si consideri

l'ugello adattato i valori di calore specifico e γ costanti e pari a quelli dell'aria ($\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5 \text{ J/K/kg}$), ugello adattato, f non trascurabile, $Q_f = 43 \text{ MJ/kg}$. Si considerino inoltre i seguenti rendimenti:

- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = 0.87$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$
- $\eta_b = 0.98$
- $\eta_{pb} = 0.97$
- $\eta_t = 0.92$
- $\eta_n = 0.99$

R. $I_a = 834.17 \text{ m/s}$, $\eta_{th} = 0.488$, $\eta_p = 0.332$, $\eta_o = 0.162$, $TSFC = 0.103 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1}$

5.5 Un turbogetto semplice è in volo alle seguenti condizioni:

- Quota di volo $z = 10000 \text{ m}$
- Velocità $V = 200 \text{ m/s}$
- Rapporto combustibile/aria $f = 0.0278$
- Salto entalpico in turbina $h_4 - h_5 = 217 \text{ kJ/kg}$

Considerando il propulsore dotato di ugello adattato, ed assumendo: $\eta_d = 0.97$, $\eta_c = 0.85$, $\eta_t = 0.9$, $\eta_n = 0.98$, $\eta_b \simeq 1.00$, $\eta_{pb} \simeq 1.00$, $\eta_{mc} = 0.98$, $\eta_{mt} = 0.98$, ed inoltre $c_p = 1004.5 \text{ J/(kg K)}$, $\gamma = 1.4$, $Q_f = 43.5 \text{ MJ/kg}$, determinare ciclo e prestazioni.

R. $I_a = 780.3 \text{ m/s}$, $\eta_{th} = 0.37$, $\eta_p = 0.35$, $\eta_o = 0.13$, $TSFC = 0.128 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1}$

5.6 Determinare spinta specifica e consumo specifico di un turbogetto al punto di funzionamento di progetto:

- Quota di volo $z = 5000 \text{ m}$
- Velocità $V = 280 \text{ m/s}$
- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 13$
- Temperatura massima di ammissione in turbina $T_4 = 1500 \text{ K}$
- Rendimenti $\eta_c = 0.87$, $\eta_t = 0.9$, $\eta_d = 0.93$, $\eta_n = 0.95$, $\eta_b = 0.98$, $\eta_{pb} = 0.96$,
e $\eta_{mc} = \eta_{mt} \simeq 1.00$
- $Q_f = 43.5 \text{ MJ/kg}$, $c_p = 1004.5 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$, $\gamma = 1.4$
- Ugello convergente

R. $I_a = 702.9 \text{ m/s}$, $TSFC = 0.129 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1}$

5.7 Determinare ciclo termodinamico e prestazioni di un turbogetto semplice che opera a punto fisso nelle seguenti condizioni: $\beta_c = 10$, $T_4 = 1200 \text{ K}$. Si effettui il calcolo nelle due ipotesi di ugello adattato ($p_9 = p_a$), e di ugello puramente convergente (quindi numero di Mach di uscita unitario). Altri dati: $\eta_c = 0.85$, $\eta_b \simeq 1.00$, $\eta_{pb} \simeq 1.00$, $\eta_t = 0.90$, $\eta_n = 0.98$, $\eta_{mc} = 0.98$, $\eta_{mt} = 0.98$,

$$Q_f = 45000 \text{ kJ/kg}, c_p = 1004.5 \text{ kJ/kg/K}, \gamma = 1.4.$$

R.

	T (K)	p (kPa)
a)	288.00	100.00
3')	556.04	1000.00
3)	603.34	1000.00
4)	1200.00	1000.00
5)	876.09	287.09
5')	840.10	287.09
8)	730.07	149.51
8')	727.09	149.51
9)	652.72	100.00
9')	648.16	100.00

Il punto 8 è la gola dell'ugello convergente-divergente nel caso adattato, che coincide con la sezione di efflusso nel caso di ugello convergente.

Caso	Grandezza	
Convergente	u_8 (m/s)	541.61
Adattato	u_9 (m/s)	669.88
Convergente	F/\dot{m}_a (m/s)	678.89
Adattato	F/\dot{m}_a (m/s)	679.05
Convergente	$TSFC$ ($\text{kg h}^{-1} \text{N}^{-1}$)	0.072570
Adattato	$TSFC$ ($\text{kg h}^{-1} \text{N}^{-1}$)	0.072553
	η_{th}	0.369320
	f	0.013685

Capitolo 6

Turboreattore a doppio flusso (turbofan)

Le ragioni che hanno portato all'introduzione dei turboreattori a doppio flusso sono legate principalmente al comportamento del rendimento propulsivo di un turboreattore semplice, per un'assegnata spinta e velocità di volo. Nel cap. 3 è stato osservato che il rendimento propulsivo aumenta al crescere di \dot{m}_a ; si ricorda infatti che:

$$\eta_p = \frac{1}{1 + \frac{F}{2\dot{m}_a V_0}} \quad (6.1)$$

Risulta quindi vantaggioso, come mostrato in Fig. 6.1, ottenere la spinta desiderata mediante una piccola accelerazione di un'elevata portata d'aria, anzich  conferire una maggiore accelerazione ad una piccola portata d'aria. Il rendimento propulsivo η_p pu  quindi essere aumentato riducendo la spinta specifica

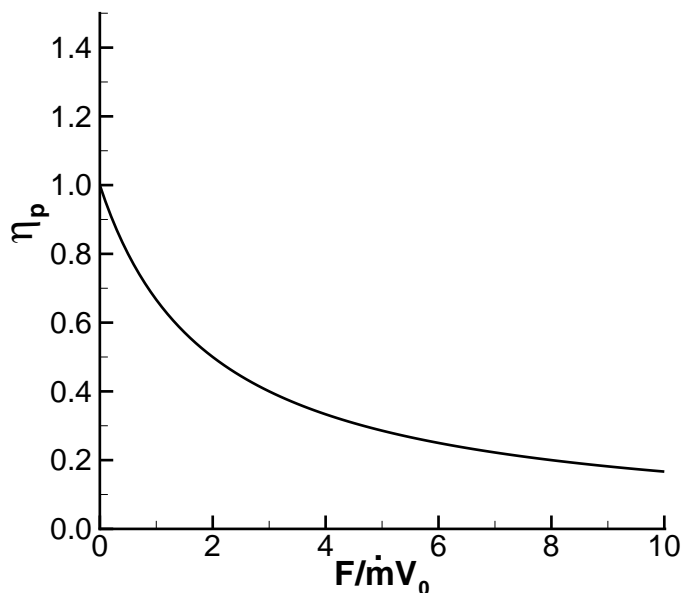


Figura 6.1: Andamento del rendimento propulsivo in funzione della spinta adimensionalizzata.

F/\dot{m}_a , e cioè, a parità di spinta, aumentando la portata d'aria trattata e diminuendo la velocità di efflusso. Tuttavia, la riduzione della spinta specifica ha i suoi costi:

- In termini di peso: bisogna infatti considerare compressori, combustori e turbina in grado di elaborare una maggiore portata d'aria, e quindi più pesanti.
- In termini di rendimento del ciclo termodinamico. Ridurre u_e comporta infatti una riduzione del lavoro utile per unità di massa prodotto dal ciclo. Ciò si può realizzare in due modi:
 - con lo stesso β_c e minore τ , il che comporta una riduzione di η_{th} .
 - con lo stesso τ ed un valore di β_c che si allontanerà da quello di massimo rendimento, cosa che comporta quindi una riduzione di η_{th} .

Per evitare di penalizzare il ciclo base (η_{th}), una possibilità è quella di estrarre parte dell'energia disponibile a valle della turbina di un turbogetto semplice allo scopo di muovere una seconda turbina che a sua volta conferisce potenza ad un secondo flusso d'aria. È questo il principio che viene sfruttato, pur se in modo differente, sia nei turboreattori a doppio flusso che nei turboelica.

In un turbofan quindi l'energia disponibile all'uscita della turbina non viene utilizzata tutta per accelerare il fluido propulsivo, ma in parte viene utilizzata in una seconda turbina che muove una ventola (fan) che permette di impartire una limitata compressione ad un'altra corrente d'aria (fluido propulsivo secondario), poi accelerata in un ugello. In questa maniera si evita anche che tutta la portata d'aria debba passare attraverso le turbomacchine (compressore e turbina), il cui peso può quindi essere contenuto a valori simili a quelli del corrispondente turbogetto semplice.

A differenza del turboelica, l'aria secondaria nel turbofan passa all'interno del motore, sebbene non attraverso il gruppo generatore di gas caldi. La portata secondaria contribuisce alla spinta in quanto, dopo essere stata compressa dal fan, può essere espansa fino alla pressione ambiente e così accelerata a velocità maggiori di quella di volo, fornendo quindi il proprio contributo alla spinta. Poiché il flusso primario passa attraverso il combustore raggiungendo così temperature elevate, esso è anche detto flusso caldo, in contrapposizione al flusso secondario detto anche freddo in quanto non alimenta alcun processo di combustione.

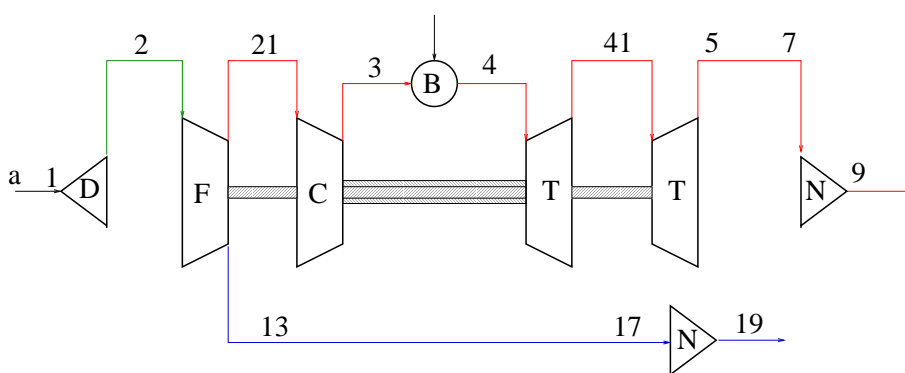
La presenza di due flussi distinti genera la possibilità di diverse configurazioni. Tra esse la principale distinzione è quella tra turbofan a flussi separati e turbofan a flussi associati.

6.1 Turbofan a flussi separati

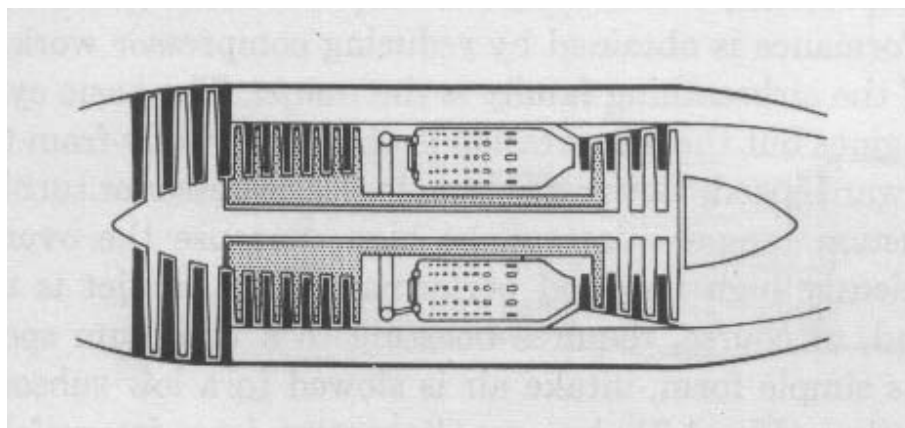
Una rappresentazione schematica di un turbofan a flussi separati è illustrata in Fig. 6.2. A valle del diffusore (D) comune all'intera portata d'aria (principale e secondaria), si trovano uno o più stadi di compressore che costituiscono il fan (F) e sono attraversati anch'essi dall'intera portata d'aria. Si raggiungono così le condizioni indicate dalle stazioni 21 per il flusso principale e 13 per il flusso secondario (si ricordi la notazione introdotta all'inizio del cap. 5). Infatti da questo punto in poi i due flussi seguono percorsi diversi. In particolare il flusso secondario non verrà ulteriormente compresso e quindi le condizioni a valle del fan sono quelle a valle dell'ultimo compressore per il flusso secondario (13). Il flusso primario verrà invece ulteriormente compresso dal compressore (C) che sviluppa un rapporto di compressione ben superiore a quello del fan, ed è quindi caratterizzato da più stadi. Di conseguenza, per il flusso primario si può considerare una prima compressione che ha luogo nel fan (che porta alle condizioni 21 intermedie tra quelle prima del primo compressore e quelle a valle dell'ultimo compressore)

ed un secondo compressione, che opera sulla sola portata primaria. Questa portata primaria evolve successivamente come nel turbogetto semplice fino alla stazione 41, cioè fino all'uscita dalla prima turbina. La prima turbina è infatti quella che fornisce la potenza necessaria a muovere il compressore C. A valle della prima turbina i gas combusti, ad alta temperatura, ed a pressione ancora superiore a quella atmosferica, vengono ulteriormente espansi nella seconda turbina, la quale fornisce la potenza necessaria a muovere il fan. Soltanto a valle della seconda turbina il flusso principale verrà accelerato nell'ugello, sfruttando la frazione di potenza utile ancora disponibile.

Anche il flusso secondario, a valle del fan, può essere accelerato in un ugello. Sebbene in Fig. 6.2b l'ugello del flusso secondario sia posizionato lontano dal fan, spesso, soprattutto nel caso di elevate portate di flusso secondario, per risparmiare peso l'ugello del getto secondario è posizionato appena a valle del fan.



(a) Rappresentazione schematica



(b) Sezione (da [12])

Figura 6.2: Rappresentazione schematica e sezione di un turbofan a flussi separati.

Per studiare il comportamento del turbofan bisogna quindi introdurre ulteriori parametri rispetto al caso del turbogetto semplice. Infatti oltre alla portata d'aria primaria, ora indicata con \dot{m}_{a1} , bisognerà

considerare anche la portata d'aria secondaria \dot{m}_{a2} , od il loro rapporto, detto rapporto di bypass:

$$BPR = \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{a1}} \quad (6.2)$$

nonché il rapporto di compressione fornito dal fan, che verrà indicato con β_f .

6.1.1 Calcolo del Ciclo

Le condizioni termodinamiche del flusso principale e del flusso secondario possono essere rappresentate anche in questo caso nel piano $T - s$. In Fig. 6.3 è riportato il caso più generale del ciclo reale di un turbofan a flussi separati, in volo. Nell'esaminare l'evoluzione nel piano $T - s$ è importante ricordare che le diverse trasformazioni si riferiscono a portate di fluido evolvente diverso.

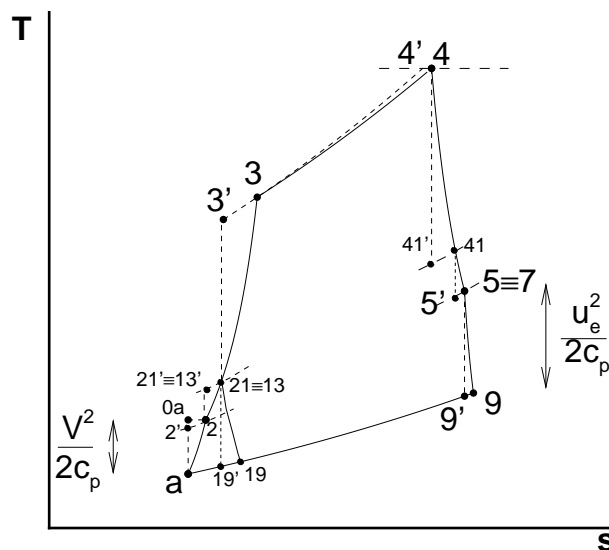


Figura 6.3: Evoluzione termodinamica dei flussi primario e secondario in un turbofan a flussi separati.

Si analizzano di seguito le diverse trasformazioni riportate in Fig. 6.3 per ottenere le condizioni in corrispondenza di ciascuna stazione all'interno del propulsore.

Presa dinamica Le condizioni nel punto 2 si calcolano come nel caso del turbogetto semplice, (5.29), (5.30) oppure (5.32). Tali condizioni dipendono infatti solo dalla velocità di volo e dal rendimento della presa dinamica. La trasformazione è riportata in Fig. 6.3, dove, come nel caso del turbogetto semplice, sono riportati anche il punto $0a$ e il punto $2'$. Si ricorda che questa trasformazione riguarda entrambi i flussi, principale e secondario.

Fan (o compressore di bassa pressione) La trasformazione che va dal punto 2 al punto $21 \equiv 13$ corrisponde a quella che si ha attraverso il fan, cioè un compressore attraverso cui passa l'intera portata

(principale più secondaria) e che fornisce un (contenuto) rapporto di compressione β_f . Essa pertanto viene calcolata come nel caso del compressore del turbogetto semplice e del turbogas. La potenza necessaria ad ottenere il desiderato rapporto di compressione β_f è data da:

$$\dot{L}_f = \frac{1}{\eta_{mf}} (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}) \cdot (h_{21} - h_2) \quad (6.3)$$

avendo introdotto il rendimento meccanico del fan (analogo al rendimento meccanico del compressore introdotto per il turbogetto semplice). Esprimendo il salto di entalpia in termini di salto di temperatura si ha

$$\dot{L}_f = \frac{1}{\eta_{mf}} c_p \dot{m}_{a1} (1 + BPR) \cdot (T_{21} - T_2) \quad (6.4)$$

dove la portata secondaria è stata espressa attraverso il rapporto di bypass BPR . Come nel caso del compressore, il salto entalpico può essere messo in relazione al rapporto di compressione attraverso il rendimento adiabatico del fan η_f :

$$\eta_f = \frac{L'_f}{L_f} = \frac{T_{21'} - T_2}{T_{21} - T_2} \quad (6.5)$$

con

$$\beta_f = \frac{p_{21}}{p_2} = \left(\frac{T_{21'}}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.6)$$

Tramite queste relazioni si possono dunque calcolare le condizioni in $21 \equiv 13$ in funzione di β_f e η_f :

$$p_{21} = p_{13} = p_2 \beta_f \quad (6.7)$$

$$T_{21} = T_{13} = T_2 \left(1 + \frac{\beta_f^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_f} \right) \quad (6.8)$$

Compressore (o compressore di alta pressione) Il compressore di alta pressione è dello stesso tipo di quelli considerati nello studio del turbogetto semplice, in quanto attraverso di esso passa soltanto la portata d'aria principale. Occorre sottolineare che nel turbofan le condizioni a monte del compressore sono caratterizzate da temperature e pressioni più elevate (rispetto al turbogetto semplice) a causa della compressione già operata attraverso il fan. Il rapporto di compressione del compressore è ancora indicato come:

$$\beta_c = \frac{p_3}{p_{21}} \quad (6.9)$$

Spesso si parla anche di rapporto di compressione complessivo del turbofan:

$$\beta_f \beta_c = \frac{p_3}{p_2} \quad (6.10)$$

e di un rapporto di compressione globale (*overall*) del ciclo turbofan, comprensivo anche del contributo alla compressione della presa dinamica $\beta_d = p_2/p_a$:

$$\beta_o = \beta_d \beta_f \beta_c = \frac{p_3}{p_a} \quad (6.11)$$

Si indicherà ancora con η_c il rendimento del compressore, per cui per le condizioni in uscita si trova facilmente

$$p_3 = p_{21} \beta_c \quad (6.12)$$

$$T_3 = T_{21} \left(1 + \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \right) \quad (6.13)$$

e per la potenza assorbita si avrà:

$$\frac{\dot{L}_c}{\eta_{mc}} = \dot{m}_{a1} \frac{L_c}{\eta_{mc}} = \dot{m}_{a1} \frac{c_p (T_3 - T_{21})}{\eta_{mc}} \quad (6.14)$$

Combustore Il combustore viene studiato come nel caso del turbogetto semplice. Si osserva che poiché soltanto il flusso principale attraversa il combustore, il rapporto combustibile/aria, o di diluizione, f , si scrive relativamente alla portata d'aria principale \dot{m}_{a1} :

$$f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_{a1}} \quad (6.15)$$

Esso può ancora essere determinato dalla (5.9), mentre la pressione in uscita dal combustore, noto il suo rendimento pneumatico, è ancora esprimibile tramite la (5.10).

Turbina del compressore (turbina di alta pressione) Per calcolare le condizioni a valle della turbina di alta pressione, quella cioè che fornisce potenza al compressore, si sfrutta l'equazione di bilancio della potenza:

$$\eta_{mt} (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) c_p (T_4 - T_{41}) = \frac{1}{\eta_{mc}} \dot{m}_{a1} c_p (T_3 - T_{21}) \quad (6.16)$$

In questa relazione, che può essere indicata come bilancio HPC–HPT (compressore alta pressione / turbina alta pressione), è stato introdotto il rendimento meccanico della turbina, e si è tenuto conto della diversa portata elaborata dalla turbina rispetto al compressore a causa dell'iniezione della portata di combustibile \dot{m}_f . Il primo membro rappresenta la potenza sviluppata dalla turbina di alta pressione utilizzabile (al netto cioè delle perdite meccaniche), ed il secondo la potenza all'albero richiesta dal compressore. Questa relazione permette di calcolare la temperatura all'uscita di tale turbina (punto 41) come:

$$T_{41} = T_4 - \frac{1}{\eta_{mc} \eta_{mt}} \frac{1}{1 + f} (T_3 - T_{21}) \quad (6.17)$$

Per calcolare anche la pressione si può introdurre, come di consueto, il rendimento adiabatico della turbina η_t da cui si può ottenere il lavoro ideale e di conseguenza la T_{41}' e, dalle relazioni isentropiche, p_{41} . Si ha quindi

$$T_4 - T_{41} = \eta_t (T_4 - T_{41}') = \eta_t T_4 \left[1 - \left(\frac{p_{41}}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (6.18)$$

da cui si ricava la pressione all'uscita della turbina di alta pressione

$$p_{41} = p_4 \left(1 - \frac{1 - T_{41}/T_4}{\eta_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.19)$$

Si osservi che i rendimenti adiabatico e meccanico di questa turbina sono stati semplicemente indicati come η_t e η_{mt} , mentre essendoci due turbine, sarebbe più corretto indicarli come $\eta_{t,1}$ e $\eta_{mt,1}$, per distinguerli da quelli della turbina di bassa pressione, da indicare come $\eta_{t,2}$ e $\eta_{mt,2}$. Si assume però per semplicità che le due turbine abbiano eguali rendimenti.

Turbina del fan (turbina di bassa pressione) Il calcolo delle condizioni a valle della turbina del fan può essere effettuato analogamente a quello della turbina di alta pressione. Bisogna però in questo caso considerare il bilancio LPC–LPT (compressore bassa pressione o fan / turbina bassa pressione); eguagliando la potenza fornita dalla turbina di bassa pressione alla potenza richiesta dal fan si ha :

$$\eta_{mt} (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) c_p (T_{41} - T_5) = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}) \frac{c_p (T_{13} - T_2)}{\eta_{mf}} \quad (6.20)$$

dove si ricorda che $T_{13} = T_{21}$, ed è stato introdotto ancora una volta il rendimento meccanico della turbina, che in generale potrà essere diverso da quello della turbina di alta pressione (nel qual caso occorre indicarlo come $\eta_{mt,2}$). Analogamente, il rendimento adiabatico della turbina, necessario per calcolare le condizioni a valle della turbina, in generale potrà assumere valori diversi rispetto al caso della turbina di alta pressione (occorre allora indicarlo come $\eta_{t,2}$). È importante osservare che, nonostante il rapporto di compressione del fan β_f sia ben più piccolo di quello del compressore β_c , la potenza assorbita dal fan può essere comunque notevole proprio per la diversa portata d'aria elaborata. Anche nella Fig. 6.3 bisognerà ricordare che il salto entalpico attraverso la turbina di bassa pressione sarà più elevato di quello che si ha attraverso il fan, vista la diversa portata cui essi si riferiscono. Dalla (6.20) si ricava dunque la temperatura all'uscita della turbina di bassa pressione come

$$T_5 = T_{41} - \frac{1}{\eta_{mf} \eta_{mt}} \frac{1 + BPR}{1 + f} (T_{13} - T_2) \quad (6.21)$$

Per ricavare la pressione p_5 occorre prima ricavare la temperatura ideale T'_5 attraverso il rendimento adiabatico della turbina

$$T_{41} - T_5 = \eta_t (T_{41} - T'_5) = \eta_t T_{41} \left[1 - \left(\frac{p_5}{p_{41}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \Rightarrow \quad (6.22)$$

dalla quale si può esplicitare appunto la pressione di uscita

$$p_5 = p_{41} \left(1 - \frac{1 - T_5/T_{41}}{\eta_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.23)$$

Normalmente si adottano turbine separate per azionare il compressore di alta pressione ed il fan. Questo perché il fan, dovendo elaborare una portata maggiore, presenterà pale più ben lunghe rispetto al compressore. È quindi opportuno farlo ruotare ad una velocità più bassa rispetto al compressore, per contenere gli sforzi dovuti alla forza centrifuga. Si adotta quindi tipicamente una configurazione *twinspool*, con due alberi coassiali, quello interno che collega la turbina di alta pressione al compressore, e che ruota a velocità elevata, e quello esterno che collega la turbina di bassa pressione al fan, che ruota a velocità minore. È tuttavia in linea di principio anche possibile adottare una singola turbina per ambedue gli organi. In tal caso il bilancio di potenza risulta

$$\eta_{mt} (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) c_p (T_4 - T_5) = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}) \frac{c_p (T_{13} - T_2)}{\eta_{mf}} + \dot{m}_{a1} \frac{c_p (T_3 - T_{21})}{\eta_{mc}} \quad (6.24)$$

dalla quale si ricava la temperatura in uscita dalla turbina

$$T_5 = T_4 - \frac{1}{\eta_{mt}(1+f)} \left[(1 + BPR) \frac{T_{13} - T_2}{\eta_{mf}} + \frac{T_3 - T_{21}}{\eta_{mc}} \right] \quad (6.25)$$

Per ricavare la pressione in uscita, si ricorre ancora al rendimento adiabatico della turbina per identificare la temperatura ideale T'_5

$$T_4 - T_5 = \eta_t (T_4 - T'_5) = \eta_t T_4 \left[1 - \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \Rightarrow \quad (6.26)$$

dalla quale si ricava poi la pressione in uscita come

$$p_5 = p_4 \left(1 - \frac{1 - T_5/T_4}{\eta_t} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6.27)$$

Ugello del flusso principale Il flusso principale, dopo aver effettuato la seconda espansione in turbina, dovrà avere ancora pressione più elevata di quella ambiente per poter generare un getto che viene espanso fino alla pressione p_9 , e quindi espulso a velocità u_9 (la velocità di efflusso si riferisce alla stazione 9). Si ottiene quindi, come per il turbogetto semplice (si ricordi che le stazioni 5 e 7 coincidono):

$$u_9 = \sqrt{2(h_7 - h_9)} = \sqrt{2c_p(T_7 - T_9)} = \sqrt{2c_p T_7 \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_7} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (6.28)$$

essendo la temperatura d'uscita esprimibile come

$$T_9 = T_7 - \eta_n (T_7 - T_{9'}) = T_7 \left\{ 1 - \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_7} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\} \quad (6.29)$$

Nel caso di ugello primario adattato sarà $p_9 = p_a$. Notiamo che anche per gli ugelli andrebbero a rigore distinti i valori dei rendimenti adiabatici dei due organi, da indicarsi come $\eta_{n,1}$ per l'ugello primario, e $\eta_{n,2}$ per quello secondario. Non viene tuttavia qui introdotta tale distinzione per non appesantire la notazione.

Ugello del flusso secondario Il flusso secondario, nelle condizioni di pressione e entalpia totale raggiunte a valle del fan, viene espanso attraverso l'ugello secondario. La velocità di efflusso u_{19} è calcolata al solito come:

$$u_{19} = \sqrt{2(h_{17} - h_{19})} = \sqrt{2c_p(T_{17} - T_{19})} = \sqrt{2c_p T_{17} \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_{19}}{p_{17}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (6.30)$$

dove con 17 sono state considerate le condizioni a monte dell'ugello, che coincidono con quelle a valle del fan (13 \equiv 17). La temperatura in uscita si ricava infatti dalla

$$T_{19} = T_{17} - \eta_n (T_{17} - T_{19'}) = T_{17} \left\{ 1 - \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_{19}}{p_{17}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\} \quad (6.31)$$

Nel caso di ugello secondario adattato sar' $p_{19} = p_a$.

6.1.2 Prestazioni

La spinta si ottiene come somma dei contributi dovuti a ciascuno dei due flussi:

$$F = F_1 + F_2 = \dot{m}_{a1} [(1 + f) u_9 - V_0] + (p_9 - p_a) A_9 + \dot{m}_{a2} (u_{19} - V_0) + (p_{19} - p_a) A_{19} \quad (6.32)$$

e nel caso in cui entrambi gli ugelli siano adattati (oppure si consideri per ciascun getto la corrispondente velocit' di efflusso equivalente) si ottiene

$$F = \dot{m}_{a1} \{ [(1 + f) u_9 - V_0] + BPR (u_{19} - V_0) \} \simeq \dot{m}_{a1} [(u_9 - V_0) + BPR (u_{19} - V_0)] \quad (6.33)$$

dove nel secondo passaggio ' stata considerata trascurabile la portata di combustibile rispetto a quella primaria. Dall'espressione della spinta e dalla considerazione della potenza del getto come somma di quelle relative a ciascun getto si ottengono le seguenti relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rendimento termodinamico} \quad \eta_{th} = \frac{[(1 + f) u_9^2 - V_0^2] + BPR (u_{19}^2 - V_0^2)}{2 f Q_f} \\ \text{Rendimento propulsivo} \quad \eta_p = \frac{2 V_0 \{ [(1 + f) u_9 - V_0] + BPR (u_{19} - V_0) \}}{[(1 + f) u_9^2 - V_0^2] + BPR (u_{19}^2 - V_0^2)} \\ \text{Rendimento globale} \quad \eta_o = \frac{V_0 \{ [(1 + f) u_9 - V_0] + BPR (u_{19} - V_0) \}}{f Q_f} \\ \text{Spinta specifica} \quad I_a = \frac{[(1 + f) u_9 - V_0] + BPR (u_{19} - V_0)}{1 + BPR} \\ \text{Consumo specifico} \quad TSFC = \frac{f}{[(1 + f) u_9 - V_0] + BPR (u_{19} - V_0)} \end{array} \right. \quad (6.34)$$

Tutte queste espressioni sono anch'esse semplificabili introducendo l'approssimazione $f \ll 1$. ' opportuno sottolineare che la spinta specifica ' stata definita come rapporto tra spinta e portata d'aria complessivamente elaborata, ed ' quindi il rapporto tra la spinta F e l'intera portata d'aria $\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}$. Si pu' a questo punto analizzare il comportamento degli indici di prestazione al variare dei parametri di progetto.

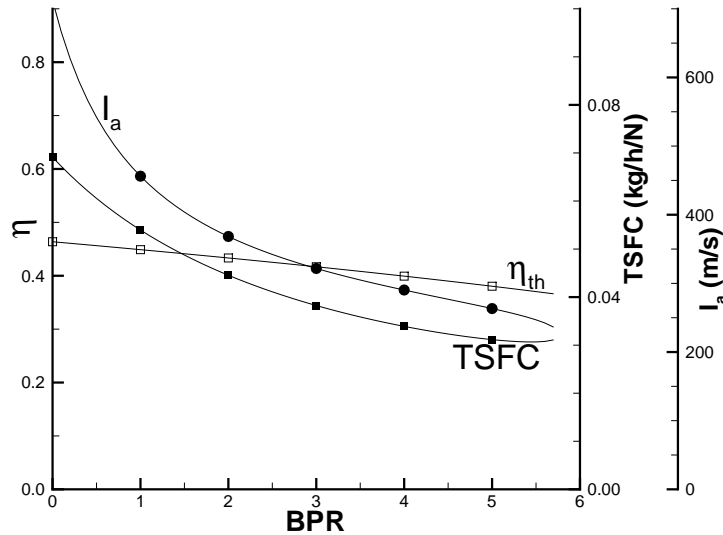


Figura 6.4: Rendimento termico, TSFC, e spinta specifica in funzione del BPR per un turbofan a flussi separati con $\beta_f = 1.5$; $\beta_c = 20$; $T_a = 290$ K; $T_4 = 1400$ K; $M = 0.0$.

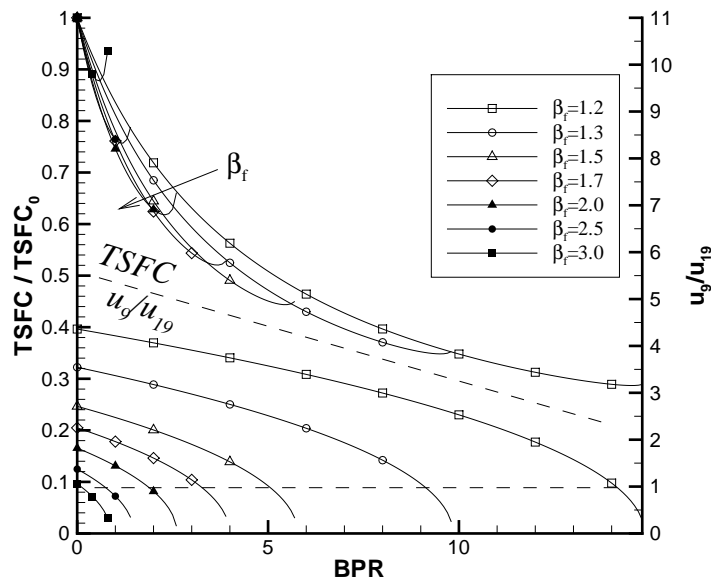


Figura 6.5: TSFC, e rapporto u_9/u_{19} al variare di β_f e del BPR per un turbofan a flussi separati con $\beta_c = 20$; $T_a = 290$ K; $T_4 = 1400$ K; $M = 0.0$.

Effetto del BPR a Punto Fisso Innanzitutto si considera il comportamento a punto fisso, e in particolare l'effetto del BPR . Nel caso del turbogetto a doppio flusso, la spinta specifica è come detto riferita all'intera portata $\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}$. Essa è quindi pari al valore medio della velocità di eiezione dei due flussi, pesato con la relativa portata. Al crescere di BPR , fissato β_f , la spinta specifica quindi diminuisce (Fig. 6.4), poiché passa dal valore $u_{9,0}$ che si ottiene sfruttando l'intero lavoro utile $c_p(T_{41} - T_9)$ disponibile a valle della turbina primaria quando $BPR = 0$, a valori intermedi tra u_9 (che si riduce con BPR

a causa del ridotto salto entalpico disponibile) e u_{19} . È interessante notare che per assegnati rapporti di compressione di compressore e fan, ed assegnata temperatura massima del ciclo, il rapporto F/\dot{m}_{a1} (spinta specifica riferita alla sola portata primaria) cresce invece con BPR fino a raggiungere un massimo in condizioni prossime al massimo BPR ottenibile (cioè quello che si ottiene destinando tutta la potenza utile al fan e riducendo così a zero il salto entalpico disponibile per l'ugello primario). Infatti con tali ipotesi u_{19} rimane costante e F/\dot{m}_{a1} è costituito da due termini il primo dei quali, u_9 , decrescente con BPR secondo una relazione del tipo $\sqrt{a - b BPR}$ e il secondo lineare con BPR .

Nelle stesse ipotesi f resta costante e, di conseguenza, $TSFC = f/(F/\dot{m}_{a1})$ diminuisce con BPR fino ad un minimo per valori di BPR elevati, vedi Fig. 6.4. La Fig. 6.5 mostra che il minimo di TSFC si ha quando $u_9/u_{19} < 1$ (il valore teorico è 0.5 nel caso ideale), quindi quando u_9 è circa la metà di u_{19} . Il minimo si sposta verso valori più piccoli di BPR al crescere di β_f . Si ricorda anche che il massimo valore ammissibile per BPR è limitato dal lavoro utile, una volta fissati β_f e β_c ⁽¹⁾.

Ancora, sotto le ipotesi avanzate sopra, il rendimento termodinamico è costante nel caso ideale al variare di BPR (infatti dipende solo dal rapporto di compressione totale $\beta_f\beta_c$). Nel caso reale, riportato in Fig. 6.4, si osserva invece una lieve diminuzione con il BPR , dovuta al minor rendimento del ciclo nel caso (turbofan) in cui il lavoro utile viene convertito in energia cinetica passando per turbina di bassa pressione, fan ed ugello secondario (ognuno introducendo le sue perdite), rispetto al caso (turbogetto semplice) in cui esso viene direttamente convertito in energia cinetica in un ugello.

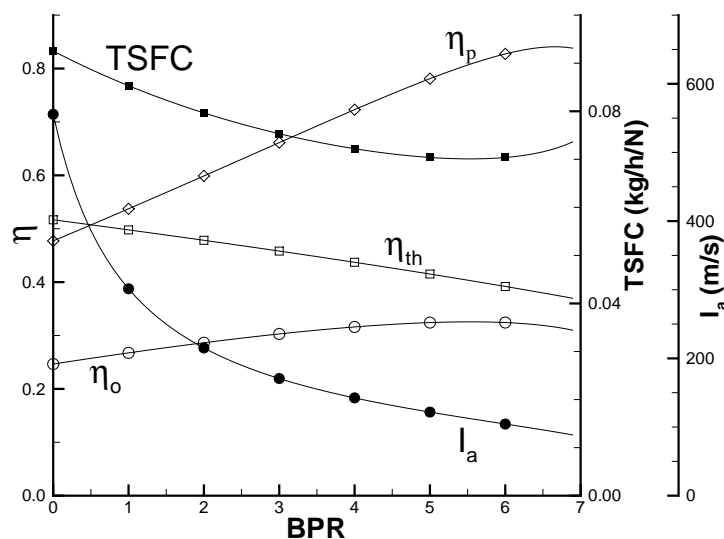


Figura 6.6: Prestazioni di un turbofan a flussi separati al variare di BPR con $\beta_f = 1.5$; $\beta_c = 20$; $T_a = 250$ K; $T_4 = 1400$ K; $M = 0.8$.

Effetto del BPR in Volo Il comportamento in volo è qualitativamente analogo per quanto riguarda η_{th} , $TSFC$ e I_a , vedi Fig. 6.6. In questo caso si possono considerare anche i rendimenti propulsivo e globale (che invece sono ovviamente nulli a punto fisso). Sempre a causa del fatto che la potenza dissipata è proporzionale al quadrato della differenza tra velocità di efflusso e velocità di volo, il rendimento

¹In realtà il massimo valore ammissibile di BPR è anche legato alle dimensioni del propulsore (il cui diametro evidentemente cresce all'aumentare del BPR) che hanno anche conseguenze sulla configurazione dell'aereo, come per esempio sui carrelli.

propulsivo è massimo agli elevati BPR . Infatti η_p dipende da quanto le velocità di efflusso u_{19} e u_9 differiscono dalla velocità di volo V_0 e, fissata u_{19} , η_p aumenta se si riduce u_9 (che così si avvicina a V_0) e cioè se si aumenta BPR . Il comportamento del rendimento globale η_o può essere dedotto da quello del consumo specifico, ricordando la relazione $\eta_o = V_0/(Q_f T SFC)$ e che nel caso di Fig. 6.6 V_0 è assegnata.

6.2 Turbofan a Flussi Associati

In un turbofan a flussi separati, all'ingresso dei rispettivi ugelli i due getti sono caratterizzati da temperature diverse. Poiché, a parità di salto di pressione, la velocità di efflusso è proporzionale alla radice quadrata della temperatura totale del flusso, si può cercare di aumentare la temperatura del flusso secondario sfruttando l'elevata temperatura di quello primario. Questo principio è alla base del concetto del turbofan a flussi associati, il quale, ridistribuendo tra i due flussi non solo il lavoro utile ma anche l'energia termica, permette di ottenere prestazioni superiori rispetto al caso del turbofan a flussi separati, anche se questo vantaggio deve essere valutato considerando anche il peso aggiuntivo implicato in questa soluzione (dovuto alla presenza di una camera di miscelazione, e di condotti per il flusso secondario alquanto più lunghi rispetto alla soluzione a flussi separati).

In un turbofan a flussi associati il flusso freddo, dopo essere stato compresso nel fan, viene miscelato con quello caldo che esce dalla turbina (Fig. 6.7). Nello schema è presente un nuovo componente, la camera di miscelazione M, dove i due flussi vengono miscelati prima di essere espansi in un unico ugello. Prima di passare ad esaminare il ciclo, è importante sottolineare che per questa configurazione sussiste un vincolo aggiuntivo, rispetto al caso del turbofan a flussi separati. Infatti all'ingresso della camera di miscelazione i due flussi devono avere la stessa pressione statica (altrimenti il flusso a più alta pressione tenderebbe a risalire il condotto del flusso a pressione più bassa). Questo comporta, come si vedrà, che in fase di progetto β_f e BPR non possono essere scelti entrambi arbitrariamente.

6.2.1 Calcolo del ciclo

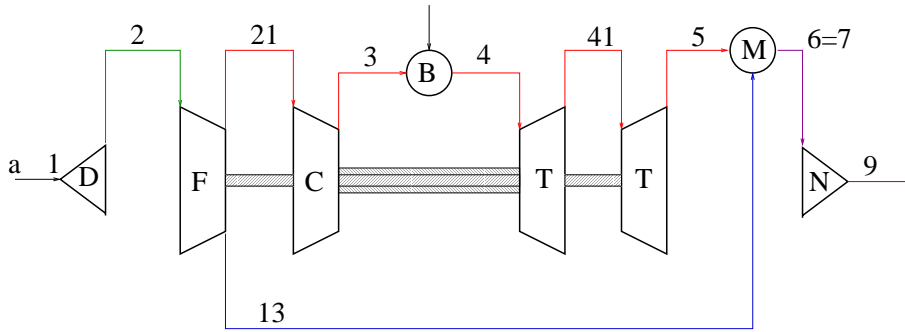
Il calcolo della prima parte del ciclo, fino alla sezione 5 per il flusso primario ed alla sezione 13 per quello secondario, (Fig. 6.8), per un assegnato valore di β_f , può essere svolto come nel caso del turbofan a flussi separati. Per analizzare le differenze, bisogna studiare la camera di miscelazione.

Camera di Miscelazione Per calcolare le condizioni a valle della camera di miscelazione dei due flussi, e le conseguenze sulle scelte progettuali del turbofan a flussi associati, bisogna ricordare due relazioni. La prima richiede che i due flussi (considerati come al solito monodimensionali, per cui tutte le grandezze sono assunte uniformi su una sezione trasversale dei rispettivi condotti), abbiano come detto la stessa pressione all'ingresso in camera di miscelazione:

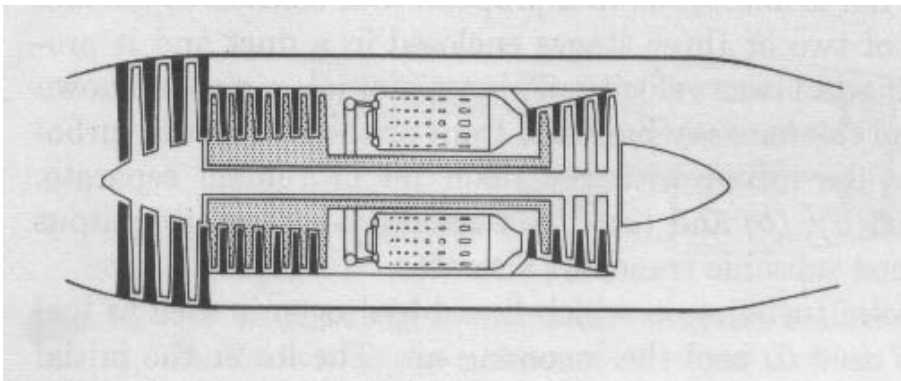
$$p_{13} = p_5 \quad (6.35)$$

La seconda condizione è la conservazione dell'energia, che si può esprimere imponendo che l'entalpia totale resti costante (essendo il flusso nella camera di miscelazione sostanzialmente adiabatico), e cioè che l'entalpia totale dei flussi entranti nella camera di miscelazione deve essere pari a quella del flusso miscelato uscente:

$$(\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) h_{05} + \dot{m}_{a2} h_{013} = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} + \dot{m}_f) h_{06} \quad (6.36)$$



(a) Rappresentazione schematica



(b) Sezione (da [12])

Figura 6.7: Rappresentazione schematica e sezione di un turbofan a flussi associati.

avendo indicato come stazione 6 quella a valle della camera di miscelazione. In una trattazione accurata bisogna tener conto anche delle velocità dei due flussi, le quali hanno un'importante influenza sull'evoluzione del flusso in camera di miscelazione. In una trattazione semplificata, e ricordando che si sta sempre studiando il funzionamento in condizioni di progetto e quindi si ha la libertà di imporre alcuni vincoli, si può adottare l'ipotesi che le velocità dei due flussi siano relativamente piccole in camera di miscelazione, dove quindi i valori delle grandezze statiche e di quelle di ristagno possono essere considerati sostanzialmente uguali. Sotto tale ipotesi la (6.35) vale per le pressioni totali e quindi determina p_5 una volta assegnato β_f :

$$p_{13} = \beta_f p_2 = p_5 = p_4 (T_{5'}/T_4)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (6.37)$$

Inoltre si può adottare l'ipotesi di miscelazione *ideale*, che avviene cioè senza perdite di pressione totale, per cui

$$p_6 = p_5 = p_{13} \quad (6.38)$$

è evidente che la (6.37) pone un limite alla potenza che può essere estratta dalla turbina del fan. Infatti, considerando per semplicità un'unica turbina che muove sia il compressore sia il fan, il bilancio energetico si esprime come:

$$\dot{m}_{a1} c_p (T_3 - T_2) + \dot{m}_{a2} c_p (T_{13} - T_2) = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) c_p (T_4 - T_5) \quad (6.39)$$

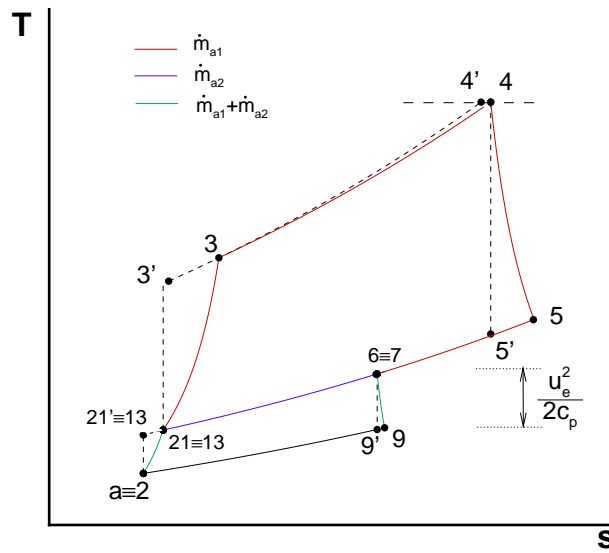


Figura 6.8: Evoluzione termodinamica dei flussi primario e secondario in un turbofan a flussi associati a punto fisso.

che per assegnati valori dei rendimenti, dei rapporti di compressione di fan e compressore, della temperatura massima del ciclo e delle condizioni di volo, può essere utilizzata per calcolare l'unica grandezza libera rimasta, e cioè il BPR (tale relazione sarà esplicitata nel paragrafo seguente, sempre per il caso di turbina unica per compressore e fan). Ovviamente si può ricorrere alla stessa equazione nel caso in cui, assegnato BPR , si voglia determinare il valore di uno degli altri parametri di progetto, per esempio β_f . Quindi dall'analisi in condizioni di progetto di un turbofan a flussi associati si evince che:

- Se si assegna BPR , affinché sia soddisfatta l'eguaglianza $p_5 = p_{13}$, il valore di β_f non può essere assegnato arbitrariamente, ma deve essere calcolato.
- Viceversa, se si assegna β_f , affinché sia soddisfatta tale eguaglianza, il valore di BPR non può essere assegnato arbitrariamente, ma deve essere calcolato.

Le condizioni di temperatura a valle del mescolamento dei due flussi possono essere ricavate dal bilancio entalpico (6.36) del miscelatore, nel quale è lecito approssimare le entalpie totali con quelle statiche, grazie alle basse velocità in gioco:

$$(\dot{m}_{a1} + \dot{m}_f) h_5 + \dot{m}_{a2} h_{13} = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} + \dot{m}_f) h_6 \quad (6.40)$$

L'entalpia in uscita è quindi esprimibile come

$$h_6 = \frac{(1 + f) h_5 + BPR h_{13}}{1 + f + BPR} \quad (6.41)$$

e di conseguenza la temperatura come

$$T_6 = \frac{(1 + f) T_5 + BPR T_{13}}{1 + f + BPR} \quad (6.42)$$

che sotto l'approssimazione $f \ll 1$ dà

$$T_6 = \frac{T_5 + BPR T_{13}}{1 + BPR} \quad (6.43)$$

che è una media delle temperature dei due flussi, pesata con la portata.

6.2.2 Relazione tra BPR e β_f per turbofan a flussi associati con unica turbina

Per un turbofan a turbina unica, il lavoro sviluppato dalla turbina (dove, per chilogrammo di fluido primario ingerito dal motore, fluiscono $1 + f$ kg di prodotti di combustione) serve ad azionare sia il fan (ove fluiscono $1 + BPR$ kg di aria per chilogrammo di fluido primario ingerito) che il compressore (che elabora solo la portata primaria di aria ingerita), per cui deve valere l'eguaglianza

$$(1 + f) \eta_{mt} L_t = (1 + BPR) \frac{L_f}{\eta_{mf}} + \frac{L_c}{\eta_{mc}} \quad (6.44)$$

Il lavoro in turbina per chilogrammo di aria primaria ingerita pu` essere espresso come

$$L_t = c_p T_4 \eta_t \left[1 - \left(\frac{p_5}{p_4} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right] \quad (6.45)$$

mentre i corrispondenti lavori assorbiti da fan e compressore, riferiti ad un chilogrammo di aria che scorre attraverso di essi, sono esprimibili rispettivamente come

$$L_f = c_p T_2 \frac{\beta_f^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_f} \simeq c_p T_a (1 + \delta M_0^2) \frac{\beta_f^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_f} \quad (6.46)$$

$$L_c = c_p T_{21} \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \simeq c_p T_a (1 + \delta M_0^2) \left(1 + \frac{\beta_f^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_f} \right) \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \quad (6.47)$$

dove la temperatura all'uscita della presa dinamica è stata al solito approssimata mediante la (5.29).

Il rapporto p_5/p_4 che compare nella (6.45) pu` essere ricavato osservando che

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = \eta_{pb} \beta_c \beta_f \varepsilon_d (1 + \delta M_0^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a \quad (6.48)$$

e per la condizione sulle pressioni all'ingresso del miscelatore

$$p_5 = p_{13} = \beta_f \varepsilon_d (1 + \delta M_0^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a \quad (6.49)$$

Ne segue che il rapporto di pressioni citato deve risultare

$$\frac{p_5}{p_4} = \frac{1}{\eta_{pb} \beta_c} \quad (6.50)$$

Sostituendo questa espressione nella (6.44), e ricordando che $\tau = T_4/T_a$, si ottiene la relazione che lega BPR e β_f in un turbofan a flussi associati (a turbina unica):

$$(1 + f) \eta_{mt} \eta_t \tau \left[1 - \left(\frac{1}{\eta_{pb} \beta_c} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right] =$$

$$(1 + \delta M_0^2) \left[(1 + BPR) \frac{\beta_f^{(\gamma-1)/\gamma} - 1}{\eta_f \eta_{mf}} + \left(1 + \frac{\beta_f^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_f} \right) \frac{\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c \eta_{mc}} \right] \quad (6.51)$$

dalla quale, assegnato il valore di β_f , si può facilmente esplicitare il valore di BPR , oppure, assegnato BPR , si può (un po' meno facilmente) esplicitare il valore di β_f compatibile con il vincolo (6.38).

6.2.3 Prestazioni

Nel caso del turbofan a flussi associati, la spinta è calcolata a partire dalla velocità di efflusso u_9 dell'unico getto, ottenuto dal miscelamento delle due portate (primaria e secondaria). La portata nell'ugello è $\dot{m}_{a1}(1 + f + BPR)$, con condizioni all'ingresso dell'ugello stesso individuabili come quelle nel punto 6, e velocità in uscita dipendenti dalla pressione p_9 all'uscita dell'ugello:

$$u_9 = \sqrt{2 c_p T_6 \eta_n \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_6} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (6.52)$$

Quindi la spinta è:

$$F = \dot{m}_{a1} [(1 + f + BPR) u_9 - (1 + BPR) V_0] + (p_9 - p_a) A_9 \quad (6.53)$$

Nel caso di ugello adattato ($p_9 = p_a$) e $f \ll 1$ questa si riduce a

$$F = \dot{m}_{a1} (1 + BPR) (u_9 - V_0) \quad (6.54)$$

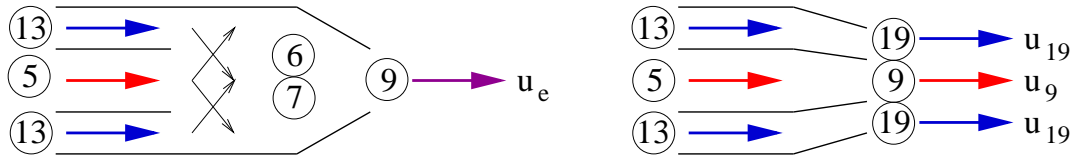


Figura 6.9: Confronto tra turbofan a flussi associati e turbofan a flussi separati, a parità di condizioni nelle stazioni 5 e 13.

è interessante confrontare la spinta che si ottiene da un turbofan a flussi associati con quella che si ottiene da un turbofan a flussi separati con lo stesso BPR , β_f , e con lo stesso generatore di gas (quindi stessi β_c , τ , e rendimenti). I due propulsori hanno quindi le stesse condizioni in 5 e 13. Limitandosi a confrontare la spinta a punto fisso, e sotto l'ipotesi di ugello adattato, si può scrivere il rapporto tra la spinta del turbofan a flussi associati e quella del turbofan a flussi separati come:

$$\frac{F_{ass}}{F_{sep}} = \frac{(1 + BPR) u_{9,ass}}{u_{9,sep} + BPR u_{19,sep}} = \frac{(1 + BPR) \sqrt{T_6}}{\sqrt{T_5} + BPR \sqrt{T_{13}}} \quad (6.55)$$

Ricordando che T_6 , T_5 e T_{13} sono legate dal bilancio entalpico in camera di miscelazione (6.43), si ha:

$$T_6 = \frac{T_5 + BPR T_{13}}{1 + BPR} \quad (6.56)$$

quindi il rapporto di spinte (6.55) vale, sostituendo:

$$\frac{F_{ass}}{F_{sep}} = \frac{\sqrt{(1 + BPR)(T_5 + BPR T_{13})}}{\sqrt{T_5 + BPR} \sqrt{T_{13}}} \quad (6.57)$$

Si può allora verificare sotto quali condizioni il rapporto tra le due spinte è superiore ad uno; ci`o equivale ad imporre $(F_{ass}/F_{sep})^2 > 1$, e quindi:

$$T_5 + BPR T_5 + BPR T_{13} + BPR^2 T_{13} > T_5 + 2 BPR \sqrt{T_5 T_{13}} + BPR^2 T_{13} \quad (6.58)$$

Questa relazione si semplifica nella:

$$BPR (T_5 + T_{13} - 2 \sqrt{T_5 T_{13}}) = BPR (\sqrt{T_5} - \sqrt{T_{13}})^2 > 0 \quad (6.59)$$

che è sempre soddisfatta (eccetto nel caso limite, privo di interesse, in cui la temperatura all'uscita della turbina sia pari a quella all'uscita del fan). Questo risultato mostra che, sotto le ipotesi adottate, è sempre conveniente miscelare i due flussi. In realtà il vantaggio dell'uso della soluzione a flussi associati non è limitato alla maggiore spinta (o, equivalentemente, al minor consumo a parità di spinta), ma è anche legato alla minore rumorosità. Ricordando infatti che il rumore è proporzionale all'ottava potenza della velocità del getto, si può dedurre che la miscelazione dei flussi consente di ridurlo, grazie ad una velocità di efflusso inferiore a quella (del getto più veloce, primario o secondario che sia) del caso a flussi separati.

I parametri di prestazione, nelle ipotesi $f \ll 1$ ed ugello adattato, si scrivono quindi come:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Rendimento termodinamico} & \eta_{th} = \frac{(1 + BPR) (u_9^2 - V_0^2)}{2 f Q_f} \\ \text{Rendimento propulsivo} & \eta_p = \frac{2 V_0}{u_9 + V_0} \\ \text{Rendimento globale} & \eta_o = \frac{V_0 (1 + BPR) (u_9 - V_0)}{f Q_f} \\ \text{Spinta specifica} & I_a = u_9 - V_0 \\ \text{Consumo specifico} & TSFC = \frac{f}{(1 + BPR) (u_9 - V_0)} \end{array} \right. \quad (6.60)$$

La Fig. 6.10 riporta il vincolo, in base alla (6.51), tra rapporto di compressione del fan e rapporto di bypass per un turbofan a flussi associati, in funzione del numero di Mach di volo M_0 , per assegnati valori del rapporto di compressione del compressore ($\beta_c = 20$), della temperatura all'uscita del combustore ($T_4 = 1450$ K), dei rendimenti ($\eta_d = 0,90$, $\eta_f = 0,88$, $\eta_c = 0,90$, $\eta_b = 0,99$, $\eta_{pb} = 0,94$, $\eta_t = 0,92$, $\eta_n = 0,98$; incidentalmente, l'assunzione che η_d resti costante al variare di M_0 è discutibile, per quanto in prima approssimazione accettabile nel campo subsonico), per ugello adattato ad una quota di volo di 9000 m (ove $p_a = 28700$ Pa, $T_a = 227$ K), ed ancora $\gamma = 1,4$, $Q_f = 43,5$ MJ/kg. Si noti che, imponendo BPR crescenti, β_f diminuisce; inoltre, β_f si riduce anche all'aumentare del numero di Mach di volo. La

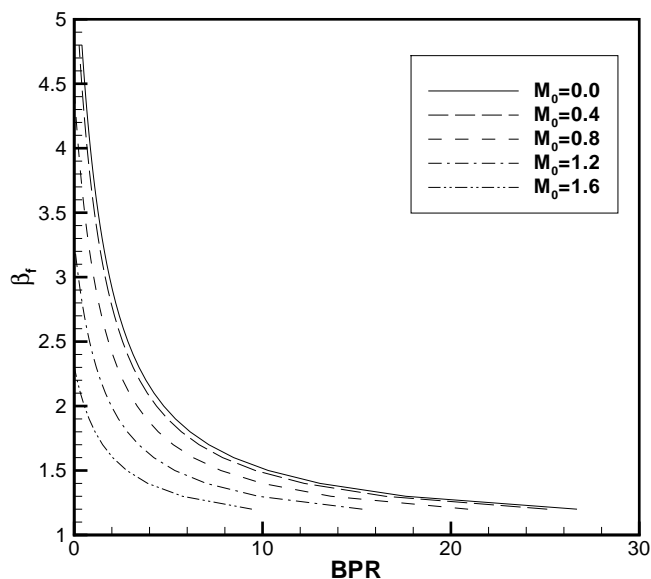


Figura 6.10: Relazione tra β_f e BPR per un turbofan a flussi associati, per diverse condizioni di volo.

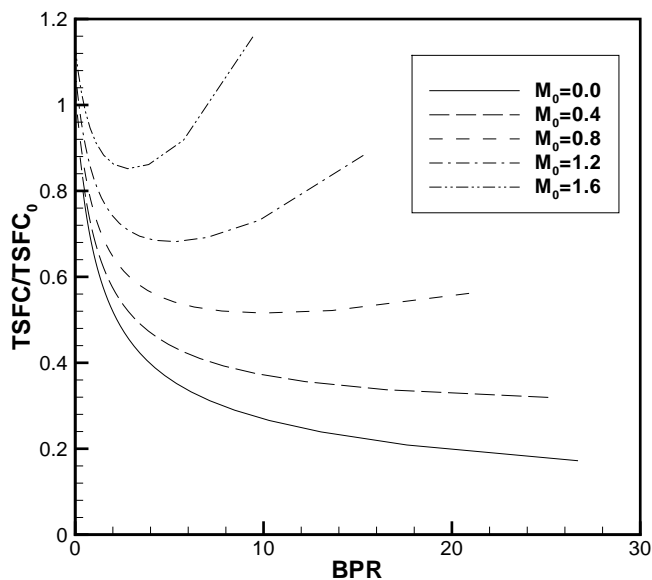


Figura 6.11: Consumo specifico di un turbofan a flussi associati rispetto ad un turbogetto semplice ($BPR = 0$), per diverse condizioni di volo.

Fig. 6.11 riporta invece il rapporto tra il consumo specifico di un turbofan a flussi associati di assegnato BPR , e quello di un motore con $BPR = 0$ (cioè un turbogetto semplice), con il numero di Mach di volo come parametro. Si può osservare che il maggior vantaggio si ha per valori del BPR che diventano

sempre più bassi al crescere di M_0 . Tale vantaggio risulta più importante a bassi numeri di Mach di volo, mentre diviene addirittura uno svantaggio per alti valori di M_0 .

6.3 Discussione

In conclusione, si possono considerare i seguenti vantaggi e svantaggi del turbofan rispetto al turbogetto semplice:

- Vantaggi:
 - Aumento del rendimento propulsivo
 - Riduzione del consumo specifico, sia a punto fisso che in crociera
 - Aumento dell'autonomia (come conseguenza del punto precedente)
 - Maggiore spinta al decollo (a parità di portata primaria)
 - Minore rumorosità (in quanto l'intensità del rumore emesso risulta $\propto u_e^8$, e come detto u_e è più basso nel turbofan)
- Svantaggi:
 - Maggiore peso (dovuto alle maggiori dimensioni, alla presenza del fan, di una turbina o di stadi di turbina aggiuntivi – per azionare il fan, alla presenza quindi di un albero secondario, o comunque di un albero più pesante in quanto deve trasmettere una potenza maggiore – dovendo azionare il fan oltre al compressore)
 - Maggiore ingombro (dovuto alla maggiore sezione trasversale, con conseguenti problemi di posizionamento – sono necessari carrelli di atterraggio più lunghi; essa comporta anche una maggiore resistenza aerodinamica)

Per quanto riguarda invece la scelta del tipo di turbofan (a flussi separati od a flussi associati) e del valore di BPR , in linea di massima si possono distinguere due classi di applicazioni:

- Veicoli commerciali (volo subsonico): interessano bassi consumi e quindi elevati BPR. Vengono considerati sia flussi separati sia flussi associati, con una preferenza per i primi, più leggeri, soprattutto in considerazione dell'interesse per valori di BPR molto elevati (che comportano anche bassi β_f). Nel caso di BPR non molto elevati sono preferiti i turbofan a flussi associati, vantaggiosi in termini di consumo e rumorosità.
- Veicoli militari (caccia, volo supersonico): interessano elevate spinte e la possibilità di effettuare la postcombustione, quindi si adottano flussi associati con bassi BPR (l'aumento di peso è in tal caso contenuto rispetto al caso di flussi separati), e quindi elevati rapporti di compressione del fan, vedi Fig. 6.10, p. es. $\beta_f = 3$.

Domande di verifica

6.1 Qual'è la principale ragione per l'introduzione dei turboreattori a doppio flusso?

- 6.2 Quali sono le principali tipologie di turbofan? Disegnare lo schema di funzionamento e discutere le differenze tra di essi, e rispetto al caso di turbogetto semplice.
- 6.3 Oltre a mostrare consumi inferiori rispetto al turbogetto semplice, il turbofan ha un'altra proprietà molto importante per il suo impiego in ambito civile. Quale?
- 6.4 Quali sono i parametri aggiuntivi che caratterizzano un turbofan, rispetto ad un turbogetto semplice?
- 6.5 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turbofan a flussi separati, nel caso ideale.
- 6.6 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turbofan a flussi separati, nel caso reale. Si mettano in evidenza anche i punti fittizi (ideali) utili per il calcolo del ciclo.
- 6.7 Scrivere per un turbofan a flussi separati l'equazione di bilancio energetico tra turbine, compressore e fan nel caso in cui si adottino due turbine, una che muove il compressore e un'altra il fan. Si riscriva poi l'equazione nel caso in cui un'unica turbina muove compressore e fan. In entrambi i casi si consideri il caso più generale (trasformazioni reali, e portata di combustibile non trascurabile).
- 6.8 Scrivere l'espressione della spinta di un turbofan a flussi separati a punto fisso, ed in volo. Si considerano sia il caso in cui gli ugelli siano adattati, che quello in cui non lo siano.
- 6.9 Scrivere l'espressione della spinta specifica di un turbofan a flussi separati a punto fisso. Come varia I_a con BPR se β_c , β_f e $\tau = T_4/T_a$ sono assegnati? Per spiegare tale dipendenza si ricavino le espressioni della velocità nel caso ideale in funzione di c_p , T_a , β_c , β_f , τ e BPR .
- 6.10 Per quali valori del rapporto tra le velocità di getto primario e getto secondario ci si aspetta il minimo del $TSFC$?
- 6.11 Da cosa è limitato il valore massimo di BPR che si può realizzare per un valore assegnato di β_f ? Perché aumenta al diminuire di β_f ?
- 6.12 Come varia il $TSFC$ al variare di BPR a punto fisso, con gli altri parametri costanti?
- 6.13 Come varia il $TSFC$ al variare di BPR in volo, con gli altri parametri costanti?
- 6.14 Come varia η_p al variare di BPR in volo, con gli altri parametri costanti?
- 6.15 Quali sono le principali differenze tra turbofan a flussi associati ed a flussi separati?
- 6.16 Quali sono i principali vantaggi e svantaggi dei turbofan a flussi associati rispetto ai turbofan a flussi separati?
- 6.17 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turbofan a flussi associati in volo, nel caso ideale.
- 6.18 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turbofan a flussi associati in volo, nel caso reale. Si mettano in evidenza anche i punti fittizi (ideali) utili per il calcolo del ciclo.
- 6.19 Qual'è il componente aggiuntivo presente nel turbofan a flussi associati?
- 6.20 La temperatura totale del flusso è maggiore nell'ugello di un turbofan a flussi associati oppure nell'ugello della corrente principale di un turbofan a flussi separati avente caratteristiche analoghe?

- 6.21** La temperatura totale del flusso è maggiore nell'ugello di un turbofan a flussi associati oppure nell'ugello della corrente secondaria di un turbofan a flussi separati avente caratteristiche analoghe?
- 6.22** Esprimere il valore della temperatura all'uscita della camera di miscelazione di un turbofan a flussi associati in funzione delle temperature dei flussi primario e secondario entranti.
- 6.23** Scrivere l'espressione generale della spinta di un turbofan a flussi associati in funzione della portata d'aria primaria, delle condizioni nella sezione di efflusso, e della velocità di volo.
- 6.24** Scrivere l'espressione generale del consumo specifico di un turbofan a flussi associati.
- 6.25** Qual'è il motore più comune negli aerei civili da trasporto subsonici ($M \simeq 0.85$): turbogetto, turbofan a flussi separati o turbofan a flussi associati? Perché?
- 6.26** Ricavare una relazione tra BPR e β_f nel caso di turbofan a flussi associati, assumendo comportamento ideale a punto fisso.

Esercizi svolti

6.1 Calcolare ciclo e prestazioni di un turbofan a flussi separati aventi le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 11000$ m
- Velocità di volo $M = 0.85$
- Fan: $\beta_f = 1.6$
- Compressore: $\beta_c = 25$
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1420$ K
- Rapporto di bypass $BPR = 8$
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.5$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- $\eta_d = 0.98$
- $\eta_c = \eta_f = 0.88$
- $\eta_{mf} = \eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$
- $\eta_b = 0.99$; $\eta_{pb} = 0.95$
- $\eta_t = 0.90$
- $\eta_n = 0.98$
- Portata d'aria complessiva: $\dot{m}_{a,tot} = 576$ kg/s

Si consideri un'unica turbina che fornisce potenza sia al compressore sia al fan, ed ugello adattato sia per il flusso principale che per il flusso secondario.

SOLUZIONE

Si disegna innanzitutto lo schema come in Fig. 6.2a e il ciclo come in Fig. 6.3 con la corretta

numerazione delle stazioni.

Dalle tabelle per l'aria tipo si ottiene per $z = 11000$ m:

$$p_a = 22.7 \text{ kPa}; \quad T_a = 216.77 \text{ K} \quad \text{e quindi} \quad V_0 = M\sqrt{\gamma RT_a} = 250.86 \text{ m/s}$$

avendo considerato per l'aria $R = [(\gamma - 1)/\gamma] c_p = 287 \text{ J}/(\text{K kg})$.

Si possono calcolare le condizioni a valle della presa d'aria come nel turbogetto semplice:

$$T_2 = T_a (1 + \delta M^2) = 248.09 \text{ K}$$

$$p_2 = p_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 36.09 \text{ kPa}$$

Essendo noti rapporto di compressione e rendimento del fan si possono calcolare le condizioni nel punto 21 (che è equivalente al punto 13 per la corrente secondaria):

$$p_{21} = p_{13} = \beta_f p_2 = 57.74 \text{ kPa}$$

$$T_{21'} = T_2 \beta_f^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 283.75 \text{ K}$$

$$T_{21} = T_{13} = T_2 + \frac{1}{\eta_f} (T_{21'} - T_2) = 288.61 \text{ K}$$

A valle del fan le due correnti si dividono. Il flusso principale va nel compressore dove, essendo noti rapporto di compressione e rendimento del compressore ($\eta_c = 0.88$), si ottiene:

$$p_3 = \beta_c p_{21} = 1443.44 \text{ kPa}$$

$$T_{3'} = T_{21} \beta_c^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = 723.98 \text{ K}$$

$$T_3 = T_{21} + \frac{1}{\eta_c} (T_{3'} - T_{21}) = 783.35 \text{ K}$$

Considerando ancora il flusso principale, si ottiene il rapporto combustibile/aria. Infatti, nota la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione ($\eta_b = 0.99$ e $\eta_{pb} = 0.95$):

$$T_4 = 1420 \text{ K}$$

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = 1371.27 \text{ kPa}$$

$$c_p T_3 + \eta_b f Q_f = (1 + f) c_p T_4 \quad \Rightarrow \quad f = \frac{c_p (T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f - c_p T_4} = 0.0154$$

e dal bilancio energetico turbina-compressore-fan (con $\eta_{mf} = \eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$, $\eta_t = 0.92$):

$$\frac{(1 + BPR)L_f}{\eta_{mf}} + \frac{L_c}{\eta_{mc}} = \eta_{mt}(1 + f)L_t \Rightarrow$$

$$c_p [(1 + BPR)(T_{21} - T_2) + (T_3 - T_{21})] = \eta_{mc} \eta_{mt} (1 + f) c_p (T_4 - T_5) \Rightarrow T_5 = 556.41 \text{ K}$$

$$T_{5'} = T_4 - (T_4 - T_5)/\eta_t = 481.32 \text{ K} \Rightarrow p_5 = p_4 (T_{5'}/T_4)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 31.09 \text{ kPa}$$

essendo l'ugello del flusso principale adattato ($\eta_n = 0.98$) si ottiene:

$$p_9 = p_a = 22.7 \text{ kPa}$$

$$T_{9'} = T_5 \left(\frac{p_9}{p_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 508.59 \text{ K}$$

$$T_9 = T_5 - \eta_n(T_5 - T_{9'}) \Rightarrow T_9 = 509.55 \text{ K}$$

$$u_9 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_9)} = 306.85 \text{ m/s}$$

Per quanto riguarda il flusso secondario a valle del fan si trova direttamente l'ugello, che, come per il flusso principale, è adattato ed ha rendimento $\eta_{an} = 0.98$:

$$p_{19} = p_a = 22.7 \text{ kPa}$$

$$T_{19'} = T_{13} \left(\frac{p_{19}}{p_{13}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 221.04 \text{ K}$$

$$T_{19} = T_{13} - \eta_n(T_{13} - T_{19'}) \Rightarrow T_{19} = 222.39 \text{ K}$$

$$u_{19} = \sqrt{2c_p(T_{13} - T_{19})} = 364.73 \text{ m/s}$$

Si possono quindi calcolare le prestazioni:

Portata d'aria principale: $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a,tot}/(1 + BPR) = 64 \text{ kg/s}$

Spinta: $F = \dot{m}_{a1}[(1 + f)u_9 - V_0] + \dot{m}_{a1}BPR(u_{19} - V_0) = 62.19 \text{ kN}$

Spinta specifica: $F/\dot{m}_{a,tot} = 107.97 \text{ m/s}$

Consumo specifico: $TSFC = f/(F/\dot{m}_{a1}) = 0.057 \text{ (kg/h)/N}$

Potenza disponibile: $P_{av} = \dot{m}_{a1}fQ_f = 42.79 \text{ MW}$

Potenza del getto: $P_j = P_p + P_d = FV_0 + \dot{m}_{a1}[(1 + f)(u_9 - V_0)^2 + BPR(u_{19} - V_0)^2]/2 = 19.02 \text{ MW}$

Potenza propulsiva: $P_p = FV_0 = 15.6 \text{ MW}$

Rendimento termico: $\eta_{th} = \frac{P_j}{P_{av}} = 0.444$

Rendimento propulsivo: $\eta_p = \frac{P_p}{P_j} = 0.821$

Rendimento globale: $\eta_o = \eta_{th}\eta_p = 0.365$

6.2 Calcolare ciclo e prestazioni di un turbofan a flussi associati aventi le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 10000 \text{ m}$
- Velocità di volo $M = 1.8$
- Fan: $\beta_f = 1.8$
- Compressore: $\beta_c = 5$
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1400 \text{ K}$

- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.5 \text{ MJ/kg}$
- $\gamma = 1.40$, $c_p = 1004.5 \text{ J/K/kg}$
- $\eta_d = 0.85$
- $\eta_f = 0.90$
- $\eta_c = 0.88$
- $\eta_{mf} = \eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$
- $\eta_b = 0.99$
- $\eta_{pb} = 0.94$
- $\eta_t = 0.92$
- $\eta_n = 0.97$

Si consideri un'unica turbina che fornisce potenza sia al compressore che al fan, ed ugello adattato. Si calcolino le portate d'aria e di combustibile elaborate dal propulsore necessarie per fornire una spinta pari a 50000 N.

SOLUZIONE

Si disegna innanzitutto lo schema come in Fig. 6.7a e il ciclo come in Fig. 6.8 (in cui si aggiunge anche la parte relativa alla presa d'aria), con la corretta numerazione delle stazioni.

Dalle tabelle per l'aria tipo si ottiene per $z = 10000 \text{ m}$:

$$p_a = 26.5 \text{ kPa}; \quad T_a = 223.25 \text{ K} \quad \text{e quindi} \quad V_0 = M\sqrt{\gamma RT_a} = 539.1 \text{ m/s}$$

avendo considerato per l'aria $R = [(\gamma - 1)/\gamma] c_p = 287 \text{ J/(K kg)}$.

Si possono calcolare le condizioni a valle della presa d'aria come nel turbogetto semplice:

$$T_2 = T_a (1 + \delta M^2) = 367.92 \text{ K}$$

$$p_2 = (1 + \eta_d \delta M^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_a = 123.08 \text{ kPa}$$

Essendo noti rapporto di compressione e rendimento del fan, si possono calcolare le condizioni nel punto 21 (che è equivalente al punto 13 per la corrente secondaria):

$$p_{21} = p_{13} = \beta_f p_2 = 221.5 \text{ kPa}$$

$$T_{21} = T_{13} = T_2 \left(1 + \frac{\beta_f^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{\eta_f} \right) = 442.7 \text{ K}$$

A valle del fan le due correnti si dividono. Il flusso principale va nel compressore dove, essendo noti rapporto di compressione e rendimento del compressore, si ottiene:

$$p_3 = \beta_c p_{21} = 1107.7 \text{ kPa}$$

$$T_3 = T_{21} \left(1 + \frac{\beta_c^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1}{\eta_c} \right) = 736.35 \text{ K}$$

Considerando ancora il flusso principale si ottiene il rapporto combustibile/aria. Infatti, nota la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione:

$$T_4 = 1400 \text{ K}$$

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = p_3 = 1041.3 \text{ kPa}$$

$$f = \frac{c_p(T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f - c_p T_4} = 0.01548$$

Nel caso del turbofan a flussi associati, le condizioni a valle della turbina (e quindi il lavoro che viene estratto dalla turbina) sono noti essendo nota $p_5 = p_{21}$:

$$p_5 = p_{21} = p_{13} = 221.5 \text{ kPa}$$

$$T_5 = T_4 \left\{ 1 - \eta_t [1 - (p_5/p_4)^{\gamma-1/\gamma}] \right\} = 939.7 \text{ K}$$

Essendo noto il lavoro per unità di massa fornito dalla turbina, si può calcolare il BPR dal bilancio energetico turbina-compressore-fan:

$$\frac{(1 + BPR)L_f}{\eta_{mf}} + \frac{L_c}{\eta_{mc}} = \eta_{mt}(1 + f)L_t \Rightarrow$$

$$c_p[(1 + BPR)(T_{21} - T_2) + (T_3 - T_{21})] = (1 + f)c_p(T_4 - T_5) \Rightarrow BPR = 1.199$$

Le condizioni a valle della camera di miscelazione possono essere calcolate considerando che $p_6 = p_5 = p_{13}$, e dal bilancio entalpico:

$$p_6 = p_5 = p_{13} = 221.5 \text{ kPa}$$

$$(1 + f)c_p T_5 + BPR c_p T_{13} = (1 + f + BPR)c_p T_6 \Rightarrow T_6 = 670.56 \text{ K}$$

essendo l'ugello adattato si ottiene:

$$p_9 = p_a = 26.5 \text{ kPa}$$

$$u_9 = \sqrt{2\eta_n c_p T_6 \left[1 - \left(\frac{p_9}{p_6} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = 770.96 \text{ m/s}$$

Si possono quindi calcolare le prestazioni (con $\dot{m}_{a,tot} = \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}$, e $\dot{m}_{a2} = BPR \dot{m}_{a1}$):

$$\text{Spinta specifica: } F/\dot{m}_{a,tot} = (1 + f + BPR)/(1 + BPR)u_9 - V_0 = 237.28 \text{ m/s}$$

$$\text{Consumo specifico: } TSFC = f/(F/\dot{m}_{a1}) = 0.107 \text{ (kg/h)/N}$$

$$\text{Rendimento termico: } \eta_{th} = \frac{(1 + f + BPR)u_9^2 - (1 + BPR)V_0^2}{2fQ_f} = 0.502$$

$$\text{Rendimento propulsivo: } \eta_p = \frac{2FV_0/\dot{m}_{a1}}{(1 + f + BPR)u_9^2 - (1 + BPR)V_0^2} = 0.831$$

$$\text{Rendimento propulsivo (formula approssimata): } \eta_p = 2V_0/(u_9 + V_0) = 0.823$$

$$\text{Rendimento globale: } \eta_o = \eta_{th}\eta_p = 0.418$$

$$\text{Portata d'aria totale: } \dot{m}_{a,tot} = F/(F/\dot{m}_{a,tot}) = 210.7 \text{ kg/s}$$

$$\text{Portata d'aria principale: } \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a,tot}/(1 + BPR) = 95.8 \text{ kg/s}$$

$$\text{Portata di combustibile: } \dot{m}_f = \dot{m}_{a1}f = 1.483 \text{ kg/s}$$

Esercizi Proposti

6.3 Confrontare le prestazioni di un turbogetto semplice e un turbofan a flussi separati aventi le seguenti caratteristiche.

- Quota di volo $z = 10000$ m
- Velocità di volo $M = 0.8$
- Compressore turbogetto: $\beta_c = 18$
- Fan: $\beta_f = 2$
- Compressore turbofan: $\beta_c = 9$ ($\beta_{c,tot} = \beta_f \beta_c = 18$)
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1500$ K
- Rapporto di bypass turbofan $BPR = 5$
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.5$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = \eta_f = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_b = \eta_{pb} = 1.00$
- $\eta_t = 0.90$
- $\eta_n = 0.98$
- Ugelli adattati
- I motori hanno lo stesso generatore di gas e $\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a,TJ} = 50$ kg/s

6.4 Determinare il rapporto di bypass di un turbofan a flussi associati avente le seguenti caratteristiche in condizioni di progetto:

- Quota di volo $z = 10000$ m
- Velocità di volo $M = 1.8$
- Fan: $\beta_f = 1.8$
- Compressore: $\beta_c = 5$
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1400$ K
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.5$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- $\eta_d = 0.96$
- $\eta_c = \eta_f = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_b = \eta_{pb} = 1.00$
- $\eta_t = 0.90$

6.5 Un turbofan a flussi associati opera a punto fisso con ugello convergente adattato e saturato. Si calcoli il rapporto di bypass e la portata di combustibile necessaria per ottenere la spinta $F = 29000$ N, essendo note le seguenti caratteristiche:

- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 12$
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1550$ K
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 45$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- $\eta_c = \eta_f = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_b = \eta_{pb} = 1.00$
- $\eta_t = 0.90$
- $\eta_n = 0.98$

6.6 Si calcoli il rapporto tra la spinta ottenuta dal propulsore dell'esercizio precedente e quella ottenuta da un propulsore identico ad esso (stesso rapporto di bypass, stesso rapporto di compressione del fan, ...) tranne che per il fatto che i flussi primario e secondario rimangono separati (ciascuno con ugello adattato).

6.7 Si calcolino il ciclo e le prestazioni di un propulsore turbofan a flussi associati che opera nelle seguenti condizioni:

- Quota di volo $z = 10000$ m
- Numero di Mach di volo $M = 0.9$
- Rapporto di compressione del fan $\beta_f = 3$
- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 8$
- Rapporto combustibile/aria $f = 0.02$
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- $\eta_d = 0.90$
- $\eta_f = 0.90$
- $\eta_c = 0.88$
- $\eta_{mf} = \eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.99$
- $\eta_b = 0.99$
- $\eta_{pb} = 0.99$
- $\eta_t = 0.92$
- $\eta_n = 0.97$
- Ugello adattato

Risultati

6.3 R.

	Turbogetto	Turbofan
f	0.02076	0.02052
F (N)	39704	58694
$T S F C$ (kg/h/N)	0.094	0.063
η_{th}	54.7%	45.1%
η_p	38.5%	69.8%
η_o	21.1%	31.5%

6.4 R. $BPR = 1.0789$

6.5 R. Si può calcolare β_f notando che l'ugello è saturato e adattato, quindi si può calcolare il rapporto T_9/T_6 e, attraverso η_n , il rapporto $T_{9'}/T_6$ e quindi p_9/p_6 . Si nota allora che $p_9 = p_a$ (adattato) e $p_6 = p_{13}$ (flussi associati)...

$$BPR = 3.125; \dot{m}_f = 0.307 \text{ kg/s}$$

6.6 R. $F_{ass}/F_{sep} = 1.020$

6.7 R. $BPR = 1.705$; $I_a = 372.5 \text{ m/s}$; $T S F C = 0.0714 \text{ kg/h/N}$; $\eta_p = 59.7\%$; $\eta_{th} = 52.9\%$; $\eta_o = 31.6\%$.

Capitolo 7

Turbogetto con postcombustore

In diverse situazioni un aeroplano può necessitare di un incremento temporaneo della spinta fornita dai motori. Questo può verificarsi per esempio nel caso di un velivolo da combattimento che deve sfuggire ad un missile. Un'evenienza più ordinaria in cui sarebbe desiderabile poter aumentare la spinta per un breve periodo si verifica al decollo di un velivolo, quando è richiesta per pochi minuti una spinta pari ad almeno tre volte quella fornita in condizioni di crociera. Un'ovvia soluzione a queste esigenze sarebbe quella di sovradimensionare i motori, ma ad essa corrisponde evidentemente un sensibile incremento di peso dei motori stessi. Una soluzione ben più interessante sarebbe quella di poter incrementare la spinta per pochi minuti, con un limitato incremento di peso del motore, pur a prezzo di un temporaneo aumento del consumo specifico (che comunque non sarebbe eccessivamente negativo, grazie alla breve durata del funzionamento in queste condizioni). Esistono diverse soluzioni che si possono in linea di principio adottare a questo scopo.

7.1 Metodi per Aumentare Temporaneamente la Spinta

Dall'equazione della spinta di un esoreattore (3.28) si desume che per aumentare la spinta si può o aumentare la portata in massa di fluido espulso, o aumentare la sua velocità di uscita, oppure adottare una combinazione di queste due opzioni.

La prima opzione può essere conseguita iniettando una portata addizionale di liquido (acqua) nel motore. L'acqua può essere iniettata a monte del compressore del turbogetto, oppure nel combustore. Nel primo caso si ha l'inconveniente che il lavoro del compressore aumenta notevolmente a causa dell'aumento della portata in massa da esso elaborata (poiché alla portata di aria in ingresso si aggiunge quella di acqua). Nel secondo caso la pressione della portata di acqua deve essere portata ad un valore almeno pari a quello che regna nella camera di combustione, attraverso pompe. La potenza assorbita dalle pompe è tuttavia molto più piccola di quella richiesta dal compressore nel caso precedente, infatti per un fluido a densità costante ρ la potenza di pompaggio necessaria per elevare la pressione di Δp è

$$P_p = \dot{Q} \Delta p = \frac{\dot{m} \Delta p}{\rho} \quad (7.1)$$

essendo \dot{Q} e \dot{m} le portate volumetriche e di massa del fluido. Poiché la densità di un liquido è tipicamente di tre ordini di grandezza superiore a quella di un gas, ne segue che tale potenza di pompaggio è alquanto limitata. Tuttavia, l'acqua viene immessa in camera a bassa temperatura, anziché essere preriscaldata attraverso la compressione come nel caso precedente, e questo richiede di bruciare una maggiore portata

di combustibile. L'opzione che prevede l'aumento della velocità di uscita viene invece conseguita nel turbogetto con postcombustore, che sarà descritto nel seguito del capitolo. Anche il turbogetto a doppio flusso o turbofan può essere inteso come un dispositivo per aumentare la spinta (rispetto al caso di turbogetto semplice). In questo caso l'aumento di spinta non è semplicemente temporaneo; è interessante comunque notare che esso è massimo al decollo. La tabella seguente riporta indicativamente la spinta che può essere fornita dalle diverse configurazioni citate, riferita a quella del turbogetto semplice, e cos' pure il TSFC relativo. Si può osservare come l'iniezione di liquido permetta solo un limitato incremento

	Turbogetto				
	Semplice	H_2O in compr.	H_2O in comb.	Post-Comb.	Doppio Flusso
Spinta Relativa	1.00	1.25	1.30	1.50	2.00 ÷ 3.30
TSFC Relativo	1.00	6.00	3.00	2.30	0.65 ÷ 2.90

di spinta, al quale fa riscontro un elevatissimo incremento del consumo specifico. La postcombustione consente un sensibile aumento di spinta, con un notevole aumento del consumo specifico (ma non ai livelli delle soluzioni che comportano iniezione di acqua); con i dati riportati a titolo di esempio, si può conseguire un incremento di spinta di circa il 50% per un tempo limitato a non più di 15 minuti circa, a prezzo di un aumento del consumo di $(1,5 \cdot 2,3) \simeq 3,5$ volte. Il turboreattore a doppio flusso dà un sensibile incremento di spinta rispetto al turbogetto semplice, con un consumo tipicamente pari a circa $2/3$ di quest'ultimo, tuttavia non può essere inteso come un mezzo per ottenere un breve incremento di spinta con *minime* modifiche della configurazione del motore, a differenza delle altre soluzioni indicate, ed è comunque poco adatto al volo ad altissime velocità, causa la bassa velocità di eiezione.

7.2 Postcombustore

Il turbogetto con postcombustore, o postbruciatore, sfrutta l'eccesso di ossigeno adottato dai turbogetti (per limitare la temperatura in turbina), per effettuare una seconda combustione iniettando combustibile a valle della turbina. La temperatura massima raggiungibile in questa postcombustione non è più limitata dal vincolo sulla resistenza delle palette, e può essere perciò portata a valori molto alti adottando valori del rapporto combustibile/aria prossimi allo stechiometrico. Un forte eccesso di aria si ha a maggior ragione nei turbofan a flussi associati, a valle del miscelatore in cui confluiscono la portata primaria e secondaria.

In un turbogetto con postbruciatore, vedi Fig. 7.1, i gas scaricati dalla turbina (oppure a valle del miscelatore, in un turbofan a flussi associati) vengono rallentati in un diffusore (per ridurre il numero di Mach, e le conseguenti cadute di pressione totale che si verificano nel successivo riscaldamento, si ricordi la Tab. 2.1 – quarta riga), prima di essere mescolati con altro combustibile e bruciati nel postcombustore. Lo scopo della postcombustione è aumentare il salto entalpico a disposizione nell'ugello, permettendo così di conseguire altissime velocità di uscita, con conseguente aumento della spinta, ed in particolare possibilità di volare a velocità elevatissime (ricordiamo che all'aumentare della velocità di volo V_0 , la

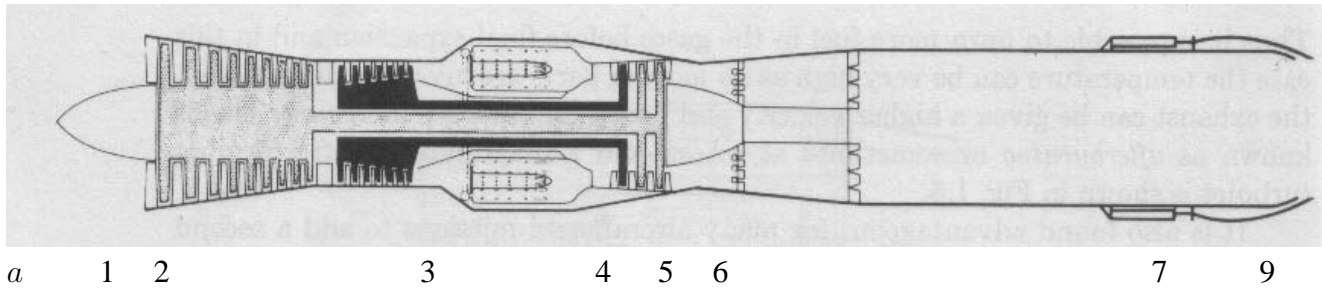


Figura 7.1: Sezione di un turbogetto semplice con postcombustore, con numerazione delle sezioni.

spinta di un esoreattore si annulla, sotto l'ipotesi di ugello adattato, quando $V_0 = u_e$; aumentando u_e si estende quindi il campo di V_0 in cui il motore è in grado di fornire spinta positiva). Per quanto riguarda la numerazione delle sezioni, si designa ancora con 5 la sezione di uscita della turbina, che però non coincide più con l'ingresso dell'ugello (sezione 7), in quanto appunto tra le sezioni 5 e 7 si trova il postbruciatore, in particolare il combustibile per la postcombustione viene iniettato nella sezione designata come 6. In un turbofan a flussi associati, la postcombustione può eventualmente effettuarsi tra le sezioni di uscita del miscelatore e quella di ingresso dell'ugello. Una rappresentazione schematica di un turbogetto con postbruciatore è riportata in Fig. 7.2.

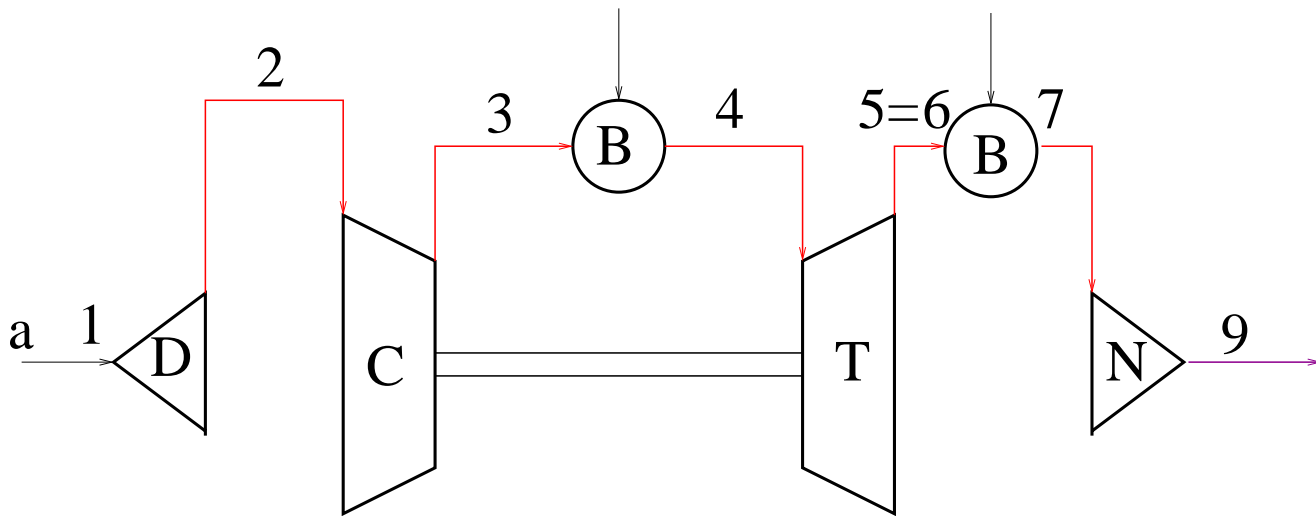


Figura 7.2: Rappresentazione schematica di un turbogetto semplice con postcombustore.

Tre importanti aspetti del turbogetto con postbruciatore concernono la stabilizzazione della fiamma, le perdite di pressione totale, ed il *choking* termico.

Per quanto riguarda il primo aspetto, occorre notare che la fiamma nel postcombustore si stabilisce a valle della sezione 6 di iniezione del combustibile secondario, ed è necessario introdurre stabilizzatori di fiamma o *flameholders* per ancorare tale fiamma, ed impedire che possa essere 'soffiata via' dal flusso, che nelle sezioni in questione possiede una velocità relativamente alta. Si adottano tipicamente come stabilizzatori di fiamma barre radiali con profilo trasversale a forma di V, dette *vee-gutters*, con le due punte della V orientate verso l'uscita, Fig. 7.3, in modo da creare una zona di ricircolazione ove il flusso,

grazie alla minore velocità, ha tempo a sufficienza per reagire; tali zone di ricircolazione agiscono inoltre come punti caldi dove la miscela derivante dalla miscelazione del combustibile iniettato nella sezione 6 con i prodotti di combustione che escono dalla turbina (ancora ricchi di ossigeno) può accendersi. Una tipica disposizione dei flameholders è indicata in Fig. 7.4.

Per quanto riguarda invece il secondo punto, abbiamo già ricordato che un flusso sottoposto a scambio termico subisce una caduta di pressione totale in base alla Tab. 2.1 – quarta riga, che qui riscriviamo per esteso:

$$\frac{dp_0}{p_0} = -\gamma M^2 \frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} - \frac{\gamma M^2}{2} \frac{dQ}{h_0} \quad (7.2)$$

Tale caduta può essere importante (rispetto a quella che si ha nel combustore principale) a causa della più grande quantità di calore ricevuta dal fluido (che come detto raggiunge temperature ben superiori rispetto a quelle raggiungibili nella camera di combustione principale) e del più alto numero di Mach, vedi ancora la (7.2). A tali cadute di pressione si aggiungono quelle dovute all'attrito, anch'esse più sensibili a causa della maggiore lunghezza del postcombustore (necessaria per assicurare la completezza della combustione, ossia un tempo di residenza sufficiente perché il flusso, il quale come detto ha una velocità relativamente alta, possa reagire completamente), ed alla presenza dei *flameholders*. Queste circostanze fanno sì che il rendimento pneumatico del postcombustore η_{pb2} sia sensibilmente più basso rispetto a quello del combustore principale, ora indicato come η_{pb1} . Di minore importanza è invece il leggero abbassamento del rendimento del postcombustore η_{b2} dovuto al fatto che, essendo la temperatura in esso alquanto più alta rispetto al combustore principale, si verificano (limitati) fenomeni di dissociazione chimica che sottraggono calore. Un abbassamento più sensibile di quest'ultimo rendimento può invece aversi se la fiamma esce dal postcombustore a causa della sua lunghezza relativamente limitata (per risparmiare ingombro e peso).

Infine, è stato osservato che la portata in massa che può defluire da un ugello con gola critica, data dalla (2.34), risulta inversamente proporzionale alla radice quadrata della temperatura totale del flusso all'ingresso dell'ugello, nel caso in esame indicata come T_{07} . Quando il postcombustore è spento si ha $T_{07} = T_{05}$, ma quando esso è acceso come detto si ha $T_{07} \gg T_{05}$, per cui la portata in massa, in assenza di appropriate misure di contrasto, si riduce grandemente. Per evitare questo inconveniente, che negherebbe l'utilità della postcombustione, si adottano ugelli ad aria variabile, i quali consentono di aumentare l'area di gola A_t che compare nella (2.34), compensando l'effetto citato. La Fig. 7.5 riporta una possibile configurazione di un ugello ad area variabile, in cui la parte terminale dell'ugello consta di una serie di 'petali' che nel funzionamento ad postcombustore spento danno luogo ad una sezione convergente, mentre a postcombustore acceso vengono aperti (mediante opportuni attuatori, visibili in figura) in modo tale da aumentare l'area di gola A_t , ed introdurre una piccola sezione divergente dell'ugello. Naturalmente, le pareti della sezione divergente così creata non risultano continue (per gli spazi che rimangono tra i petali aperti), e questo porta ad un abbassamento del rendimento dell'ugello η_n .

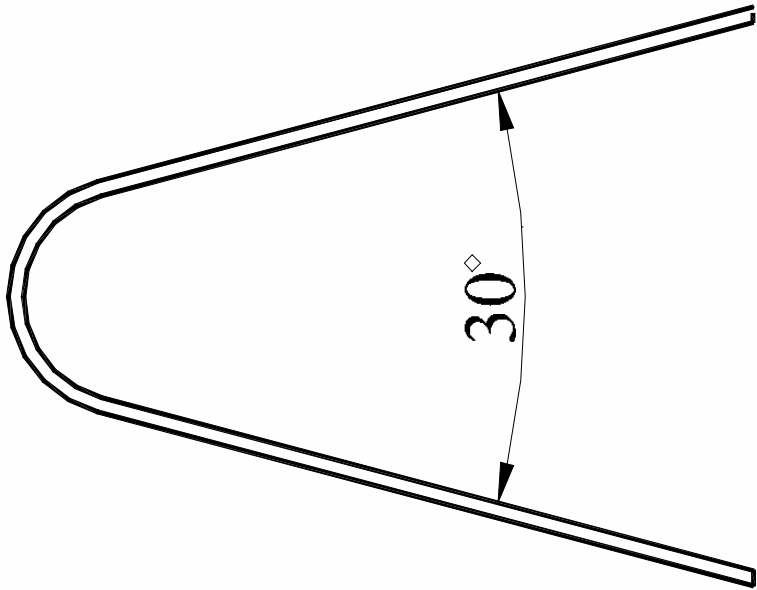


Figura 7.3: Profilo di uno stabilizzatore di fiamma ‘vee-gutter’; il flusso scorre da sinistra verso destra.

7.2.1 Calcolo del ciclo termodinamico

Si analizza qui il calcolo del ciclo del turbogetto semplice con postcombustore. Esso segue le stesse linee di quello del turbogetto semplice fino al punto 5. A valle della turbina viene iniettata un’ulteriore portata di combustibile, denotata con \dot{m}_{f2} per distinguerla da quella primaria, ora indicata come \dot{m}_{f1} , e viene quindi effettuata una seconda combustione. Nella trasformazione 5 – 7 il rapporto tra la portata di combustibile primaria e la portata d’aria, ora indicato come

$$f_1 = \frac{\dot{m}_{f1}}{\dot{m}_a} \quad (7.3)$$

può essere calcolato in funzione di T_5 , T_7 e Q_f come per il turbogetto semplice. Il rapporto combustibile/aria del postcombustore

$$f_2 = \frac{\dot{m}_{f2}}{\dot{m}_a} \quad (7.4)$$

può essere ancora individuato da un bilancio entalpico:

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_{f1}) h_6 + \dot{m}_{f2} (h_f + \eta_{b2} Q_f) = (\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}) h_7 \quad (7.5)$$

Dividendo per \dot{m}_a si ha

$$(1 + f_1) h_6 + f_2 (h_f + \eta_{b2} Q_f) = (1 + f_1 + f_2) h_7 \quad (7.6)$$



Figura 7.4: Sezione trasversale di un turbogetto con postbruciatore in corrispondenza ai *flameholders*.

dalla quale, assumendo f_1 ed f_2 trascurabili rispetto all'unità, si ottiene

$$h_6 + f_2 (h_f + \eta_{b2} Q_f) \simeq h_7 \quad (7.7)$$

per cui si può esplicitare f_2 come

$$f_2 \simeq \frac{h_7 - h_6}{\eta_{b2} Q_f} = \frac{c_p (T_7 - T_6)}{\eta_{b2} Q_f} \quad (7.8)$$

Si può anche definire un rapporto combustibile/aria totale come

$$f_{tot} = \frac{\dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}}{\dot{m}_a} = f_1 + f_2 \quad (7.9)$$

Per quanto riguarda il calcolo della pressione nel punto 7, introducendo il rendimento pneumatico del postcombustore si ha:

$$p_7 = \eta_{pb2} p_6 \quad (7.10)$$

dove ricordiamo che, per i motivi citati, η_{pb2} risulta sensibilmente più basso di η_{pb1} .

Confronto della velocità di efflusso Per confrontare le velocità di efflusso del turbogetto con post-combustore spento ed acceso, supponendo per semplicità che l'ugello risulti adattato in entrambe le condizioni operative. A postcombustore spento si ha

$$u_9 = \sqrt{2 \eta_n c_p (T_6 - T_9)} = \sqrt{2 \eta_n c_p T_6 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_6} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (7.11)$$



Figura 7.5: Ugello ad area variabile dei motori del Tornado.

A postcombustore acceso, si ha un forte incremento della temperatura all'ingresso dell'ugello (che passa da T_6 a T_7), ma anche una sensibile caduta di pressione totale (da p_6 a p_7 , tenuta in conto attraverso η_{pb2} ; trascuriamo invece la diminuzione del rendimento dell'ugello dovuta all'apertura dei petali dell'ugello ad area variabile. Si ha allora

$$u_{9,pc} = \sqrt{2\eta_n c_p (T_7 - T_9)} = \sqrt{2\eta_n c_p T_7 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_7} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \sqrt{2\eta_n c_p T_7 \left[1 - \left(\frac{1}{\eta_{pb2} p_6} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} = \quad (7.12)$$

Sotto la rozza approssimazione $\eta_{pb2} \simeq 1$ si ha l'espressione, di valore orientativo:

$$\frac{u_{9,pc}}{u_9} \sim \sqrt{\frac{T_7}{T_6}} \quad (7.13)$$

quindi in particolare a punto fisso il rapporto delle spinte sar`a

$$\frac{F_{pc}}{F} \sim \sqrt{\frac{T_7}{T_6}} \quad (7.14)$$

In realt`a, per l'effetto di η_{pb2} , tali rapporti saranno inferiori a quanto indicato.

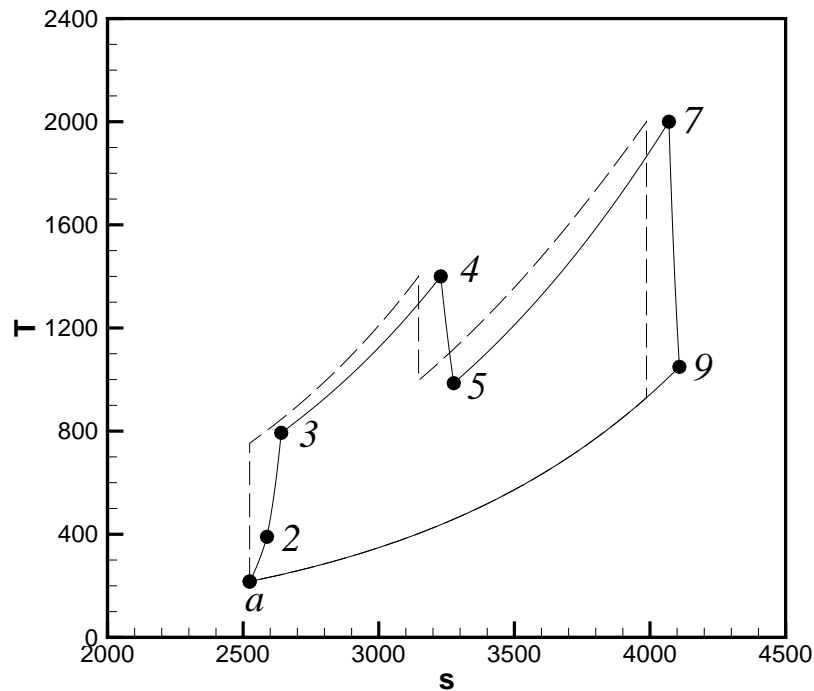


Figura 7.6: Ciclo reale del turbogetto con postcombustore in volo (ciclo ideale a linea tratteggiata).

7.2.2 Rendimenti

Dall'analisi del ciclo *ideale* si può facilmente dedurre che il rendimento termodinamico del ciclo con postcombustore è inferiore a quello di un turbogetto semplice avente lo stesso rapporto di compressione. Tale conclusione sarà a maggior ragione valida per il ciclo reale.

Per il ciclo ideale appunto, come illustrato in Fig. 7.7, il rendimento del ciclo con postcombustore acceso può essere legato a quello $\eta_{th,1}$ del ciclo con postcombustore spento (cioè del turbogetto semplice), a sua volta correlato all'area $\boxed{1}$ del ciclo $a349$ in Fig. 7.6; l'accensione del postcombustore comporta un aumento dell'area del ciclo, per l'aggiunta dell'area $\boxed{2}$, che può essere considerato come un ciclo Brayton 9579_{pc} in Fig. 7.6, di rendimento $\eta_{th,2}$. Il rendimento termodinamico dell'intero ciclo ideale con postbruciatore può quindi essere scritto nella forma:

$$\eta_{th} = \frac{(Q_{e1} + Q_{e2}) - (Q_{u1} + Q_{u2})}{Q_{e1} + Q_{e2}} = \eta_{th,1} \frac{Q_{e1}}{Q_{e1} + Q_{e2}} + \eta_{th,2} \frac{Q_{e2}}{Q_{e1} + Q_{e2}} \quad (7.15)$$

La differenza tra la quantità di calore in entrata ed in uscita (cioè il lavoro utile del ciclo) nel ciclo $\boxed{1}$ è esprimibile per definizione come $Q_{e1} - Q_{u1} = \eta_{th,1} Q_{e1}$, ed analogamente $Q_{e2} - Q_{u2} = \eta_{th,2} Q_{e2}$ nel ciclo $\boxed{2}$. Si vede quindi facilmente che il rendimento η_{th} è più basso di $\eta_{th,1}$, essendo:

$$\eta_{th,2} < \eta_{th,1} \quad (7.16)$$

in quanto $\eta_{th,i} = 1 - 1/\beta_i^{(\gamma-1)/\gamma}$, e $\beta_2 < \beta_1$, in quando il rapporto di pressione del ciclo $\boxed{2}$ è alquanto più basso di quello del ciclo $\boxed{1}$. Oltre al rendimento termodinamico, anche il rendimento propulsivo sar`a

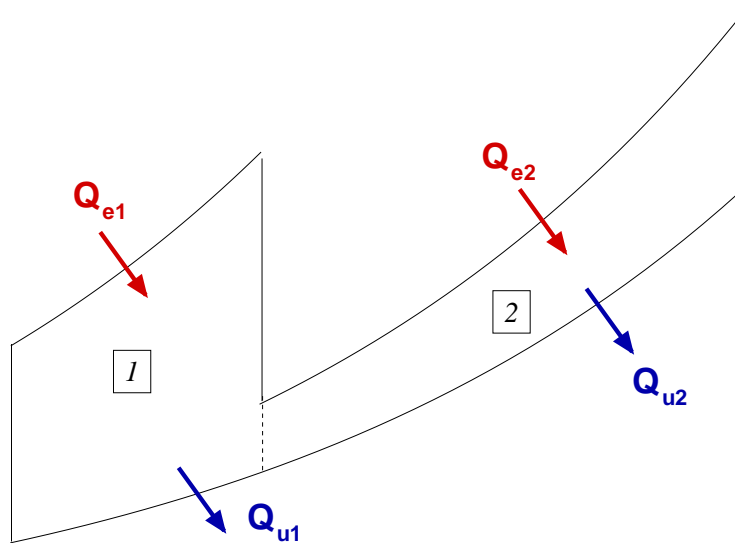


Figura 7.7: Ciclo ideale del turbogetto con postcombustore.

più basso rispetto al turbogetto semplice, a parità di velocità di volo, essendo più elevata la velocità di efflusso rispetto al caso del turbogetto semplice, e quindi più basso il rapporto $\nu = V_0/u_e$ che compare nell'espressione del rendimento propulsivo (5.35).

Ne segue che anche il rendimento globale risulterà più basso.

7.2.3 Espressione delle Prestazioni

In pratica l'impiego del postcombustore consente un'aumento della velocità di efflusso dell'ordine del 50%.

Le espressioni per le prestazioni di un turbogetto semplice con postcombustore sono simili a quelle relative al turbogetto semplice, purché si tenga conto dell'ulteriore portata di combustibile (e quindi dei relativi aumenti di consumo e potenza disponibile). Trascurando la portata di combustibile rispetto alla portata d'aria si ha:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \text{Rendimento termodinamico} & \eta_{th} \simeq \frac{(u_9^2 - V_0^2)}{2 f_{tot} Q_f} \\
 \text{Rendimento propulsivo} & \eta_p \simeq \frac{2\nu}{1 + \nu} \\
 \text{Rendimento globale} & \eta_o = \eta_{th} \eta_p \simeq \frac{V_0 (u_9 - V_0)}{f_{tot} Q_f} \\
 \text{Spinta specifica} & I_a \simeq u_9 - V_0 \\
 \text{Consumo specifico} & TSFC \simeq \frac{f_{tot}}{(u_9 - V_0)} = \frac{f_{tot}}{I_a}
 \end{array} \right. \quad (7.17)$$

7.2.4 Confronto tra Prestazioni con Postcombustore Spento ed Acceso

Intendiamo adesso confrontare le prestazioni del turbogetto semplice con quelle del turbogetto con postbruciatore (oppure, del turbogetto con postbruciatore spento con quelle dello stesso motore con postbruciatore acceso, che è sostanzialmente la stessa cosa) al variare del numero di Mach di volo M_0 . Nel fare questo, dobbiamo considerare che il rendimento di uno dei componenti del motore, la presa dinamica, varia sensibilmente con M_0 , come riportato indicativamente nella successiva Fig. 11.5; assumiamo qui che l'andamento del rendimento ϵ_d (rapporto di pressioni totali tra uscita ed ingresso della presa) della parte supersonica della presa d'aria al variare di M_0 sia dato dalla curva riportata in tale figura per una presa ad un orto obliquo, mentre assumiamo che l'analogo rendimento per la parte subsonica della presa sia costante e pari a 0.945. Per gli altri componenti del motore assumiamo $\eta_c = \eta_t = 0.9$, $\eta_n = 0.97$, $\eta_{n2} = 0.96$, $\eta_b = 0.99$, $\eta_{pb1} = 0.94$, $\eta_{pb2} = 0.75$, $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 0.98$, $T_4 = 1400$ K, $T_6 = 2000$ K; inoltre, si considera il volo alla quota di 11000 m ove $T_a = 216.7$ K, $p_a = 22.7$ kPa.

La Fig. 7.8 mostra quindi il TSFC del turbogetto semplice e del turbogetto con postbruciatore, al variare del numero di Mach. Se per esempio si considera la condizione di volo a $M_0 = 2$, si vede che il TSFC del turbogetto con postbruciatore è di circa il 40% superiore a quello del turbogetto semplice, come si può anche vedere dalla successiva Fig. 7.9. Questo dato tuttavia non rende pienamente conto di quanto avviene. Infatti, dalla Fig. 7.9 si evince anche che a $M_0 = 2$ la spinta specifica del turbogetto semplice è circa la metà di quella del turbogetto con postbruciatore; questo significa che, ancorché sia teoricamente possibile volare a $M_0 = 2$ con un turbogetto semplice, questo comporterebbe per i motori circa due volte più pesanti, con tutte le conseguenze che questo comporta. Non ha quindi molto senso confrontare le prestazioni di questi due motori a parità di numero di Mach, essendo motori disegnati per volare in condizioni di velocità diverse fra loro. Un confronto invece tra il consumo specifico del turbogetto semplice ad un numero di Mach, p. es. $M_0 = 0.9$ [circa 0.105 kg/(N h)], come si desume dalla Fig. 7.8], e quello di un turbogetto con postbruciatore a $M_0 = 2$ [circa 0.16 kg/(N h)], mostra invece un incremento di TSFC più sensibile. Bisogna comunque considerare che in questa trattazione non possiamo tener conto di altri effetti di degradazione delle prestazioni di un turbogetto con postbruciatore, dovuti all'abbassamento del rendimento dell'ugello per effetto dell'apertura dei "petali", al rendimento di combustione del postbruciatore alquanto più basso sia per effetti di dissociazione ad alta temperatura, sia perché per contenere interamente la fiamma, che al suo interno viaggia ad alta velocità, occorrerebbe un motore molto più lungo (e pesante) di quanto consigliato da considerazioni di ingombro e peso.

Domande di verifica

- 7.1 Disegnare il ciclo nel piano $T-s$ per un turbogetto con postcombustore nel caso ideale a punto fisso.
- 7.2 Disegnare il ciclo nel piano $T-s$ per un turbogetto con postcombustore nel caso reale in volo.
- 7.3 Disegnare il ciclo nel piano $T-s$ per un turbofan a flussi associati con postcombustore nel caso ideale a punto fisso.
- 7.4 Disegnare il ciclo nel piano $T-s$ per un turbofan a flussi associati con postcombustore nel caso reale in volo.
- 7.5 Perché si utilizza il postcombustore? Quali sono vantaggi e svantaggi rispetto ad un turbogetto semplice?

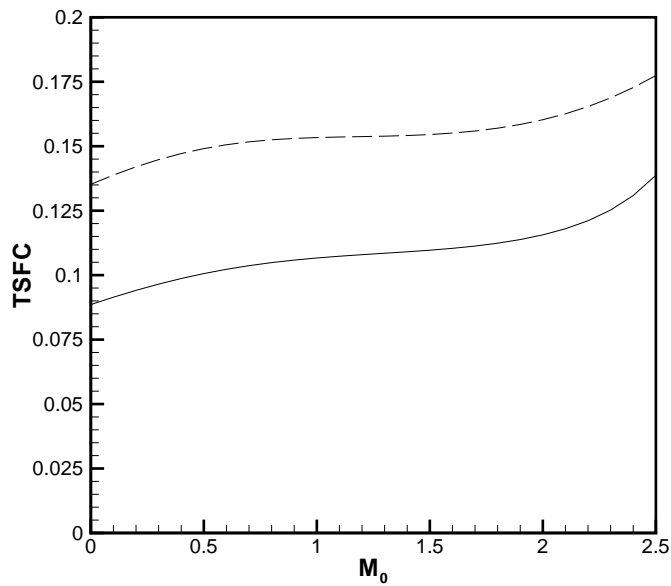


Figura 7.8: Consumo specifico di spinta per turbogetto con postcombustore spento (TJ) ed acceso (TJAB), al variare del numero di Mach.

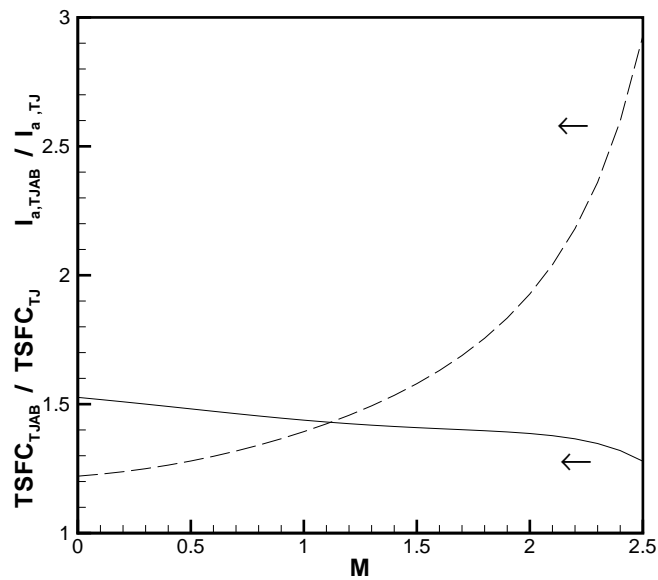


Figura 7.9: Rapporto della spinta specifica e del consumo specifico di spinta per turbogetto con postcombustore spento (TJ) ed acceso (TJAB), al variare del numero di Mach.

7.6 Perché la temperatura all'uscita del postcombustore può essere più elevata di quella all'uscita dalla camera di combustione principale?

- 7.7 Esprimere il rapporto tra la spinta ottenuta a punto fisso da un turbogetto semplice con postcombustore e quella ottenuta dallo stesso turbogetto semplice con il postcombustore spento, in funzione delle temperature massime ammissibili per il combustore e il postcombustore (ugello sempre adattato).
- 7.8 Mostrare che il rendimento termico di un turbogetto semplice si riduce a causa della presenza del postcombustore.
- 7.9 Il getto di un turbogetto con postcombustore acceso è più rumoroso di quello dello stesso turbogetto con postcombustore spento? Perché?
- 7.10 Un turbogetto è in grado di fornire spinta quando è in volo a velocità V_0 sia con il postcombustore spento sia con il postcombustore acceso. In quale caso il rendimento propulsivo è maggiore? E il rendimento globale?

Esercizi svolti

7.1 Calcolare ciclo e prestazioni di un turbogetto semplice con postcombustore avente le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 9000$ m;
- Mach di volo $M = 0.8$;
- Rapporto di compressione $\beta_c = 10$;
- Potere calorifico del combustibile (sia per combustore principale sia per postcombustore) $Q_f = 45$ MJ/kg;
- Temperatura di ingresso in turbina: $T_4 = 1200$ K;
- Temperatura di uscita dal postcombustore: $T_7 = 1800$ K;
- Ugello adattato;
- $\eta_d = 0.97$;
- $\eta_c = 0.85$;
- $\eta_{pb} = \eta_b = \eta_{pb2} = \eta_{b2} = \eta_{mc} = \eta_{mt} = 1.00$;
- $\eta_t = 0.90$;
- $\eta_n = 0.98$
- Calore specifico $c_p = 1004.5$ J/K/kg e rapporto $\gamma = c_p/c_v = 1.40$.

Si confrontino le prestazioni ottenute con postcombustore acceso e spento, considerando in entrambi i casi l'ugello adattato e la stessa portata d'aria \dot{m}_a nel gruppo turbogas.

SOLUZIONE

Si disegna innanzitutto lo schema come in Fig. 7.2a e il ciclo come in Fig. 7.6 (in cui si aggiunge anche la parte relativa alla presa d'aria) con la corretta numerazione delle stazioni.

Dalle tabelle per l'aria tipo si ottiene per $z = 9000$ m:

$$p_a = 30.8 \text{ kPa}; \quad T_a = 229.73 \text{ K} \quad \text{e quindi} \quad V = M \sqrt{\gamma_a R_a T_a} = 243.05 \text{ m/s}$$

avendo considerato per l'aria $\gamma_a = 1.4$, quindi $\delta_a = 0.2$ e $R_a = 287 \text{ J}/(\text{Kkg})$.

Si possono calcolare le condizioni a valle della presa d'aria ($\eta_d = 0.97$) come nel turbogetto semplice:

$$T_2 = T_a (1 + \delta_a M^2) = 259.14 \text{ K}$$

$$T_{2'} = T_a + \eta_d (T_2 - T_a) = 258.25 \text{ K}$$

$$p_2 = \left(\frac{T_{2'}}{T_a} \right)^{\frac{\gamma_a}{\gamma_a - 1}} p_a = 46.39 \text{ kPa}$$

Essendo noti rapporto di compressione e rendimento del compressore ($\eta_{ac} = 0.85$), si ottiene:

$$p_3 = \beta_c p_2 = 463.93 \text{ kPa}$$

$$T_3 = T_2 \left[1 + \frac{1}{\eta_{ac}} \left(\beta_c^{\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a}} - 1 \right) \right] = 542.88 \text{ K}$$

Analizzando il combustore principale si ottiene il primo rapporto combustibile/aria f_1 . Infatti, nota la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione ($\eta_b = \eta_{pb} = 1.00$):

$$T_4 = 1200 \text{ K}$$

$$p_4 = \eta_{pb} p_3 = p_3 = 463.93 \text{ kPa}$$

$$c_p T_3 + f_1 \eta_b Q_f = (1 + f_1) c_p T_4 \Rightarrow f_1 = \frac{c_p T_4 - c_p T_3}{\eta_b Q_f - c_p T_4} = 0.01467$$

Dal bilancio energetico turbina-compressore, assumendo per semplicità $\eta_{mc} = \eta_{mt} = 1.00$:

$$L_c = \eta_{mc} \eta_{mt} L_t = L_t \Rightarrow c_p (T_3 - T_2) = (1 + f_1) c_p (T_4 - T_5) \Rightarrow T_5 = 920.36 \text{ K}$$

$$T_{5'} = T_4 - (T_4 - T_5) / \eta_t = 889.3 \text{ K} \Rightarrow p_5 = p_4 (T_{5'} / T_4)^{\frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}} = 162.54 \text{ kPa}$$

Essendo l'ugello adattato si possono calcolare le prestazioni nel caso del postcombustore spento (turbogetto semplice):

$$u_9 = \sqrt{2 c_p \eta_m T_5 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_5} \right)^{\frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g}} \right]}$$

$$I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} = (1 + f_1) u_9 - V = 597 \text{ m/s}$$

$$TSFC = \frac{f_1}{F / \dot{m}_a} = 0.08845 \text{ (kg/h)/N}$$

Nel caso di postcombustore attivo, analizzando il postcombustore si ottiene il secondo rapporto combustibile/aria f_2 . Infatti, nota la temperatura di fine combustione e i rendimenti in camera di combustione ($\eta_b = \eta_{pb} = 1.00$):

$$T_7 = 1800 \text{ K}$$

$$p_7 = \eta_{pb} p_6 = p_6 = p_5 = 162.54 \text{ kPa}$$

$$(1 + f_1) c_p T_5 + f_1 \eta_{b2} Q_f = (1 + f_1 + f_2) c_p T_7 \Rightarrow f_2 = \frac{(1 + f_1) c_p (T_4 - T_3)}{\eta_{b2} Q_f - c_p T_4} = 0.019635$$

Essendo l'ugello adattato si possono calcolare le prestazioni come nel caso del postcombustore spento (turbogetto semplice):

$$u_{9,pc} = \sqrt{2c_p\eta_n T_7 \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_7} \right)^{\frac{\gamma_g-1}{\gamma_g}} \right]}$$

$$I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} = (1 + f_1 + f_2)u_{9,pc} - V = 954.5 \text{ m/s}$$

$$TSFC = \frac{f_1 + f_2}{F/\dot{m}_a} = 0.1294 \text{ (kg/h)/N}$$

Con il postcombustore acceso si ha quindi un aumento del 59.8% della spinta specifica e un aumento del 46.3% del consumo specifico di spinta.

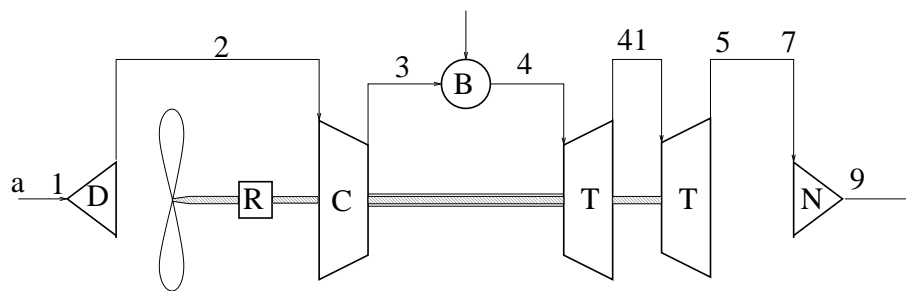
Capitolo 8

Turboelica

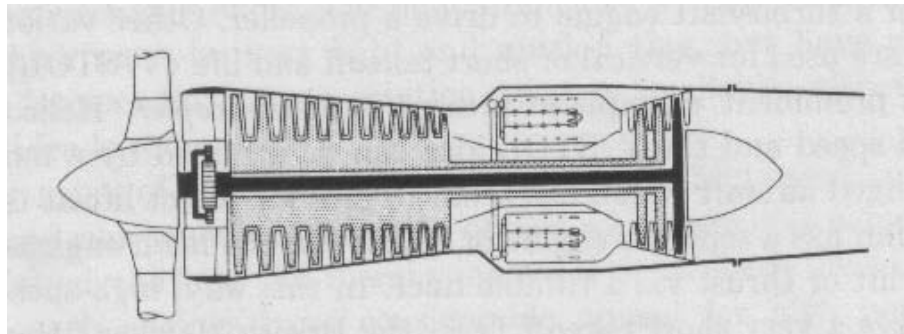
I motivi che hanno portato alla realizzazione del turboelica sono analoghi a quelli che (in un periodo storico successivo) hanno portato all'introduzione del turboreattore a doppio flusso (vedi capitolo 6). In pratica si vuole conseguire un migliore rendimento propulsivo rispetto al turbogetto semplice, senza grosse penalizzazioni del rendimento termodinamico del ciclo base. Nel caso del turboelica tale risultato è ottenuto sfruttando le proprietà dell'elica, che garantisce elevati valori del rendimento propulsivo accelerando una portata d'aria molto maggiore di quella elaborata dal corrispondente turbogetto. Il turboelica è quindi un propulsore caratterizzato dalle seguenti principali proprietà:

- Il funzionamento è lo stesso del turbogetto, tranne per il fatto che il salto entalpico disponibile a valle della turbina che muove il compressore non viene tutto utilizzato per accelerare il getto propulsivo, ma viene principalmente utilizzato attraverso una turbina per muovere un'elica.
- La potenza utile è generata dal gruppo compressore-combustore-turbina, detto generatore di gas, così come nel caso del turbogetto.
- Viene realizzato con diverse configurazioni (monoalbero/bialbero) ma generalmente si adotta la configurazione libera per la turbina dell'elica (Fig. 8.1) per conseguire:
 - Facilità di avviamento;
 - Minore inerzia nel variare il numero di giri.
- Rapporti di compressione β_c più limitati che nei turbogetti (per esempio 15 invece di 25), vedi fine par. 8.3.
- A parità di spinta imprime una modesta variazione di velocità ad una grande massa d'aria (principio analogo a quanto visto per il turbofan per aumentare il rendimento propulsivo e quindi quello globale).
- Si può considerare come un turbofan con valori elevatissimi di BPR (~ 100).
- Grazie all'elevato rendimento propulsivo dell'elica ha prestazioni al decollo e in crociera (per $M < 0.7$) superiori ai turbogetti.
- Necessità di un riduttore essendo la velocità di rotazione caratteristica delle turbine molto superiori a quella massima ammissibile per l'elica.

- Confrontato con i motori a pistoni, il turboelica mostra:
 - minore rapporto peso/potenza ($\sim 0.2 \div 0.3 \text{ kg/kW}$ contro $> 0.7 \text{ kg/kW}$), almeno nel campo delle potenze elevate;
 - minore sezione frontale (almeno nel campo delle potenze elevate).
- Confrontato con il turbofan, il turboelica mostra:
 - un limite inferiore del campo delle velocità di volo alle quali può essere impiegato ($M < 0.7$, a causa dell'elica);
 - maggior peso e minore affidabilità per la presenza del riduttore e dell'elica.



(a) Rappresentazione schematica



(b) Sezione (da [12])

Figura 8.1: Rappresentazione schematica e sezione di un turboelica.

8.1 Ciclo termodinamico

Lo studio del ciclo termodinamico del turboelica (Fig. 8.2) è uguale a quello del turbogetto semplice fino alla stazione 41. Infatti la prima turbina (da 4 a 41) si studia come nel caso del turbogetto semplice, essendo il suo scopo quello di fornire la potenza necessaria per il compressore. Per analizzare la parte

restante del ciclo termodinamico si definisce il salto entalpico ideale utile ai fini propulsivi come (vedi Fig. 8.2):

$$\Delta h_u = h_{41} - h_{9''} \quad (8.1)$$

e si introduce il parametro λ che indica la frazione di Δh_u utilizzata per muovere l'elica:

$$\lambda \Delta h_u = \text{salto entalpico utilizzato dall'elica (ideale)} \quad (8.2)$$

$$(1 - \lambda) \Delta h_u = \text{salto entalpico utilizzato dal getto (ideale)} \quad (8.3)$$

$$P_{u,el} = \dot{m}_a (1 + f) \lambda \Delta h_u = \text{Potenza destinata all'elica (ideale)} \quad (8.4)$$

$$P_{u,j} = \dot{m}_a (1 + f) (1 - \lambda) \Delta h_u = \text{Potenza destinata al getto (ideale)} \quad (8.5)$$

Accanto al valore di $\Delta h_u = h_{41} - h_{9''}$ può definire anche il salto entalpico ideale:

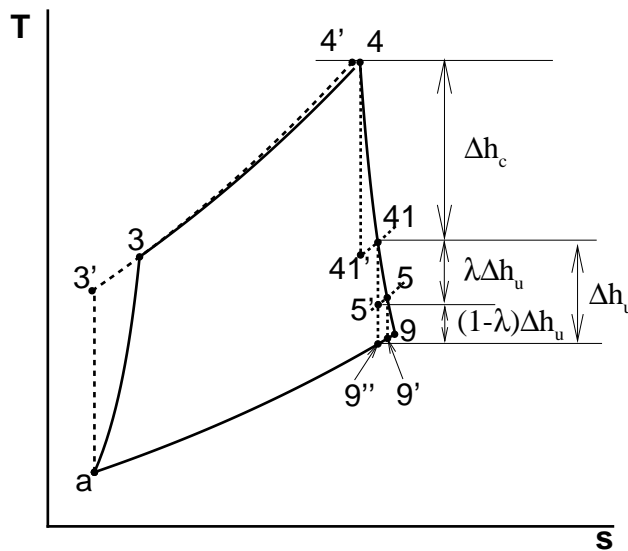


Figura 8.2: Ciclo termodinamico di un turboelica a punto fisso.

$$\Delta h'_u = (h_{41} - h_{5'}) + (h_{5'} - h_{9'}) \quad (8.6)$$

dato dalla somma dei salti entalpici ideali attraverso turbina e ugello, e che quindi tiene conto della temperatura reale T_5 (più elevata del caso ideale) per il calcolo dell'espansione nell'ugello. Si avrà, a causa della divergenza delle isobare, $\Delta h'_u > \Delta h_u$ e si può introdurre il parametro σ (i):

$$(h_5 - h_{9'}) = \sigma (h_{5'} - h_{9'}) \Rightarrow \Delta h'_u = \lambda \Delta h_u + \sigma (1 - \lambda) \Delta h_u \quad (8.7)$$

essendo però σ molto prossimo all'unità ($\simeq 1 \div 1.04$) per comodità si considererà

$$\Delta h_u \simeq \Delta h'_u \quad \text{e} \quad (h_5 - h_{9'}) \simeq (h_{5'} - h_{9'}) \quad (8.8)$$

Per il punto $9''$, poiché in Δh_u si considera tutta la potenza che può essere estratta, si considera:

$$p_{9''} = p_a \Rightarrow T_{9''} = T_{41} (p_a / p_{41})^{(\gamma-1)/\gamma} \quad (8.9)$$

e così si può calcolare $T_{5'}$ dalla

$$T_{41} - T_{5'} = \lambda(T_{41} - T_{9''}) \quad (8.10)$$

Oltre alla potenza destinata all'elica, la restante potenza fornita dal ciclo permette di accelerare il getto alla velocità di efflusso:

$$u_9 = \sqrt{2(h_5 - h_9)} = \sqrt{2\eta_n(h_5 - h_{9'})} \simeq \sqrt{2\eta_n(h_{5'} - h_{9''})} = \sqrt{2\eta_n(1 - \lambda)\Delta h_u} \quad (8.11)$$

Si potranno quindi esprimere le prestazioni in funzione della potenza utile e delle frazioni λ e $1 - \lambda$ destinate rispettivamente all'elica e al getto.

8.2 Prestazioni

La spinta generata da un turboelica, per effetto sia dell'elica che del getto, pu' essere espressa nel caso più generale come

$$F = F_{el} + F_j = \dot{m}_{a,el}(u_w - V) + \dot{m}_a[(1 + f)u_9 - V] + (p_9 - p_a)A_9 \quad (8.12)$$

anche se, poiché in genere la parte maggiore della potenza disponibile è destinata all'elica, il rapporto di pressione disponibile nell'ugello è basso e quindi in genere l'ugello potrà considerarsi adattato. La potenza propulsiva quindi si potrà esprimere come:

$$P_p = FV = P_{p,el} + P_{p,j} \quad (8.13)$$

Poiché il turboelica appartiene alla classe dei motori che forniscono potenza ad un albero (su cui poi è montata un'elica che trasforma questa potenza in potenza propulsiva) ci si riferisce spesso alla potenza disponibile all'asse dell'elica. Si definiscono così:

$$\begin{cases} P_{ax,t} = \eta_t P_{u,el} = \eta_t \lambda \dot{m}_a (1 + f) \Delta h_u \simeq \eta_t \lambda \dot{m}_a \Delta h_u & \text{Potenza all'asse della turbina} \\ P_{ax,el} = \eta_r P_{ax,t} = \eta_r \eta_t \lambda \dot{m}_a (1 + f) \Delta h_u \simeq \eta_r \eta_t \lambda \dot{m}_a \Delta h_u & \text{Potenza all'asse dell'elica} \\ P_{p,el} = \eta_{p,el} P_{ax,el} = \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \dot{m}_a (1 + f) \Delta h_u \simeq \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \dot{m}_a \Delta h_u & \text{Potenza propulsiva dell'elica} \end{cases} \quad (8.14)$$

dove la potenza idealmente disponibile alla turbina che muove l'elica è ridotta per effetto del rendimento della turbina η_t e del riduttore η_r , e il rendimento propulsivo dell'elica $\eta_{p,el}$ permette di valutare la frazione della potenza dell'elica che viene effettivamente utilizzata ai fini propulsivi. Si definisce anche una potenza equivalente all'asse dell'elica che include la potenza propulsiva del getto:

$$P_{ax,eq} = P_{ax,el} + P_{p,j} \quad \text{con} \quad P_{p,j} = F_j \cdot V = \dot{m}_a (u_9 - V)V \quad (8.15)$$

avendo supposto ugello adattato e $f \ll 1$.

Il consumo di un turboelica viene in genere analizzato in termini di consumo specifico equivalente al freno (*EBSFC – Equivalent Brake Specific Fuel Consumption*) che indica il consumo di combustibile per unità di tempo e di potenza equivalente all'asse dell'elica fornita dal motore:

$$EBSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax,eq}} = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax,el} + P_{p,j}} \quad 0.27 \div 0.36 \text{ kg/kWh} \quad (8.16)$$

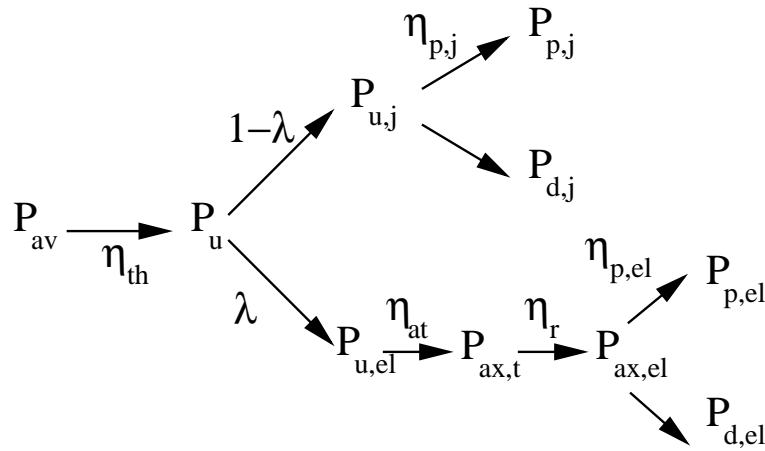


Figura 8.3: Diagramma dell'evoluzione della potenza disponibile in un turboelica.

A volte, facendo riferimento solo alla potenza all'albero, si considera il consumo specifico definito come:

$$BSFC = \frac{\dot{m}_f}{P_{ax,t}} \quad (8.17)$$

Per esprimere i rendimenti è necessario conoscere, oltre alla potenza propulsiva, la potenza disponibile e quella utile (Fig. 8.3):

$$\begin{cases} P_{av} = \dot{m}_f Q_f & \text{potenza disponibile} \\ P_u = \dot{m}_a(1+f)(h_{41} - h_{9''}) = \dot{m}_a(1+f)\Delta h_u & \text{potenza utile} \end{cases} \quad (8.18)$$

la cui evoluzione è illustrata in Fig. 8.3. Si possono quindi esprimere la potenza utile per il getto e per l'elica in funzione della potenza propulsiva e di quella dissipata:

$$\textbf{Getto} \quad P_{u,j} = (1-\lambda)P_u; \quad (P_{p,j} + P_{d,j}) = \sigma\eta_m P_{u,j} \quad (8.19)$$

dove $P_{p,j}$, $P_{d,j}$ si valutano in modo analogo a quanto visto per il turbogetto semplice : (8.20)

$$P_{p,j} = \dot{m}_a [(1+f)u_e - V_0] V_0; \quad P_{d,j} = \dot{m}_a(1+f)(u_e - V_0)/2 \quad (8.21)$$

$$(P_{p,j} + P_{d,j}) = \dot{m}_a \frac{(1+f)u_e^2 - V_0^2}{2}$$

$$\textbf{Elica} \quad P_{u,el} = \lambda P_u = \lambda \dot{m}_a(1+f)\Delta h_u; \quad P_{ax,el} = \eta_r \eta_t P_{u,el} = \eta_r \eta_t (P_{p,el} + P_{d,el}) = \frac{1}{2} \dot{m}_{a,el}(u_w^2 - V_0^2) \quad (8.22)$$

$$\text{dove} \quad \begin{cases} P_{p,el} = F_{el} V = \dot{m}_{a,el} V_0 (u_w - V_0) \\ P_{d,el} = \frac{1}{2} \dot{m}_{a,el} (u_w - V_0)^2 \\ \dot{m}_{a,el} \simeq \rho_a V_0 \frac{\pi \phi_{el}^2}{4} \end{cases} \quad (8.23)$$

avendo indicato con ϕ_{el} il diametro dell'elica. In prima approssimazione, facendo riferimento alla sola

elica, si possono esprimere quindi i rendimenti come:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rendimento Termodinamico:} \quad \eta_{th} = \frac{P_u}{P_{av}} \simeq \frac{P_{ax,el}}{P_{av}} \\ \text{Rendimento Propulsivo (Elica):} \quad \eta_{p,el} = \frac{P_{p,el}}{P_{ax,el}} = \frac{2V_0}{u_w + V_0} \\ \text{Rendimento Globale:} \quad \eta_o \simeq \eta_{th}\eta_{p,el} = \frac{P_{p,el}}{P_{av}} \end{array} \right. \quad (8.24)$$

mentre una valutazione più accurata, che tenga conto sia dell'elica che del getto, dà invece

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Rendimento Termodinamico:} \quad \eta_{th} = \frac{P_{u,el} + P_{u,j}}{P_{av}} \\ \text{Rendimento Propulsivo:} \quad \eta_p = \frac{P_{p,j} + P_{p,el}}{P_{u,el} + P_{u,j}} \\ \text{Rendimento Globale:} \quad \eta_o = \eta_{th}\eta_p = \frac{P_{p,j} + P_{p,el}}{P_{av}} \end{array} \right. \quad (8.25)$$

La trasformazione di potenza disponibile all'asse dell'elica in potenza propulsiva dipende quindi dal rendimento propulsivo dell'elica $\eta_{p,el}$. Quest'ultimo assume valori elevati, tipicamente dell'ordine di $\eta_{p,el} \sim 0.85$ (il campo è $0.7 \div 0.9$), e cresce con la velocità di volo a parità di potenza, fino alle velocità alle quali gli effetti della compressibilità non sono più trascurabili e riducono fortemente le prestazioni dell'elica. Il confronto tra i rendimenti propulsivi di turbogetto e turboelica (turboprop, propfan, contro-

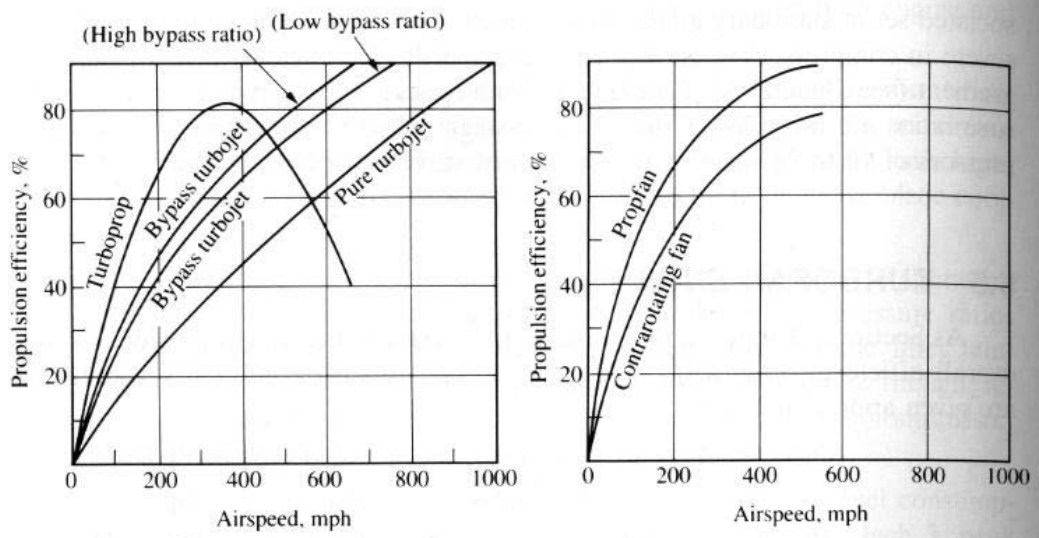


Figura 8.4: Andamento del rendimento propulsivo dell'elica in funzione della velocità di volo (da [6]; 1 mph = 1,609 km/h).

rotating fan) mostrati in Fig. 8.4 mette in evidenza l'elevato rendimento propulsivo dell'elica, ma anche la sua rapida caduta in prossimità delle velocità transoniche, dovuta agli effetti della compressibilità. Per contenere tali effetti, e consentire quindi velocità di volo un poco più elevate, il propfan adotta un'elica le cui estremità hanno un profilo simile a quello di un'ala a freccia, Fig. 8.5.

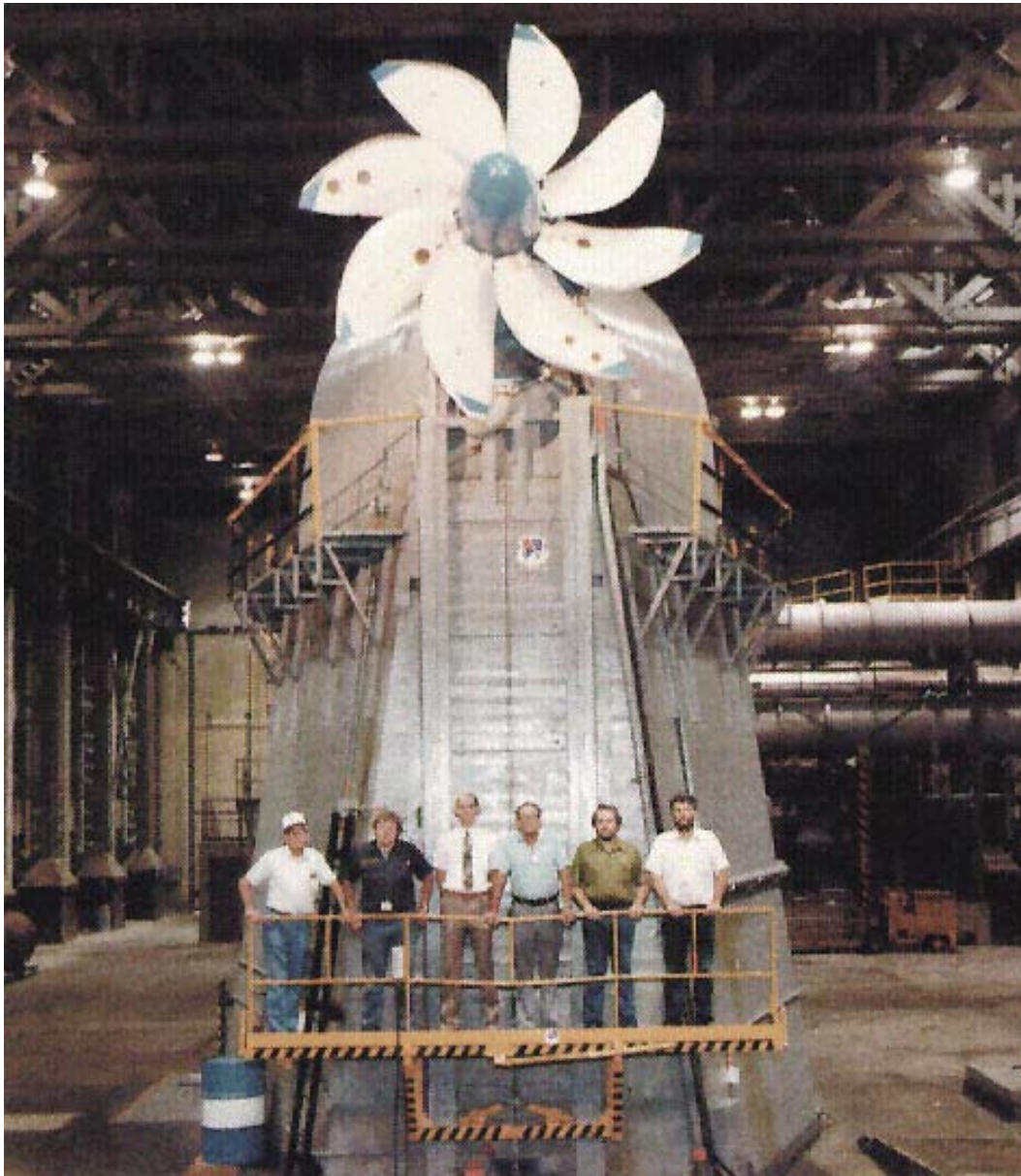


Figura 8.5: Elica di un propfan.

Tornando ad analizzare il comportamento del consumo specifico ($EBSFC$), in Fig. 8.6 si osserva che la riduzione dei consumi con β_c e M è dovuta essenzialmente all'aumento del rendimento termodinamico del ciclo di turbina a gas. Si ricorda che ogni punto nel grafico corrisponde ad una diversa condizione di progetto.

8.3 Ripartizione Ottimale della Potenza

Vista la presenza del parametro aggiuntivo λ , ci si può chiedere se esiste un valore ottimale della ripartizione della potenza disponibile tra getto e elica. Si vuole cercare allora il valore di λ in corrispondenza del quale si ha la massima spinta (e cioè P_p per un'assegnata V_0). Per semplicità si considera $f \ll 1$, ed

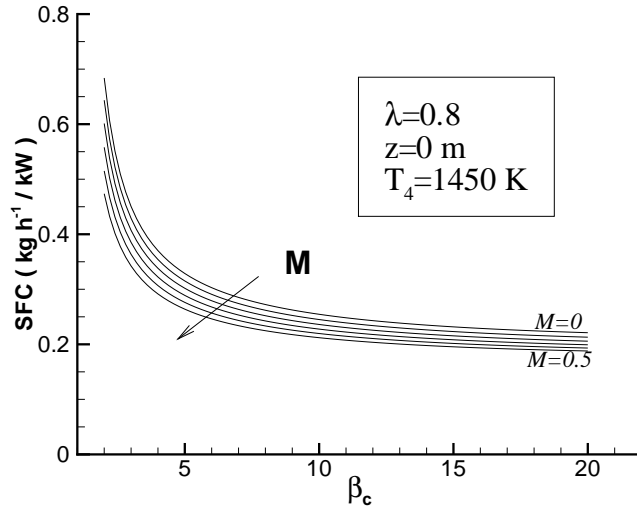


Figura 8.6: Consumo specifico di un turboelica in funzione di β_c e M .

ugello adattato per il getto:

$$P_p = \dot{m}_a \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \Delta h_u + F_j V_0 \underbrace{=}_{f \ll 1} \dot{m}_a \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \Delta h_u + \dot{m}_a V_0 (u_9 - V_0) \quad (8.26)$$

$$P_p = \dot{m}_a \left[\eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \Delta h_u + V_0 \sqrt{2\eta_n (1 - \lambda) \Delta h_u} - V_0^2 \right] \quad (8.27)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \Delta h_u + V_0 \frac{-2\eta_n \Delta h_u}{2\sqrt{2\eta_n (1 - \lambda) \Delta h_u}} = 0 \quad (8.28)$$

$$\lambda_{opt} = 1 - \frac{\eta_n V_0^2}{2(\eta_{p,el} \eta_r \eta_t)^2 \Delta h_u} \quad (8.29)$$

Si può quindi osservare che λ_{opt} dipende dalla velocità di volo (ed in particolare risulta uguale ad uno a punto fisso), e finché $\eta_{p,el} \simeq 0.7 \div 0.9$ si ha $\lambda_{opt} = 80 \div 90\%$, ma il valore dipende chiaramente anche dai parametri del generatore di gas. Introducendo la grandezza $\hat{u}_e = \sqrt{2\eta_n \Delta h_u}$, che è la velocità di efflusso di un turbogetto avente lo stesso generatore di gas e con ugello adattato, quindi $\hat{u}_e = u_e = u_9$ se $\lambda = 0$, λ_{opt} si può scrivere come:

$$\lambda_{opt} = 1 - \left(\frac{\eta_n}{\eta_{p,el} \eta_r \eta_t} \right)^2 \cdot \left(\frac{V_0}{\hat{u}_e} \right)^2 \quad (8.30)$$

e sostituendo valori tipici si ottiene: per $\hat{u}_e \simeq 4 \div 5 V_0$ e $(\eta_{p,el} \eta_r \eta_t)^2 \simeq 0.4 \div 0.5 (\eta_n)^2 \Rightarrow \lambda_{opt} \simeq 80 \div 90\%$. Questo risultato è mostrato anche in Fig. 8.7 dove, nel caso considerato, $EBSFC$ ha un minimo per valori di λ prossimi ad 1, e decrescenti per M_0 crescente. Occorre tuttavia notare che i valori ottimali di λ citati porterebbero a densità del fluido propulsivo molto basse all'uscita dell'ultimo stadio della turbina, a causa della bassa pressione di fine espansione. Si noti anche che, a parità di pressione, la densità è più bassa nella turbina che nel compressore a causa della più elevata temperatura

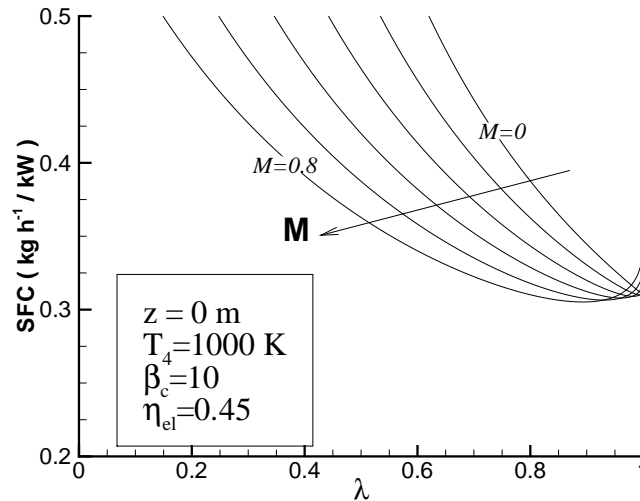


Figura 8.7: Consumo specifico equivalente di un turboelica in funzione della ripartizione della potenza tra elica e getto (λ) e della velocità di volo (M_0).

(poiché la turbina elabora il fluido caldo che esce dalla camera di combustione). Per poter far defluire la portata di aria occorrono quindi grandi sezioni di passaggio (per l'equazione di conservazione della massa), ossia pale della turbina molto lunghe. Questa situazione è simile a quella che si verifica in un'unità turbogas, dove l'espansione avviene *tutta* in turbina; la Fig. 8.8, relativa appunto ad un turbogas, mostra come le pale della turbina siano molto più lunghe di quelle del compressore. In un turboelica, questa situazione è fortemente sconsigliabile sia per problemi di peso della turbina, sia per l'accresciuta resistenza esterna dovuta alla necessità di adottare una cassa di grande diametro per alloggiare pale così lunghe. Si preferisce quindi adottare valori di λ ben al di sotto di quello ottimo, pur con una conseguente penalizzazione del consumo specifico. Si noti anche a questo proposito che i turboelica generalmente

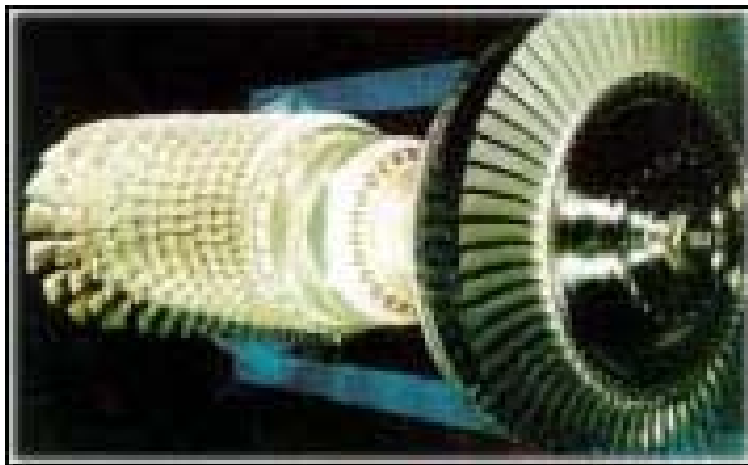


Figura 8.8: Gruppo compressore (a sinistra) e turbina (a destra) di un turbogas.

adottano rapporti di compressione β_c più contenuti rispetto ai turbogetti. Come è stato visto infatti, per minimizzare il consumo specifico occorrono valori di β_c elevati, mentre per massimizzare il lavoro utile

o la spinta specifica (quindi per contenere i pesi) occorrono valori di β_c contenuti. Nel turboelica, a parità di valori di β_c , il peso è maggiore poichè gran parte del salto entalpico è sfruttato nella turbina (pesante) anziché nell'ugello (leggero). Da qui la più stringente necessità (rispetto al turbogetto) di contenere i pesi, e quindi il rapporto di compressione.

8.4 Confronto con il turbogetto

E' interessante il confronto tra un turboelica e il corrispondente turbogetto avente lo stesso generatore di gas (che si può ottenere considerando il turboelica con $\lambda = 0$). Il turbogetto è caratterizzato dalla velocità di efflusso:

$$u_e = \sqrt{2\eta_n \Delta h_u} \quad (8.31)$$

e la sua potenza propulsiva è:

$$P_{p,TG} = FV_0 = \dot{m}_a(u_e - V_0)V_0 \quad (8.32)$$

Per quanto riguarda il turboelica invece si ha:

$$P_{p,TE} = \dot{m}_a \eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \Delta h_u + F_j V_0 = \dot{m}_a \left[\eta_{p,el} \eta_r \eta_t \lambda \Delta h_u + V_0 \sqrt{2\eta_n (1 - \lambda) \Delta h_u} - V_0^2 \right] \quad (8.33)$$

e, sostituendo $u_e = \sqrt{2\eta_n \Delta h_u}$:

$$P_{p,TE} = \dot{m}_a \left(\lambda \frac{\eta_{p,el} \eta_r \eta_t}{2\eta_n} u_e^2 + u_e V_0 \sqrt{1 - \lambda} - V_0^2 \right) \quad (8.34)$$

Il rapporto tra la potenza propulsiva generata dal turboelica e quella generata dal turbogetto è quindi:

$$\frac{P_{p,TE}}{P_{p,TG}} = \frac{\lambda \frac{\eta_{p,el} \eta_r \eta_t}{2\eta_n} u_e^2 + u_e V_0 \sqrt{1 - \lambda} - V_0^2}{(u_e - V_0)V_0} \quad (8.35)$$

Il comportamento di tale rapporto può essere studiato considerando come variabile indipendente il rapporto $\nu = V_0/u_e$:

$$\frac{P_{p,TE}}{P_{p,TG}} = \frac{\lambda \frac{\eta_{p,el} \eta_r \eta_t}{2\eta_n} + \nu \sqrt{1 - \lambda} - \nu^2}{(1 - \nu)\nu} \quad (8.36)$$

In particolare si può studiare sotto quali condizioni esso è maggiore di 1 (cioè il turboelica dà spinta maggiore), e si ottiene che deve essere verificata la condizione:

$$\lambda \frac{\eta_{p,el} \eta_r \eta_t}{2\eta_n} + \nu \sqrt{1 - \lambda} - \nu^2 > \nu - \nu^2 \quad (8.37)$$

che si può riscrivere come:

$$V < \frac{\lambda \eta_{p,el} \eta_r \eta_t u_e}{2\eta_n (1 - \sqrt{1 - \lambda})} \quad (8.38)$$

Osservando che:

$$\frac{\lambda}{1 - \sqrt{1 - \lambda}} = \frac{1 - (1 - \lambda)}{1 - \sqrt{1 - \lambda}} = \frac{(1 + \sqrt{1 - \lambda})(1 - \sqrt{1 - \lambda})}{1 - \sqrt{1 - \lambda}} = 1 + \sqrt{1 - \lambda} \quad (8.39)$$

si arriva al risultato che $P_{p,TE} > P_{p,TG}$ se

$$\frac{V_0}{u_e} < \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_{p,el}\eta_r\eta_t}{\eta_n} \right) \left(1 + \sqrt{1 - \lambda} \right) \quad (8.40)$$

A parità di altri parametri il rapporto $P_{p,TE}/P_{p,TG}$ diminuisce al crescere della velocità di volo fino a diventare inferiore ad 1 quando la relazione scritta non è più soddisfatta. Si osserva che il valore massimo di V_0/u_e per il quale il turboelica fornisce una potenza propulsiva maggiore cresce al crescere del rendimento dell'elica, al decrescere di quello dell'ugello, e al decrescere di λ . Sfruttando al meglio le condizioni operative del turboelica e cioè considerando $\lambda = \lambda_{opt}$ (anche se, come è stato osservato, questa scelta in generale non risulta conveniente per altri motivi) nella (8.40), utilizzando la (8.30) si ottiene:

$$\frac{V_0}{u_e} < \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_{p,el}\eta_r\eta_t}{\eta_n} \right) \left(1 + \frac{\eta_n}{\eta_{p,el}\eta_r\eta_t} \frac{V_0}{u_e} \right) \quad (8.41)$$

e quindi

$$\frac{V_0}{u_e} < \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_{p,el}\eta_r\eta_t}{\eta_n} \right) + \frac{1}{2} \frac{V_0}{u_e} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_0}{u_e} < \frac{\eta_{p,el}\eta_r\eta_t}{\eta_n} \quad (8.42)$$

che si può riscrivere anche come

$$\eta_{p,el} > \left(\frac{V_0}{u_e} \right) \left(\frac{\eta_n}{\eta_r\eta_t} \right) \quad (8.43)$$

mettendo in evidenza il valore minimo del rendimento propulsivo dell'elica che rende il turboelica più efficiente del turbogetto. Questa condizione diventa sempre più difficile da soddisfare al crescere della velocità di volo. Si osserva infine che per un assegnato propulsore (ossia valori di u_e , η_n , η_r e η_t fissati) il turboelica fornisce il massimo rendimento globale (la massima potenza propulsiva) quando $V_0 = 1/2u_e$ e che in questo caso la prestazione del turboelica è superiore se

$$\eta_{p,el} > \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_n}{\eta_r\eta_t} \right) \quad (8.44)$$

condizione verificata per valori tipici di $\eta_n = 0.95$, $\eta_r = 0.92$ e $\eta_t = 0.90$ quando $\eta_{p,el} > 0.55$.

8.5 Discussione

Dall'analisi sulla ripartizione ottima tra potenza fornita all'elica e potenza fornita al getto, e dal confronto tra turboelica e turbogetto aventi lo stesso generatore di gas, è emerso quindi che:

- Il turboelica è il più efficiente sistema propulsivo tra 450 e 700 km/h;
- Il funzionamento ottimo prevede che gran parte della potenza utile vada all'elica.

Come già accennato, tra le caratteristiche principali del turboelica bisogna sottolineare che la massima velocità di volo è limitata a $V < 700$ km/h poiché la velocità dell'aria che investe le pale dell'elica deve essere al massimo transonica. Per capire questo limite si può considerare il seguente esempio. Se $n = 2000$ rpm (rpm = giri al minuto) si ha $\omega \simeq 210$ rad/s; se l'elica ha diametro $D_{el} = 2$ m, ciò implica che

a causa della rotazione la pala è investita alla sua estremità da una corrente a $V_r = \omega D_{el}/2 = 210 \text{ m/s}$. Se il veicolo è in volo alla velocità V_0 , diretta perpendicolarmente alla velocità di rotazione dell'elica si ha che la pala è investita alla sua estremità da una corrente a $V = \sqrt{V_0^2 + V_r^2}$ e perché questa sia subsonica $V < 0.9a \sim 300 \text{ m/s}$ deve essere $V_0 < \sqrt{a^2 - V_r^2} \sim 214 \text{ m/s} = 771 \text{ km/h}$.

Per quanto riguarda la presenza del riduttore, necessario a causa dei diversi diametri di turbina ed elica, ciascuna caratterizzata dal proprio numero di giri caratteristico, si sottolinea che il numero di giri della turbina è tipicamente più elevato di quello dell'asse di un motore a pistoni. Per questa ragione i riduttori dei turboelica hanno rapporto di riduzione del numero di giri più elevato di quelli dei motoelica (p.es. 10.75, 13.54).

8.6 Turboalbero (Turboshaft) e APU

Nella propulsione per elicotteri o nelle unità di potenza ausiliare (APU=Auxiliary Power Unit, necessarie a fornire p.es. potenza elettrica, pneumatica, ...) si può impiegare ancora un propulsore basato su ciclo turbogas. In tal caso, a differenza di quanto accade nel turboelica, l'obiettivo è esclusivamente quello di generare potenza disponibile all'asse.

Per questa ragione si utilizzano i motori turboalbero, che sono concettualmente identici ai turboelica, tranne che per il fatto che sostanzialmente tutta la potenza utile prodotta dal generatore di gas è destinata all'albero che muove l'elica ($\lambda \sim 1$) od il generatore di potenza elettrica o altro. Infatti l'elevato rapporto potenza/peso del turboelica/turboalbero lo rende in pratica l'unico sistema propulsivo oggi impiegato per gli elicotteri (tranne che per il caso di piccole potenze, dove è competitivo anche il motore a pistoni).

Domande di verifica

- 8.1 Disegnare lo schema di funzionamento di un turboelica e di un turbofan a flussi separati. L'elica e il fan sono mossi da una turbina separata da quella che muove il compressore. Quali sono le differenze nei due schemi?
- 8.2 Quali sono i principali vantaggi e svantaggi del turboelica rispetto al turbogetto semplice e al turbofan?
- 8.3 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turboelica in volo nel caso ideale.
- 8.4 Disegnare il ciclo nel piano T-s per un turboelica in volo nel caso reale. Si mettano in evidenza anche i punti fittizi (ideali) utili per il calcolo del ciclo.
- 8.5 In un turboelica la spinta si ottiene come la somma di due contributi separati, dovuti a due sistemi propulsivi diversi. Quali sono questi due sistemi?
- 8.6 In un turboelica la potenza utile impiegata per muovere l'elica è di solito maggiore o minore di quella impiegata per accelerare il getto?
- 8.7 Come viene indicato il consumo specifico di un turboelica?
- 8.8 La ripartizione ottima della potenza utile tra elica e getto varia al variare della velocità di volo. Al crescere di V_0 la frazione di potenza utile destinata all'elica (in caso di ripartizione ottima) aumenta o diminuisce? Perché?

- 8.9** Si calcoli nel caso ideale (rendimenti unitari tranne il rendimento propulsivo) il valore della frazione di potenza utile destinata all'elica λ che massimizza la spinta.
- 8.10** Si confronti il valore della spinta ottenuta con un turboelica con quella ottenuta con un turbogetto semplice avente lo stesso generatore di gas. Per il turboelica si consideri per λ il valore ottimo. Per quali valori di V_0 il turboelica fornisce una spinta superiore a quella del turbogetto?
- 8.11** Perché il turboelica non può essere impiegato a velocità di volo elevate? (p.es. alla velocità di volo comune per gran parte degli aerei di linea, corrispondente ad un numero di Mach $M_0 = 0.85$)
- 8.12** Perché è necessario interporre un riduttore tra albero della turbina e albero dell'elica?

Esercizi svolti

8.1 Si calcolino le prestazioni (spinta, rendimenti e consumi specifici) di un turboelica aventi le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 7000$ m
- Velocità di volo $v = 190$ m/s
- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 15$
- Temperatura massima in turbina $T_4 = 1450$ K
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ J/K/kg
- Portata d'aria nel generatore di gas $\dot{m}_a = 27$ kg/s
- Diametro dell'elica $\phi_e = 2$ m
- Frazione di potenza utile destinata all'elica $\lambda = 0.85$
- Ugello convergente
- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = 0.88$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_{mt,el} = 0.98$
- $\eta_b = 0.99$
- $\eta_{pb} = 0.94$
- $\eta_t = \eta_{t,el} = 0.90$
- $\eta_r = 0.97$
- $\eta_n = 0.98$

R.

$$T_a = 242.7 \text{ K}; p_a = 41.1 \text{ kPa}; M = V_0 / \sqrt{\gamma R T_a} = 0.6084$$

$$T_2 = T_a(1 + \delta M^2) = 260.7 \text{ K};$$

$$T_{2'} = T_a + (T_2 - T_a)\eta_d = 260.1 \text{ K}; p_2 = p_a(T_{2'}/T_a)^{\gamma/(\gamma-1)} = 52.4 \text{ kPa}$$

$$p_3 = \beta_c p_2 = 785.9 \text{ kPa}; p_4 = p_3 = 785.9 \text{ kPa};$$

$$T_{3'} = T_2(p_3/p_2)^{(\gamma-1)/\gamma} = 565.1 \text{ K}; T_3 = T_2 + (T_{3'} - T_2)/\eta_c = 606.6 \text{ K};$$

$$f = (c_p T_4 - c_p T_3)/(\eta_b Q_f) = 0.0199$$

$$L_t = L_c \Rightarrow \eta_{mt}(1+f)c_p(T_4 - T_{41}) = c_p(T_3 - T_2)/\eta_{mc} \Rightarrow T_{41} = 1096.8 \text{ K}$$

$$T_{41'} = T_4 - (T_4 - T_{41})/\eta_t = 1057.6 \text{ K}; p_{41} = p_4(T_{41'}/T_4)^{\gamma/(\gamma-1)} = 244.8 \text{ kPa}$$

A questo punto si può calcolare il punto 5 essendo noti i valori di λ e Δh_u

$$\Delta h_u = h_{41} - h_{9''} \text{ e quindi si può calcolare } T_{5'} \text{ da: } \lambda \Delta h_u = c_p(T_{41} - T_5)$$

$$\text{Infatti } T_{9''} = T_{41}(p_{9''}/p_{41})^{(\gamma-1)/\gamma} = T_{41}(p_a/p_{41})^{(\gamma-1)/\gamma} = 658.75 \text{ K}$$

$$T_{5'} = T_{41} - \lambda(T_{41} - T_{9''}) = 724.5 \text{ K}; p_5 = p_{41}(T_{5'}/T_{41})^{\gamma/(\gamma-1)} = 57.3 \text{ kPa}$$

$$T_5 = T_{41} - (T_{41} - T_{5'})\eta_{t,el} = 761.7 \text{ K}; p_9 = p_a = 41.1 \text{ kPa}$$

$$T_{9'} = T_5(p_a/p_5)^{(\gamma-1)/\gamma} = 741.1 \text{ K}; T_9 = T_5 - (T_5 - T_{9'})\eta_n = 692.6 \text{ K};$$

Avendo calcolato i punti del ciclo si possono calcolare le prestazioni:

$$P_{ax,t} = \dot{m}_a(1+f)c_p(T_{41} - T_5)\eta_{mt,el} = 9.085 \text{ MW (potenza asse turbina)}$$

$$P_{ax,el} = \eta_r P_{ax,t} = 8.812 \text{ MW (potenza asse elica)}$$

$$\text{In prima approssimazione } \dot{m}_{a,el} = \rho_a V A_{el} = \pi \rho_a V \phi_e^2/4 = 352.2 \text{ kg/s}$$

$$\text{e ricordando } P_{ax,el} = \dot{m}_{a,el}(u_w^2 - V^2)/2 \text{ si ha } u_w = 293.5 \text{ m/s}$$

In realtà l'approssimazione fatta può portare ad errori anche del 10% su $\dot{m}_{a,el}$ poiché i valori di u e ρ sono diversi da ρ_a e V in corrispondenza dell'elica: l'entità dell'errore dipende dal rapporto $(u_w - V)/V$. Non avendo altra scelta (bisognerebbe altrimenti risolvere un'equazione di terzo grado) prendiamo comunque per valida questa approssimazione. In tal caso:

$$F_{el} = \dot{m}_{a,el}(u_w - V) = 36452 \text{ N}$$

$$F_j = \dot{m}_a[(1+f)u_9 - V] = 5026 \text{ N, essendo } u_9 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_9)} = 368.8 \text{ m/s}$$

$$F = F_{el} + F_j = 41478 \text{ N}$$

Per il turboelica con η_{th} si intende talvolta in prima approssimazione: $\eta_{th} = P_{ax,t}/(\dot{m}_f Q_f) = 0.393$

Se avessimo considerato la potenza fornita al fluido propulsivo P_j :

$$P_j = (1/2)\dot{m}_{a,el}(u_w^2 - V^2) + (1/2)\dot{m}_a[(1+f)u_9^2 - V^2] = 10.198 \text{ MW}$$

il rapporto alla potenza disponibile: $P_{av} = \dot{m}_f Q_f = 23.105 \text{ MW}$

e il valore corretto di η_{th} è: $\eta_{th} = P_j/P_{av} = 0.441$

la potenza propulsiva è: $P_p = FV = 7.881 \text{ MW}$; e quindi $\eta_p = 0.737$

si osserva che $\eta_{p,el} = 2V/(u_w + V) = 0.786$ e $\eta_{p,j} \simeq 2V/(u_9 + V) = 0.680$

Il rendimento globale è $\eta_o = P_p/P_{av} = 0.341$

Infine per i consumi specifici si considerano quelli riferiti:

alla potenza all'asse turbina: $BFSFC = \dot{m}_f/P_{ax,t} = 0.213$ (kg/h)/kW

alla potenza equivalente: $EBSFC = \dot{m}_f/P_{eq} = 0.198$ (kg/h)/kW

essendo $P_{eq} = P_{ax,t} + F_j V = 9.767$ MW

Esercizi proposti

8.2 Si calcolino le prestazioni (spinta, rendimenti e consumi specifici) di un turboelica aventi le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 10000$ m
- Velocità di volo $V_0 = 220$ m/s
- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 14$
- Temperatura massima $T_4 = 1400$ K
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 45$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ (J/K)/kg
- Frazione di potenza utile destinata all'elica $\lambda = 0.8$
- Potenza equivalente $P_{eq} = 6300$ CV
- Ugello convergente
- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_{mt,el} = 0.98$
- $\eta_b = \eta_{pb} = 1.00$
- $\eta_t = \eta_{t,el} = 0.90$
- $\eta_r = 0.93$
- $\eta_{p,el} = 0.87$
- $\eta_n = 0.98$

R. $\dot{m}_a = 12.48$ kg/s; $F = 17562$ N; $BFSFC = 0.2118$ (kg/h)/kW; $EBSFC = 0.1844$ (kg/h)/kW

8.3 Si confrontino le prestazioni ottenute nell'esercizio precedente con quelle ottenibili con un turbogetto avente lo stesso generatore di gas e ugello adattato.

R. $F = 9192$ N; $TSFC = 0.0929$ (kg/h)/N; $\eta_p = 0.38$

8.4 Si calcolino le prestazioni (spinta, rendimenti e consumi specifici) di un turboelica aventi le seguenti caratteristiche:

- Quota di volo $z = 7000$ m
- Velocità di volo $V_0 = 650$ km/h
- Rapporto di compressione del compressore $\beta_c = 10$
- Temperatura massima $T_4 = 1300$ K
- Potere calorifico del combustibile $Q_f = 45$ MJ/kg
- $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ (J/K)/kg
- Frazione di potenza utile destinata all'elica $\lambda = 0.85$
- Potenza equivalente $P_{eq} = 5000$ kW
- Diametro dell'elica $\phi_e = 2$ m
- Ugello convergente
- $\eta_d = 0.97$
- $\eta_c = 0.85$
- $\eta_{mc} = \eta_{mt} = \eta_{mt,el} = 0.98$
- $\eta_b = \eta_{pb} = 1.00$
- $\eta_t = \eta_{t,el} = 0.90$
- $\eta_r = 0.97$
- $\eta_n = 0.98$

R. $\dot{m}_a = 16.58$ kg, /s; $F = 23370$ N; $BSFC = 0.229$ (kg/h)/kW; $EBSFC = 0.208$ (kg/h)/kW; $\eta_{p,el} = 0.853$; $\eta_{th} = 0.389$; $\eta_p = 0.835$; $\eta_o = 0.325$.

8.5 Si confrontino le prestazioni ottenute nell'esercizio precedente con quelle ottenibili con un turbogetto avente lo stesso generatore di gas e ugello adattato.

R. $F = 11142$ N; $TSFC = 0.0933$ (kg/h)/N; $\eta_p = 0.356$; $\eta_{th} = 0.435$; $\eta_o = 0.155$.

Capitolo 9

Statoreattore

Nello studio del turbogetto semplice in volo si è visto che parte della compressione del flusso si ottiene già a monte del compressore attraverso il rallentamento nella presa dinamica. In condizioni di volo ad alta velocità è quindi possibile sfruttare tale aumento di pressione, senza introdurre un compressore, per poter espandere il flusso successivamente alla adduzione di calore. Si ottiene così il più semplice degli esoreattori, lo statoreattore o autoreattore (*ramjet*) in cui la compressione avviene solo nella presa dinamica e l'espansione solo nell'ugello. Rispetto ad un turbogetto, sono quindi assenti compressore e turbina. Si possono così riassumere le principali proprietà di uno statoreattore, rappresentato schematicamente in Fig. 9.1:

- è concettualmente il più semplice propulsore a getto;
- riveste una notevole importanza la presa dinamica: comprime e rallenta il getto fino a raggiungere velocità basse ($M < 0.3$);
- per $M < 2$ è poco efficiente perché fornisce un basso rapporto di compressione;
- per $M \gtrsim 6$ si ha $T_3 \sim T_4$: in queste condizioni non si può più fornire calore;
- non fornisce spinta a punto fisso (perché non c'è compressione);
- consente un maggior rapporto spinta/peso rispetto ad un turbogetto (non ci sono le pesanti turbomacchine);
- consente un maggior rapporto spinta/area frontale del propulsore rispetto ad un turbogetto (non c'è l'ingombro frontale del compressore, del fan o dell'elica);
- consente una più alta temperatura di fine combustione ammissibile (T_4) in quanto non essendoci la turbina (come nel postcombustore) le strutture a valle del combustore non sono sollecitate dalla rotazione e possono quindi sopportare temperature maggiori;
- garantisce una maggiore affidabilità, grazie al minor numero, ed alla maggiore semplicità dei componenti presenti (non ci sono turbomacchine);
- è quindi in sostanza caratterizzato da un minor rapporto costo/spinta;

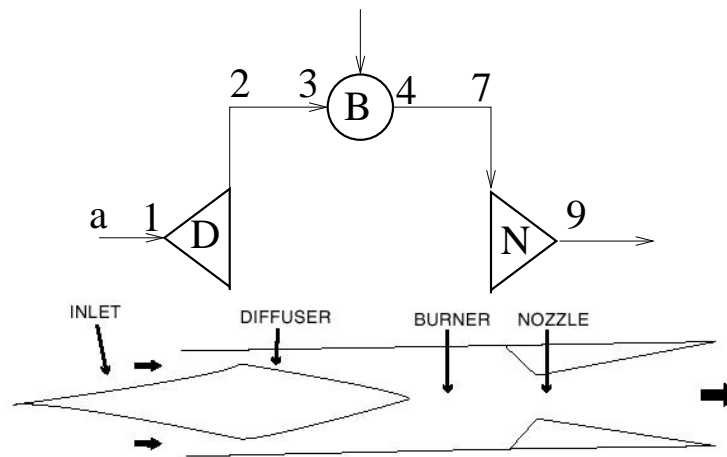


Figura 9.1: Rappresentazione schematica (in alto) e sezione (in basso) di uno statoreattore.

- è stato finora applicato solo per impiego militare, dove risulta interessante grazie alle elevate velocità di volo raggiungibili, ed al basso costo; l'accelerazione fino ad una conveniente velocità è assicurata da endoreattori.

Si noti che in Fig. 9.1 la presa dinamica mostra una prima parte convergente (perché il flusso è supersonico all'ingresso della presa), seguita da una sezione divergente subsonica.

Lo studio del ciclo termodinamico dello statoreattore è particolarmente semplice e può anche essere visto come quello di un turbogetto semplice con $\beta_c = 1$ (Fig. 9.2). Grazie alla sua semplicità, dall'analisi del ciclo si possono ricavare relazioni che permettono di fare interessanti considerazioni sul comportamento dello statoreattore. Per discutere tale comportamento si analizza prima il ciclo ideale, e successivamente quello reale. L'evoluzione è riportata nel caso più generale in Fig. 9.2, dove si ricorda che nelle stazioni 2 e 4 le grandezze totali sostanzialmente coincidono con quelle statiche, grazie al corrispondente basso numero di Mach del flusso.

9.1 Ciclo ideale

Analizzando il ciclo ideale, si osserva innanzitutto che esso è un ciclo a pressione *totale* costante ($p_2 \simeq p_{02} = p_{0a}$; $p_4 = p_2$; $p_4 \simeq p_{04} = p_{09}$), poiché la pressione varia soltanto per compressione o espansione *isentropica*. La temperatura all'uscita della presa d'aria è (per la bassa velocità del flusso):

$$T_2 \simeq T_{02} = T_{0a} = T_a \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right) \quad (9.1)$$

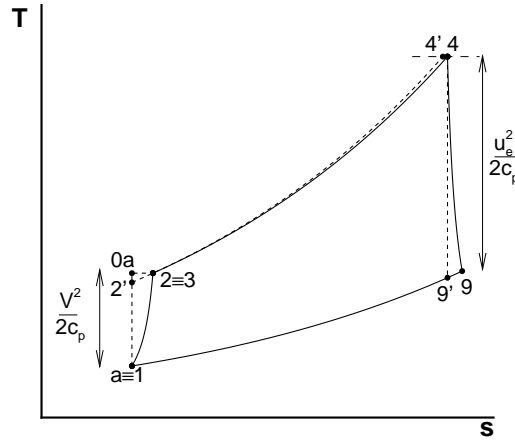


Figura 9.2: Evoluzione del flusso in uno statoreattore nel piano $T - s$.

Si può introdurre un rapporto di compressione β_d che caratterizza la presa dinamica (d indica quindi la presa dinamica o diffusore):

$$\beta_d = \frac{p_2}{p_a} \simeq \frac{p_{02}}{p_a} = \frac{p_{0a}}{p_a} = \left(\frac{T_{0a}}{T_a} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (9.2)$$

da cui $p_2 = \beta_d p_a$. Ovviamente le condizioni nella stazione 3 d'ingresso del combustore coincidono con quelle della stazione 2. Il rapporto in massa combustibile/aria f può essere calcolato come nel caso dei turbogetti, attraverso il bilancio entalpico nel combustore. Nell'ipotesi di combustione subsonica a bassi Mach ($h \approx h_0$) ed $f \ll 1$, si ottiene:

$$f = \frac{c_p (T_4 - T_3)}{Q_f} = \frac{c_p \left[T_4 - T_a \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right) \right]}{Q_f} \quad (9.3)$$

La temperatura T_4 risulta, nel caso dello statoreattore, fissata o dalla massima temperatura raggiungibile dalla combustione del combustibile in aria, oppure, nel caso che quest'ultima temperatura risultasse troppo alta per le pareti della camera di combustione o dell'ugello, dalla massima temperatura sopportabile da questi organi (sarà comunque più elevata di quella accettabile in una turbina). Sempre nell'ipotesi di ciclo ideale, si ha $p_4 = p_3$. Infine, all'uscita dell'ugello (le cui condizioni d'ingresso, stazione 7, coincidono con quelle della stazione 4 d'uscita della camera di combustione), si ha, sotto l'ipotesi che esso sia adattato ($p_9 = p_a$)

$$T_9 = T_4 \left(\frac{p_9}{p_4} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_4 \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \frac{T_4}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad (9.4)$$

Poiché, come detto, il ciclo è a pressione totale costante, sar`a $p_{02} = p_{09}$, ossia

$$p_a \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = p_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (9.5)$$

e se l'ugello è adattato ($p_9 = p_a$) si ha l'interessante risultato

$$M_e = M_0 \quad (9.6)$$

Si noti tuttavia che risulta comunque $u_e > V_0$ perché la temperatura del flusso in uscita dall'ugello è certamente più alta della temperatura ambiente, per cui la velocità del suono è anch'essa più alta.

Ricordando i risultati ottenuti per il ciclo turbogas, il rendimento termodinamico del ciclo ideale di uno statoreattore si scrive:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{1}{\beta_d^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 1 - \frac{T_a}{T_{0a}} = \frac{\frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2} \quad (9.7)$$

ed è quindi funzione soltanto del numero di Mach di volo M_0 , ed in particolare una funzione crescente. L'andamento di η_{th} in funzione di M è riportato in Fig. 9.3. Le relazioni ottenute per il rendimento

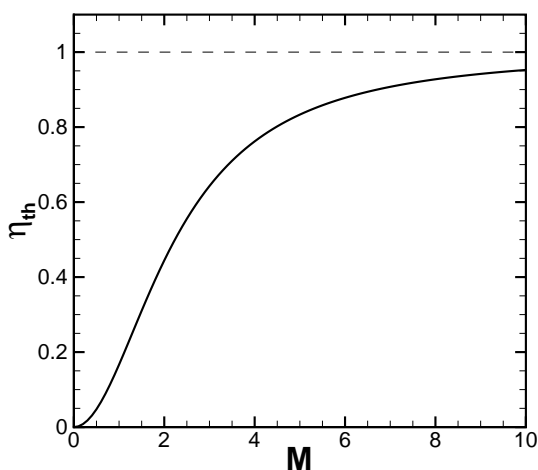


Figura 9.3: Rendimento termodinamico di uno statoreattore ideale.

termodinamico e per la temperatura all'ingresso in camera di combustione permettono di evidenziare i limiti di funzionamento dello statoreattore:

- per M_0 bassi $\eta_{th} \rightarrow 0$, quindi la spinta tende ad annullarsi, e comunque si ha efficienza bassa;
- per M_0 alti $\eta_{th} \rightarrow 1$, ma la T_3 aumenta:
 - al crescere di M_0 cresce anche T_3 fino a raggiungere valori molto elevati. Per esempio a $M_0 = 8$ e in atmosfera a $T_a = 225$ K si ha $T_{0a} \simeq 2500$ K.
 - a tali elevati valori della temperatura T_3 la dissociazione dei prodotti di combustione (vedi successivo cap. 10) diventa importante. Aggiungere combustibile avrà principalmente il risultato di dissociare ulteriormente i prodotti piuttosto che aumentare la temperatura. Ci`o non toglie che nell'espansione nell'ugello l'energia spesa per la dissociazione possa essere parzialmente recuperata, ma in genere la frazione recuperata è piccola a causa dei bassi tempi di residenza nell'ugello (nella parte – a temperatura relativamente bassa ma a velocità del flusso elevata – in cui la ricombinazione dovrebbe avvenire).

- si può ridurre T_3 aumentando M_3 , questo tuttavia porta a maggiori perdite di pressione nel combustore, e rende meno stabile la combustione.

Il rendimento propulsivo sarà ancora dato dall'espressione valida per il turbogetto

$$\eta_p = \frac{2\nu}{1 + \nu} \quad (9.8)$$

dove $\nu = V_0/u_e$ può essere espresso, ricordando la (9.6), come

$$\nu = \frac{M_0 a_a}{M_e a_e} = \frac{a_a}{a_e} = \sqrt{\frac{\gamma R T_a}{\gamma R T_9}} = \sqrt{\frac{T_a}{T_9}} = \sqrt{\frac{T_a}{T_4} \frac{T_4}{T_9}} \quad (9.9)$$

dove $T_4/T_a = \tau$ (rapporto tra temperatura massima e minima del ciclo), mentre T_4/T_9 può essere espresso dalla (9.4), per cui infine

$$\nu = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}{\tau}} \quad (9.10)$$

Il rendimento globale ovviamente è dato dal prodotto delle (9.7) e (9.8). La spinta, nell'ipotesi di ugello adattato, si può scrivere come:

$$F = \dot{m}_a [(1 + f)u_e - V_0] = \dot{m}_a V_0 \left[(1 + f) \frac{u_e}{V_0} - 1 \right] = \dot{m}_a V_0 \left[(1 + f) \sqrt{\frac{\tau}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}} - 1 \right] \quad (9.11)$$

e sotto l'approssimazione $f \ll 1$

$$F \simeq \dot{m}_a V_0 \left[\sqrt{\frac{\tau}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}} - 1 \right] \quad (9.12)$$

La spinta specifica (o impulso specifico relativo alla portata d'aria) risulta perciò

$$I_a = \frac{F}{\dot{m}_a} = V_0 \left[(1 + f) \sqrt{\frac{\tau}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}} - 1 \right] \simeq V_0 \left[\sqrt{\frac{\tau}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}} - 1 \right] \quad (9.13)$$

Analizzando il comportamento della (9.13), si osserva (Fig. 9.4a) che I_a ha un massimo al variare di M_0 che si sposta verso valori più elevati di M al crescere di T_4 (quindi di τ). La (9.13) mostra infatti due zeri, uno per $M_0 = 0$ (ossia $V_0 = 0$), l'altro per valori di M_0 crescenti con $\tau = T_4/T_a$, ossia $M_0 = \sqrt{(\tau - 1)/\delta}$. Il campo di funzionamento dello statoreattore si estende quindi a M_0 più elevati al crescere di T_4 . Dalla (9.13) è anche evidente la crescita di I_a con T_4 a parità di altre condizioni. L'analisi effettuata è particolarmente semplice se $f \ll 1$, - ma in realtà bisogna considerare che $f = f(M_0, T_4/T_a)$, come si può vedere dalla (9.11). La Fig. 9.4b mostra che f diminuisce con M_0 e aumenta

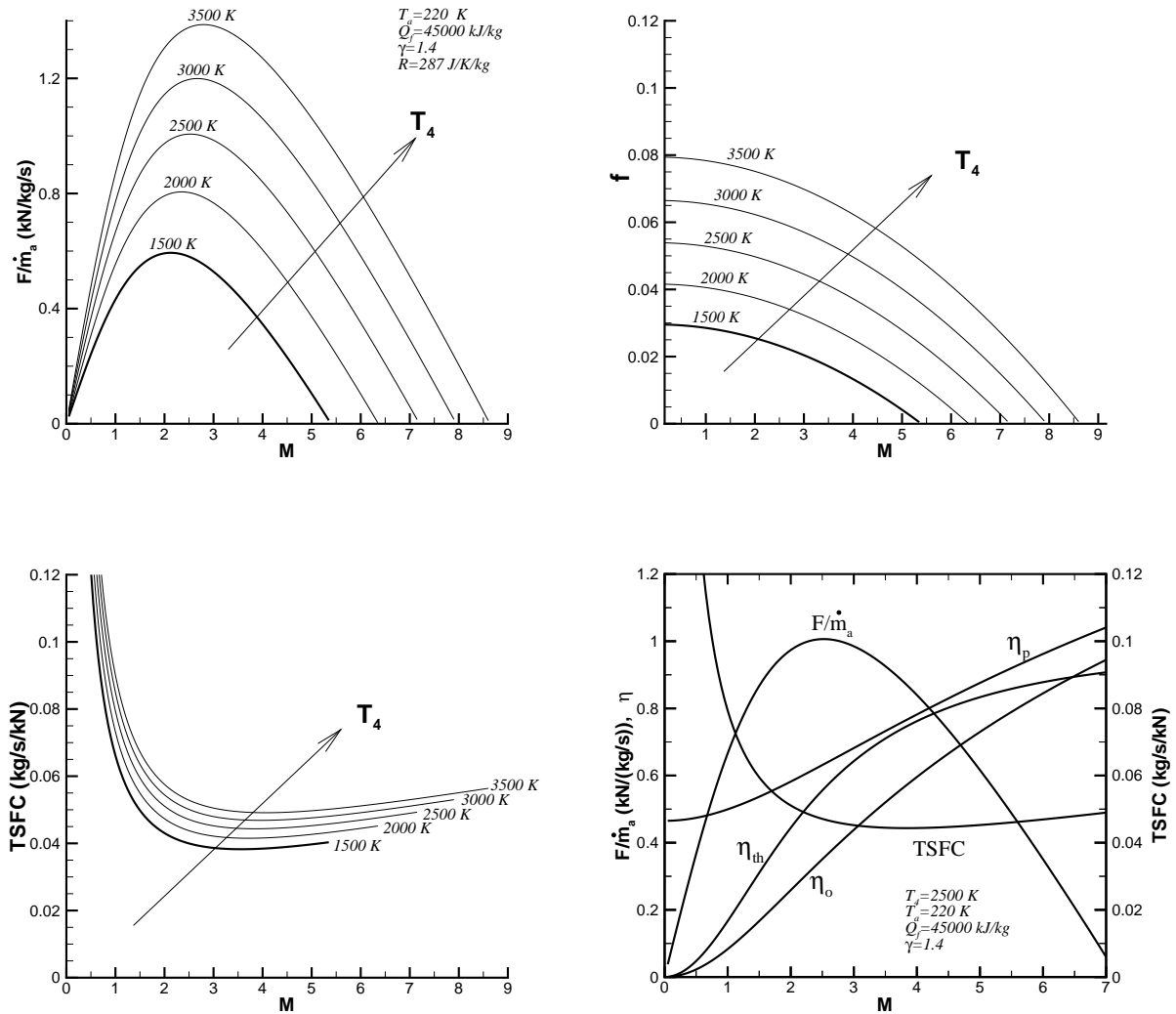


Figura 9.4: Prestazioni di uno statoreattore ideale in funzione del numero di Mach di volo (a, b, c, d) e della temperatura massima del ciclo (a, b, c).

con T_4 . Il comportamento del consumo specifico può essere facilmente dedotto da quello di f e di I_a , ricordando che, come nel turbogetto

$$TSFC = \frac{\dot{m}_f}{F} = \frac{f \dot{m}_a}{F} = \frac{f}{I_a} \quad (9.14)$$

La Fig. 9.4c mostra che $TSFC$ si mantiene quasi costante per M_0 elevati con un minimo per M_0 poco più alto di quello corrispondente al massimo di I_a e che invece $TSFC$ cresce con T_4 . La Fig. 9.4d riassume l'andamento di tutte le grandezze di interesse al variare del numero di Mach di volo M_0 (a τ fissato). Nell'analisi dei grafici di Fig. 9.4 si ricorda che ogni punto dei grafici è una diversa condizione di progetto, ma nel caso dello statoreattore può essere interpretato anche come comportamento fuori progetto (avendo supposto presa d'aria sempre ideale, combustione sempre ideale e ugello sempre ideale e adattato).

9.2 Ciclo reale

L'analisi delle prestazioni svolta per il ciclo ideale mostra le principali caratteristiche dello statoreattore, tuttavia gli statoreattori reali hanno prestazioni inferiori a causa delle perdite di pressione totale in presa dinamica, combustore e ugello (non vengono considerate qui nel ciclo reale le perdite dovute alla dissociazione dei prodotti e le variazioni di c_p con temperatura e composizione); bisogna inoltre considerare che l'ugello non sempre è adattato. Infatti, perché l'ugello sia adattato il getto deve essere supersonico (ugello convergente-divergente con una sola condizione di adattamento). Si può infatti vedere che, nel caso ideale, fissato il rapporto di espansione dell'ugello (rapporto tra l'area della sezione di uscita e l'area di gola dell'ugello) il numero di Mach M_e del flusso in uscita (per flusso isentropico) è individuato dalla relazione

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]} \quad (9.15)$$

per cui può sussistere una sola condizione di adattamento, che si verifica quando il numero di Mach di volo M_0 risulta uguale alla M_e data dalla (9.15).

Se quindi si considera un ugello supersonico anche per il caso reale, caratterizzato dai valori sulla sezione di uscita p_e e M_e , la spinta si può esprimere come:

$$F = \dot{m}_a [(1+f)u_e - V] + (p_e - p_a)A_e \quad (9.16)$$

dove, valendo ancora la (9.4) per T_9 (flusso adiabatico), si ha

$$u_e = M_e \sqrt{\gamma R T_4 / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right)} \quad (9.17)$$

e la velocità di efflusso u_e dipende quindi solo dalla temperatura massima (T_4) e dall'ugello (che, come detto, si suppone saturato, indi con M_e noto dall'inversione della (9.15) – soluzione supersonica). In f appare la dipendenza da M_0 (in quanto la combustione inizia alla temperatura d'uscita della presa d'aria, praticamente coincidente con la temperatura totale di volo) e dal rendimento η_b del processo di combustione, che porta a rivalutare f come

$$f = \frac{c_p \left[T_4 - T_a \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right) \right]}{\eta_b Q_f} \quad (9.18)$$

Le perdite di pressione totale appaiono invece nella (9.16) nel termine p_e :

$$p_e = \frac{p_e}{p_{0,e}} \cdot \frac{p_{0,e}}{p_4} \cdot \frac{p_4}{p_3} \cdot \frac{p_3}{p_{0,a}} \cdot \frac{p_{0,a}}{p_a} \cdot p_a = \left[\frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 \right)} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \varepsilon_n \eta_{pb} \varepsilon_d p_a \quad (9.19)$$

Nella formula sopra si è indicato con ϵ_n il rapporto tra la pressione totale a valle e a monte dell'ugello (ovviamente unitario nel caso ideale di flusso isentropico). Questo pu' essere espresso, fissata la pressione d'uscita p_9 , come

$$\epsilon_n = \frac{p_{09}}{p_{04}} \simeq \frac{p_{09}}{p_4} = \frac{p_9 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{p_4} \quad (9.20)$$

Il numero di Mach di uscita $M_e = u_9/\sqrt{\gamma RT_9}$ è più basso che nel caso di espansione ideale, in quanto $u_9 < u'_9$ e $T_9 > T'_9$, per cui risulta $\epsilon_n < 1$. Una dimostrazione alternativa si basa sulla entropia, espressa come $s = c_p \log(T/p^{(\gamma-1)/\gamma}) + \text{cost} = c_p \log(T_0/p_0^{(\gamma-1)/\gamma}) + \text{cost}$ in base alla (2.4); poiché nell'ugello il flusso è adiabatico ($T_0 = \text{cost}$), l'incremento di entropia che si ha in un ugello reale corrisponde ad una diminuzione di p_0 .

Volendo considerare le condizioni di progetto, in cui l'ugello si suppone adattato, deve essere $p_e = p_a$ e quindi:

$$\left[\frac{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \right] (\epsilon_n \eta_{pb} \epsilon_d) = 1 \Rightarrow \quad (9.21)$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2\right) (\epsilon_n \eta_{pb} \epsilon_d)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow M_e < M_0 \quad (9.22)$$

Esempio: per avere un getto che espanda fino alla pressione ambiente bisogna avere $M_0 \gtrsim 0.8$ nel caso in cui $\epsilon_d = 0.7$, $\eta_{pb} = 0.95$ e $\epsilon_n = 0.98$ (per superare le perdite di pressione totale nel motore). Con questi valori di rendimenti quindi non si pu' avere spinta per $M_0 \lesssim 0.8$ (infatti dalla relazione scritta sopra si ricava, per questi valori dei rendimenti, che $M_e = \sqrt{0.885 M_0^2 - 0.575}$ il cui radicando è positivo solo se $M_0 > 0.806$).

9.2.1 Confronto Ciclo Reale - Ciclo Ideale

Per analizzare le differenze rispetto al caso ideale dovute alle perdite che appaiono nel ciclo reale, si richiama il parametro $\tau = T_4/T_a$ (rapporto tra la temperatura massima del ciclo e quella ambiente) e si considera il caso di ugello adattato.

$$f = \begin{cases} \frac{\tau - (1 + \delta M_0^2)}{Q_f/(c_p T_a)} & \text{ideale} \\ \frac{\tau - (1 + \delta M_0^2)}{\eta_b Q_f/(c_p T_a)} & \text{reale} \end{cases} \quad (9.23)$$

$$I_a = \begin{cases} M_0 \sqrt{\gamma RT_a} \left[(1 + f) \sqrt{\frac{\tau}{1 + \delta M_0^2}} - 1 \right] & \text{ideale} \\ M_0 \sqrt{\gamma RT_a} \left[(1 + f) \frac{M_e}{M_0} \sqrt{\frac{\tau}{1 + \delta M_e^2}} - 1 \right] & \text{reale} \end{cases} \quad (9.24)$$

A parità di M_0 il valore di f è più elevato nel caso reale, in cui però la spinta è minore (domina la riduzione dovuta a M_e/M_0). Quindi la spinta specifica è inferiore e i consumi sono più elevati, come mostrato in Fig. 9.5. L'aumento di TSFC ad M_0 elevati nel caso reale è dovuta al fatto che mentre nel

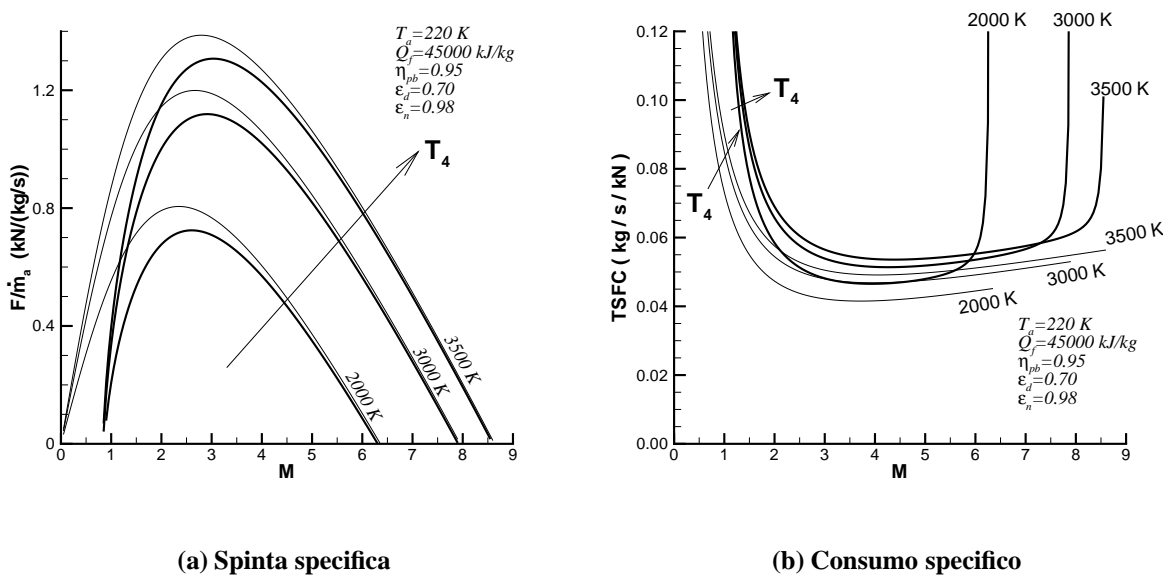


Figura 9.5: Prestazioni di uno statoreattore reale al variare del Mach di volo e della temperatura massima del ciclo.

caso ideale f e F si annullano per lo stesso valore di M_0 , nel caso reale F si annulla per valori più bassi di M_0 rispetto a f .

Campo di Impiego Il campo di impiego dello statoreattore è, come si è già accennato, limitato dalla massima temperatura che può essere raggiunta in camera di combustione. Il numero di Mach di volo in corrispondenza del quale si raggiunge questa temperatura dipenderà però dalla temperatura atmosferica, e quindi il valore massimo di M_0 ammissibile cresce nella troposfera, dove la temperatura ambiente diminuisce con la quota (Fig. 9.6). In figura è stato considerato come limite di temperatura di inizio combustione (troppo alta) quello di $T_3 > 1000 \text{ K}$, al di sopra della quale in effetti si può fornire poca energia al fluido. Esiste inoltre un altro limite da considerare, che è quello della pressione minima necessaria in camera di combustione (limite del campo a sinistra in Fig. 9.6). Se $p < p_{min}$ la pressione in camera è troppo bassa per avere una combustione efficiente, vedi anche cap. 10. La pressione ovviamente diminuisce con la quota z .

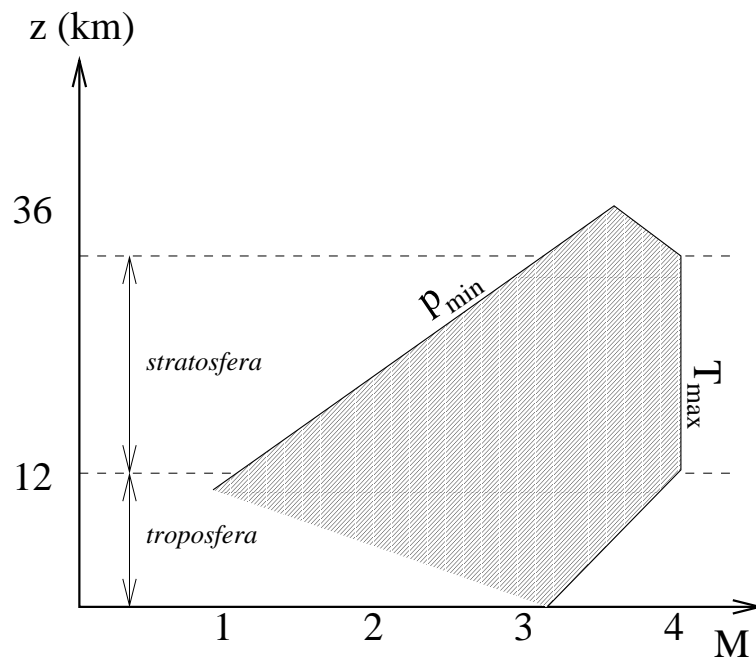


Figura 9.6: Limiti di impiego dello statoreattore a combustione subsonica.

9.3 Statoreattore a combustione supersonica (Scramjet)

Lo statoreattore a combustione supersonica è un tipo di propulsore oggi allo studio per permettere il funzionamento dello statoreattore a velocità di volo molto elevate ($M_0 > 4 - 5$). Il problema è che, nel caso in cui le condizioni del flusso in camera di combustione sono prossime a quelle di ristagno, ad M_0 elevati la sola compressione porta a T molto elevate e quindi non si può cedere calore al flusso. Una maniera per aggirare questo problema è quella ideata per lo scramjet (*supersonic combustion ramjet*) e cioè quella di rallentare solo parzialmente il flusso che entra nella presa dinamica. In tal caso però il flusso resta sempre supersonico, e quindi anche la combustione dovrà aver luogo in un flusso supersonico. Il problema ancora da risolvere per realizzare lo statoreattore a combustione supersonica è proprio quello di ottenere combustione completa, stabile, e con limitate perdite di pressione totale, in un flusso supersonico.

Domande di verifica

- 9.1 Quali sono le principali differenze tra uno statoreattore e un turbogetto semplice?
- 9.2 Disegnare lo schema di funzionamento di uno statoreattore.
- 9.3 Disegnare il ciclo nel piano T-s per uno statoreattore in volo nel caso ideale.
- 9.4 Disegnare il ciclo nel piano T-s per uno statoreattore in volo nel caso reale. Si mettano in evidenza anche i punti fittizi (ideali) utili per il calcolo del ciclo.
- 9.5 Come varia la pressione totale in uno statoreattore ideale?
- 9.6 Qual'è la principale limitazione dello statoreattore come unico sistema propulsivo di un aeromobile?

- 9.7 La temperatura all'uscita del combustore è più alta in uno statoreattore o in un turbogetto semplice? Perché?
- 9.8 Si consideri uno statoreattore ideale in volo supersonico. Per ottenere un ugello adattato bisognerà considerare una geometria convergente o convergente-divergente? Perché?
- 9.9 Ha senso considerare un postcombustore in uno statoreattore?
- 9.10 Si esprima la relazione tra rendimento termodinamico e numero di Mach di volo per uno statoreattore ideale.
- 9.11 Qual'è il campo di velocità di volo in cui l'impiego degli statoreattori è più interessante?
- 9.12 Ci sono limiti alla velocità di volo alla quale può funzionare uno statoreattore?
- 9.13 Si ricavi l'espressione della spinta di uno statoreattore ideale in funzione di M , T_4 e T_a nel caso di $f \ll 1$.
- 9.14 Perché il campo di maggior interesse per gli statoreattori è quello relativo a numeri di Mach superiori a quello che dà la massima spinta specifica?
- 9.15 Come varia $TSFC$ in funzione di M ? e di T_4 ? Ci si riferisca al ciclo ideale.
- 9.16 Si consideri il funzionamento adattato di uno statoreattore reale, nelle condizioni di progetto, relative ad un assegnato Mach di volo largamente supersonico (p.es. $M = 3$). La sezione di efflusso necessaria all'adattamento sarà maggiore nel caso reale o in quello ideale?
- 9.17 Cosa si intende per Scramjet?
- 9.18 Qual'è l'interesse per lo studio della combustione supersonica?
- 9.19 Quali sono i cinque principali componenti di un propulsore basato sul ciclo di turbina a gas? Quali mancano nello statoreattore?

Esercizi svolti

- 9.1 Si determini il ciclo termodinamico ideale e si calcolino le prestazioni di uno statoreattore che opera nelle seguenti condizioni:
- Quota di volo $z = 15000$ m;
 - Numero di Mach $M = 2$;
 - Temperatura massima del ciclo $T_4 = 1800$ K;
 - Potere calorifico del combustibile $Q_f = 43.5$ MJ/kg
 - $\gamma = 1.4$, $c_p = 1004.5$ (J/K)/kg
 - Ugello adattato.

Successivamente si determini il ciclo termodinamico reale e le relative prestazioni adottando per la presa dinamica un rapporto delle pressioni totali (efficienza) $\varepsilon_d = 0.8$ e per gli altri componenti i consueti valori.

R.

Alla quota di 15000 m le tabelle indicano che $p_a = 12.12$ kPa e $T_a = 216.65$ K. Di conseguenza $a_a = \sqrt{\gamma RT_a} = 295.07$ m/s e $V = 590.08$ m/s.

$$T_2 = T_a(1 + \delta M^2) = 390.0 \text{ K}; p_2 = p_a(T_2/T_a)^{\gamma/(\gamma-1)} = 94.83 \text{ kPa}$$

Dal bilancio entalpico nel combustore ($3 \equiv 2$):

$$f = (c_p T_4 - c_p T_3)/Q_f = 0.0328; p_4 = p_3 = 94.83 \text{ kPa}; T_4 = 1800 \text{ K}$$

Ugello adattato ($5 \equiv 4$):

$$p_9 = p_a = 12 \text{ kPa}; T_9 = T_4(p_9/p_4)^{(\gamma-1)/\gamma} = 1000 \text{ K}$$

Prestazioni (nota che nel ciclo ideale ugello adattato e c_p, γ costanti $\Rightarrow M_e = M_0$):

$$- \text{velocità di efflusso: } u_e = \sqrt{c_{p_g}(T_4 - T_9)} = 1267.75 \text{ m/s}$$

$$- \text{Mach di efflusso: } M_e = u_e/\sqrt{\gamma RT_9} = 2.0$$

$$- \text{rendimento termodinamico: } \eta_{th} = \frac{\alpha(u_e^2 - V^2)}{2Q_f} = 0.426 \text{ (formula esatta } \eta_{th} = 0.443)$$

$$- \text{rendimento propulsivo: } \eta_p = 2V/(u_e + V) = 0.635 \text{ (formula esatta } \eta_p = 0.647)$$

$$- \text{rendimento globale: } \eta_o = \eta_{th}\eta_p = 0.270 \text{ (formula esatta } \eta_o = 0.286)$$

$$- \text{spinta specifica: } I_a = (1 + f)u_e - V = 719.24 \text{ m/s}$$

$$- \text{consumo specifico: } TSFC = f/I_a = 0.164 \text{ (kg/h)/N}$$

Caso Reale

La temperatura totale nel diffusore è la stessa, mentre la pressione totale nel punto 3 sarà ridotta a causa delle perdite di pressione totale:

$$p_2 = \varepsilon_d p_a (T_2/T_a)^{\gamma/(\gamma-1)} = 75.87 \text{ kPa}$$

Essendo uguali al caso ideale T_3 e T_4 ed essendo $\eta_b = 1$, f è invariato, $f = 0.0328$

Considerando $\eta_n = 0.98$ e $p_4 = p_3$ (cioè $\eta_{pb} = 1$) si ha:

$$T_9 = T_4 \{1 - \eta_n [1 - (p_9/p_4)^{(\gamma-1)/\gamma}]\} = 1080.5 \text{ K}$$

Prestazioni:

$$- \text{velocità di efflusso: } u_e = \sqrt{c_{p_g}(T_4 - T_9)} = 1202.27 \text{ m/s}$$

$$- \text{Mach di efflusso: } M_e = u_e/\sqrt{\gamma_g R_g T_9} = 1.82$$

$$- \text{rendimento termodinamico: } \eta_{th} = \frac{\alpha(u_e^2 - V^2)}{2Q_f} = 0.372 \text{ (formula esatta } \eta_{th} = 0.386)$$

$$- \text{rendimento propulsivo: } \eta_p = 2V/(u_e + V) = 0.658 \text{ (formula esatta } \eta_p = 0.672)$$

$$- \text{rendimento globale: } \eta_o = \eta_{th}\eta_p = 0.245 \text{ (formula esatta } \eta_o = 0.259)$$

- spinta specifica: $I_a = (1 + f)u_e - V = 681.6 \text{ m/s}$
- consumo specifico: $TSFC = f/I_a = 0.181 \text{ (kg/h)/N}$

Esercizi proposti

9.2 Calcolare la spinta specifica e il consumo specifico di uno statoreattore in volo a 15000 m in tre casi: nel primo la velocità di volo è di 590.1 m/s, nel secondo di 885.1 m/s e nel terzo di 1180.2 m/s. Si considerino componenti ideali e ugello supersonico a geometria fissa con $M_e = 2$. La temperatura massima, a fine combustione, è $T_4 = 1800 \text{ K}$ e il combustibile è un idrocarburo $Q_f = 45 \text{ MJ/kg}$. Si consideri inoltre il gas a proprietà costanti e pari a quelle dell'aria.

R.

$$\text{Nota che } \frac{F}{\dot{m}_a} = u_e(1 + f) \left[1 + \frac{1}{\gamma M_e^2} \left(1 - \frac{p_a}{p_e} \right) \right] - V_0$$

$$\begin{aligned} F/\dot{m}_a &= 720.1 \text{ m/s} & TSFC &= 0.1640 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \\ F/\dot{m}_a &= 609.5 \text{ m/s} & TSFC &= 0.1642 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \\ F/\dot{m}_a &= 334.8 \text{ m/s} & TSFC &= 0.2237 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \end{aligned}$$

9.3 Nel problema precedente sono stati considerati componenti ideali. Come variano le prestazioni nel caso di presa dinamica ad urto normale? Si consideri in tale ipotesi che $\varepsilon_d = 0.72; 0.33; 0.14$ rispettivamente nei tre casi.

R.

$$\begin{aligned} F/\dot{m}_a &= 629.2 \text{ m/s} & TSFC &= 0.1877 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \\ F/\dot{m}_a &= 501.7 \text{ m/s} & TSFC &= 0.1995 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \\ F/\dot{m}_a &= 261.8 \text{ m/s} & TSFC &= 0.2860 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1} \end{aligned}$$

9.4 Uno statoreattore ha componenti caratterizzati dalle seguenti perdite di pressione totale: presa dinamica 22%, combustore 7% e ugello 1%. Calcolare il valore minimo del Mach di volo perché ci sia efflusso in un ugello adattato, e, sempre nell'ipotesi di ugello adattato con $T_4 = 1800 \text{ K}$ e $z = 15000 \text{ m}$, il valore minimo del Mach di volo perché il propulsore fornisca una spinta (si consideri $f \ll 1$).

$$\text{R. } M_{min,effl} = 0.705; M_{min,spinta} = 0.757$$

9.5 Si confrontino¹ le prestazioni di uno statoreattore in volo a $M = 4$ a $z = 46000 \text{ ft}$ ottenute in un caso usando come combustibile un idrocarburo con $Q_f = 19436 \text{ BTU/lb}$ e nell'altro usando come combustibile l'idrogeno ($Q_f = 51590 \text{ BTU/lb}$). In entrambi i casi si considerino c_p e γ costanti e pari a quelli dell'aria, ugello adattato, temperatura massima del ciclo $T_4 = 3420^\circ\text{R}$, e i seguenti rendimenti: $\varepsilon_d = 0.7$, $\eta_{pb} = 0.97$, $\eta_n = 0.98$.

$$\text{R. } I_{a,HC} = 515.2 \text{ m/s}; I_{a,H_2} = 490.9 \text{ m/s}; TSFC_{HC} = 0.161 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1}; TSFC_{H_2} = 0.062 \text{ kgh}^{-1}\text{N}^{-1}$$

¹In questo esercizio i dati vengono forniti nelle unità di misura del sistema inglese, ancora molto comuni in questo settore. Per risolvere l'esercizio si ricordi che le relazioni di equivalenza sono: per la British Thermal Unit (BTU) $1 \text{ BTU} = 1055.1 \text{ J}$; per il piede (foot, ft) $1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$; per la libbra (pound, lb) $1 \text{ lb} = 0.4536 \text{ kg}$; per i gradi Rankine (Fahrenheit assoluti $^\circ\text{R}$) $1^\circ\text{R} = 1.8 \text{ K}$.

Capitolo 10

Camera di combustione

Nell'analisi fin qui svolta dei propulsori, i componenti sono stati trattati come *scatole nere*, ponendo attenzione cioè solamente alle condizioni di *ingresso* ed *uscita*, senza entrare nel merito dei meccanismi, interni al componente, che modificano lo stato termodinamico del fluido evolvente. Ove necessario sono stati introdotti appropriati *rendimenti* dei componenti per correlare il loro comportamento *reale* con quello *ideale*, quest'ultimo facilmente calcolabile. Una valutazione più attendibile delle prestazioni dei singoli componenti richiede invece di affrontare l'analisi dettagliata dei componenti stessi, che include quindi necessariamente lo studio dei processi che avvengono al loro interno. In questo capitolo, e nei prossimi, sono presi in esame i cinque principali componenti dei motori a getto: presa dinamica, compressore, camera di combustione, turbina, ed ugello.

In questo capitolo si affrontano innanzitutto i principi generali della combustione, che valgono indifferentemente per tutti i propulsori che sfruttano energia chimica, siano essi esoreattori, endoreattori, o motori a pistoncini. Successivamente sono descritte le configurazioni adottate nei combustori aeronautici basati sul ciclo Brayton, che presentano caratteristiche comuni, sia che si tratti del combustore principale o del postcombustore di turbogetti, turbofan, turboelica, statorattori (a combustione subsonica), mentre i combustori degli statorattori a combustione supersonica presentano problemi specifici (che non sono trattati in queste note). Le camere di combustione degli endoreattori saranno trattate più dettagliatamente in seguito.

10.1 Principi generali della combustione

In tutti i propulsori che sfruttano una sorgente di energia di tipo chimico, la potenza disponibile, che successivamente viene trasformata in potenza utile dalle turbine e dall'accelerazione del getto nell'ugello, è generata da reazioni chimiche esotermiche. Si è visto che le prestazioni del propulsore dipendono direttamente dalla temperatura all'uscita dalla camera di combustione, nonché dalla composizione del fluido propulsivo che in essa viene generato (per l'effetto su γ e \mathcal{M} , o equivalentemente su c_p , essendo $c_p = \gamma R / (\gamma - 1) = \gamma (\mathcal{R} / \mathcal{M}) / (\gamma - 1)$, dove \mathcal{R} indica la costante universale dei gas). È dunque necessario studiare gli aspetti principali delle reazioni chimiche di combustione. In particolare, in questo capitolo, si discute in generale la termochimica della combustione, indipendentemente dal tipo di reagenti considerati (per esempio idrogeno-aria, idrogeno-ossigeno, idrocarburo-aria, ...).

Nei propulsori termici di tipo chimico si ha rilascio di energia nelle reazioni di combustione (prevalentemente esotermiche) che avvengono tra un combustibile (od eventualmente, più di uno) ed un ossidante (od eventualmente, più di uno). Il calore liberato in queste reazioni fa sì che i reagenti si trasforma-

no in prodotti di reazione ad alta temperatura (che possono quindi produrre lavoro nell'espansione in turbina e/o nell'ugello). Finora, la combustione è stata trattata come una semplice adduzione di calore al fluido propulsivo. In realtà, la temperatura all'uscita del combustore e le proprietà (peso molecolare M e rapporto dei calori specifici γ in particolare) dei prodotti di combustione risultanti dipendono dall'evoluzione del processo di combustione. È necessario perciò determinare, dati i reagenti (ossidante e combustibile) adottati, la loro concentrazione relativa e temperatura di ingresso in camera, nonché la pressione operativa, quali sono le condizioni in uscita dalla camera. Si noti che uno (od ambedue, negli endoreattori) dei reagenti può essere immesso in camera allo stato liquido o solido, mentre la reazione avviene in fase gassosa; bisogna di conseguenza studiare il passaggio di fase. Inoltre, la reazione avviene soltanto sotto opportune condizioni locali di miscelamento di combustibile e ossidante. In questa parte introduttiva generale è considerata la reazione di combustione, mentre le caratteristiche di iniezione e miscelamento, più strettamente legate al tipo di camera di combustione considerato, sono affrontate successivamente.

10.1.1 Miscele gassose

Nei prodotti di combustione è presente un numero N di differenti specie chimiche, che possono essere tanto tipici prodotti veri e propri come H_2O e CO_2 , come pure, per effetto di una combustione incompleta, i reagenti stessi (come p. es. H_2 od idrocarburi quali C_7H_8 o $C_{10}H_{22}$), ed ancora prodotti intermedi (come monossido di carbonio CO , ossidrilie OH , idrogeno atomico H , ossigeno atomico O , etc.). È necessario pertanto definire le proprietà di questa miscela di gas, le quali possono essere messe in relazione con quelle delle singole specie in essa presenti, tramite espressioni quali la legge di Dalton, che può essere riassunta come segue:

La pressione della miscela è uguale alla somma delle pressioni che assumerebbe ciascun componente se fosse posto da solo ad occupare l'intero volume a disposizione della miscela, ad una temperatura pari alla temperatura della miscela stessa. L'energia interna e l'entropia di una miscela sono uguali alla somma, rispettivamente dell'energia interna e dell'entropia che avrebbero le singole specie se occupassero da sole il volume a disposizione della miscela, alla sua stessa temperatura.

In questo enunciato ci si riferisce ad energia interna ed entropia considerate come grandezze *estensive* (in seguito indicate come E ed S , mentre si indicherà con H l'entalpia intesa come variabile estensiva), e si assume che ciascuna specie e l'intera miscela seguano la legge dei gas ideali. Sotto quest'ultima ipotesi, poiché per il gas ideale $pV = nRT$ (essendo n il numero di moli contenute nel volume V), la pressione è direttamente proporzionale al numero di moli di gas presenti nella miscela. Chiamato n_i il numero di moli della generica specie chimica i componente la miscela, si può perciò definire la pressione parziale della specie i -esima dalla relazione $p_iV = n_iRT$. Quindi, per una miscela di N specie valgono

¹Il peso molecolare è anche frequentemente indicato come *massa molare*. Inoltre, si noti che nel sistema SI l'unità molare è la chilomole (kmol), per cui il peso molecolare è espresso in kg/kmol (unità numericamente coincidente con g/mol).

le relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 T = T_1 = T_2 = \dots = T_N & \text{temperatura} \\
 p = \sum_{i=1}^N p_i & \text{pressione} \\
 n = \sum_{i=1}^N n_i & \text{numero di moli} \\
 m = \sum_{i=1}^N m_i & \text{massa della miscela} \\
 \mathcal{V} = m v = m_1 v_1 = m_2 v_2 = \dots = m_N v_N & \text{volume} \\
 S = m s = \sum_{i=1}^N m_i s_i = n \bar{s} = \sum_{i=1}^N n_i \bar{s}_i, & s = \sum_{i=1}^N Y_i s_i \quad \text{entropia} \\
 E = m e = \sum_{i=1}^N m_i e_i = n \bar{e} = \sum_{i=1}^N n_i \bar{e}_i, & e = \sum_{i=1}^N Y_i e_i \quad \text{energia interna} \\
 H = m h = \sum_{i=1}^N m_i h_i = n \bar{h} = \sum_{i=1}^N n_i \bar{h}_i, & h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i \quad \text{entalpia}
 \end{array} \right. \quad (10.1)$$

In queste espressioni m_i è la massa della specie i contenuta nel volume \mathcal{V} , ed m è la massa totale della miscela; la composizione della miscela può quindi anche essere identificata tramite le frazioni massiche (o di massa) $Y_i = m_i/m$, oppure alternativamente attraverso le frazioni molari $X_i = n_i/n$. Alle grandezze estensive (indicate con lettere maiuscole, S , E , H) possono essere associate, oltre alle corrispondenti grandezze specifiche (per unità di massa, indicate con lettere minuscole, cioè s , e , h per la miscela, e s_i , e_i , h_i per l' i -esimo componente gassoso), le corrispondenti grandezze per unità molare (indicate con lettere minuscole soprilineate), come ad esempio $\bar{e} = E/n$, $\bar{e}_i = m_i e_i / n_i$. L'energia interna di un'unità *molare* di miscela risulta quindi $\bar{e} = \sum_{i=1}^N X_i \bar{e}_i$, mentre l'energia interna di un'unità *di massa* di miscela risulta $e = \sum_{i=1}^N Y_i e_i$. Analoghe relazioni valgono per le altre grandezze, come indicato in (10.1). La densità della miscela è $\rho = m/\mathcal{V}$, mentre per la singola specie i -esima, avendo assunto che questa occupa tutto il volume a disposizione, la densità *parziale* risulta $\rho_i = m_i/\mathcal{V}$ (ed il volume specifico v_i indicato sopra è il suo inverso); di conseguenza la frazione di massa può anche essere espressa come $Y_i = \rho_i/\rho$. Ovviamente, dalle definizioni di frazioni molari e di massa si ha che $\sum_{i=1}^N X_i = 1$ e $\sum_{i=1}^N Y_i = 1$. Infine, si può osservare come, nota la composizione della miscela, si possono ricavare immediatamente \mathcal{M} e γ . Si ricorda che

$$p\mathcal{V} = n\mathcal{R}T \quad \Longrightarrow \quad p = \frac{\rho\mathcal{R}T}{\mathcal{M}} \quad (10.2)$$

essendo $n = m/\mathcal{M}$ e $\rho = m/\mathcal{V}$. Si può definire il peso molecolare medio della miscela \mathcal{M} come:

$$\mathcal{M} = \frac{m}{n} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \mathcal{M}_i}{n} = \sum_{i=1}^N X_i \mathcal{M}_i \quad (10.3)$$

oppure in termini delle frazioni massiche Y_i

$$\mathcal{M} = \frac{m}{n} = \frac{m}{\sum_{i=1}^N n_i} = \frac{m}{\sum_{i=1}^N \frac{m_i}{\mathcal{M}_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{m_i/m}{\mathcal{M}_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{\mathcal{M}_i}} \quad (10.4)$$

Il calore specifico *per unità di massa* della miscela può essere definito a partire dall'ultima delle (10.1), che può essere riscritta indicando esplicitamente la dipendenza dell'entalpia specifica dalla temperatura:

$$h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i(T) \quad (10.5)$$

Nel determinare il calore specifico a pressione costante della miscela come $\partial h / \partial T$, è necessario specificare che la derivata è valutata a composizione congelata (*frozen*): infatti, in generale la composizione potrebbe variare per effetto della variazione di temperatura considerata. Si ha quindi

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_{p, Y_1, Y_2, \dots, Y_n} = \sum_{i=1}^N Y_i \frac{dh_i}{dT} = \sum_{i=1}^N Y_i c_{p,i} \quad (10.6)$$

essendo $c_{p,i}$ il calore specifico a pressione costante (per unità di massa) della specie i . Analogamente, per il calore specifico a volume costante per unità di massa della miscela si può scrivere

$$c_v = \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_{v, Y_1, Y_2, \dots, Y_n} = \sum_{i=1}^N Y_i \frac{de_i}{dT} = \sum_{i=1}^N Y_i c_{v,i} \quad (10.7)$$

essendo $c_{v,i}$ il calore specifico a volume costante (per unità di massa) della specie i . I calori specifici della miscela *per unità molare* possono essere ricavati in modo simile, ritenendo l'assunzione di composizione congelata. Per quanto riguarda il calore specifico molare a pressione costante si ha

$$\bar{c}_p = \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial T} \right)_{p, Y_1, Y_2, \dots, Y_n} = \sum_{i=1}^N X_i \bar{c}_{p,i} \quad (10.8)$$

essendo $\bar{c}_{p,i}$ il calore specifico a pressione costante (per unità molare) della specie i . Per il calore specifico molare a volume costante si ricava analogamente

$$\bar{c}_v = \left(\frac{\partial \bar{e}}{\partial T} \right)_{v, Y_1, Y_2, \dots, Y_n} = \sum_{i=1}^N X_i \bar{c}_{v,i} \quad (10.9)$$

essendo $\bar{c}_{v,i}$ il calore specifico a volume costante (per unità molare) della specie i .

10.1.2 Definizioni

Combustione. La parola combustione indica una reazione di ossidazione che avviene con abbondante sviluppo di calore ed emissione di radiazione termica, nella quale energia chimica si trasforma in energia termica ([13]). Per quanto concerne l'emissione di radiazione termica, si osserva che la combustione di idrogeno produce fiamme molto poco luminose, con al più un lieve colorito rosa, dovuto a transizioni

energetiche tra i possibili stati quantici delle molecole, corrispondenti a ben definiti salti di energia, ai quali corrispondono quindi ben definite lunghezze d'onda della radiazione emessa. Le molecole che emettono radiazione in base a questo meccanismo (cosiddetta radiazione *in bande da gas*) sono principalmente H_2O e CO_2 ; importanza minore hanno generalmente altre specie come CO , CH_4 , N_2O , grazie alla loro alquanto più bassa concentrazione nei prodotti di combustione. La combustione di idrocarburi produce invece abbondante radiazione di colore giallo, dovuta alla presenza di *soot* (particolato) nei prodotti di combustione, che ad alta temperatura irradia in modo simile ad un corpo nero (cioè su un campo continuo di lunghezze d'onda). Il *soot* è costituito da aggregati solidi di atomi di carbonio ed idrogeno, di dimensioni indicativamente attorno al micron. La radiazione da *soot* negli idrocarburi supera di gran lunga quella in bande da gas, in particolare per camere che operano a pressione elevata (come avviene nei turbogas); il metano è un caso particolare in cui, pur essendovi una certa produzione di *soot*, il contributo prevalente è ancora da radiazione in bande.

Combustibile (*fuel*). Si definisce combustibile la sostanza che viene ossidata nella reazione di combustione. Combustibili di comune impiego, nei motore a elica e negli esoreattori, sono gli idrocarburi, mentre gli endoreattori possono utilizzare, oltre ad idrocarburi, l'idrogeno, l'idrazina N_2H_4 , il polibutadiene (nei motori a propellente solido) $HO-(CH_2-CH=CH-CH_2)_n-OH$ (HTPB – hydroxy-terminated polybutadiene), etc. Spesso, impropriamente, si utilizzano indifferentemente i termini combustibile e carburante; in realtà più propriamente come carburanti si intendono solo i combustibili di facile evaporazione come le benzine utilizzate nei motori a combustione interna alternativi.

Ossidante (*oxidizer*). Si definisce ossidante o comburente la sostanza ossidante in una reazione di combustione. L'ossidante utilizzato nei motore a elica e negli esoreattori è l'ossigeno atmosferico, mentre gli endoreattori possono utilizzare ossigeno, composti ricchi di ossigeno (p. es. tetrossido di azoto N_2O_4 , oppure perossido di idrogeno H_2O_2 (acqua ossigenata), od ancora acido nitrico HNO_3), il fluoro, il perclorato d'ammonio NH_4ClO_4 (nei motori a propellente solido), etc.

Rapporti combustibile/aria e combustibile/ossidante. Con rapporto combustibile/aria si indica il rapporto tra massa di combustibile e massa di aria presenti nella miscela reagente. In un processo continuo, o comunque ciclico, si fa riferimento ai reagenti che bruciano nell'unità di tempo e quindi si definisce il rapporto combustibile/aria f come il rapporto tra *portata* in massa di combustibile e portata d'aria:

$$f = \frac{m_f}{m_a} \quad \text{oppure} \quad f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} \quad (10.10)$$

Esso è comunemente usato nel campo degli esoreattori, dove si indica per brevità anche semplicemente come *rapporto di diluizione* oppure *rapporto di miscela*. Nel campo degli endoreattori si considera il rapporto combustibile/ossidante:

$$\frac{F}{O} = \frac{m_f}{m_o} \quad \text{oppure} \quad \frac{F}{O} = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_o} \quad (10.11)$$

Rapporti ossidante/combustibile e aria/combustibile. Si definisce come rapporto tra massa (o portata in massa) di ossidante e di combustibile e si indica con O/F . È comunemente usato nel campo degli endoreattori, dove si indica per brevità anche semplicemente come *rapporto di miscela*:

$$\frac{O}{F} = \frac{m_o}{m_f} \quad \text{oppure} \quad \frac{O}{F} = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} \quad (10.12)$$

Nel caso dei motori a combustione interna si considera il rapporto di miscela aria/combustibile, indicato con α :

$$\alpha = \frac{m_a}{m_f} \quad \text{oppure} \quad \alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} \quad (10.13)$$

Combustione stechiometrica. Quando combustibile ed ossidante sono in rapporto stechiometrico, essi possono in linea di principio trasformarsi integralmente in prodotti, senza lasciare incombusti. In tal caso si ha il massimo rilascio di energia. Se invece si avesse meno combustibile di quanto stabilito dal rapporto stechiometrico, esso non sfrutterà tutto l'ossidante disponibile, mentre se si avesse un eccesso di combustibile (rispetto al rapporto stechiometrico) una parte di esso non verrà utilizzato per la combustione. Un esempio di reazione stechiometrica è il seguente:



dove tutto l'idrogeno e l'ossigeno, che costituiscono i reagenti, si trasformano in acqua (il prodotto), sotto forma di gas.

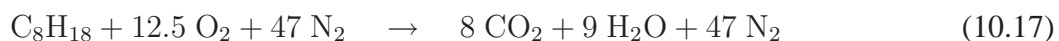
Specificati i reagenti, e note le specie che costituiscono i prodotti della combustione, si può calcolare il rapporto stechiometrico tra ossidante e combustibile. Ad esempio nella combustione di ottano (idrocarburo con formula C_8H_{18}) si può scrivere la reazione di combustione con l'aria nella forma



in cui le proporzioni dei reagenti, e le quantità di prodotti generati, sono inizialmente incognite. Se si considera come ossidante l'aria (considerata composta per semplicità dal 21% di ossigeno, e per il restante 79% prevalentemente da azoto – vedi par. 10.2.1 per maggiori dettagli; quindi per ogni mole di ossigeno sono presenti $79/21 \cong 3.76$ moli di azoto), il ruolo di ossidante è svolto soltanto dall'ossigeno, mentre l'azoto si comporta come una specie inerte (anche se in realtà non è esattamente così, perché l'azoto portato ad alta temperatura dà luogo alla formazione di piccole quantità di ossidi di azoto). I prodotti principali della combustione di un idrocarburo con ossigeno sono anidride carbonica (CO_2) e acqua (H_2O , sotto forma di gas). Nei prodotti di combustione figura quindi anche l'azoto (N_2), che consideriamo sostanzialmente inerte. Per determinare i coefficienti stechiometrici incogniti, si può innanzitutto considerare il calcolo delle proporzioni relative ad una mole di ottano (ponendo cioè $a = 1$) e quindi applicare le relazioni di conservazione atomica, che impongono che il numero di atomi di ciascun elemento presente nei reagenti deve rimanere invariato nei prodotti. La conservazione degli atomi (C, H, O, N) implica quindi che:

$$\begin{cases} 8a = c \\ 18a = 2d \\ 2b = 2c + d \\ 3.76b = e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 25/2 \\ c = 8 \\ d = 9 \\ e = 3.76 (25/2) \end{cases} \quad (10.16)$$

Si ottiene quindi:



Se si considerano come combustibili gli idrocarburi, la combustione stechiometrica si ha quando le molecole di idrocarburo ed ossigeno sono miscelate in un rapporto tale per cui ogni atomo di carbonio porta alla formazione di una molecola di anidride carbonica (CO_2), ed ogni atomo di idrogeno porta alla formazione di mezza molecola d'acqua (H_2O). Nel caso in cui uno dei reagenti è l'aria, l'azoto (N_2) agisce come un diluente inerte, assorbendo parte dell'energia rilasciata dalla combustione, e contribuendo pertanto a contenere l'innalzamento di temperatura che si ha nella combustione.

Rapporto di equivalenza. Si è fatto riferimento sin qui ad un singolo passo elementare di reazione, in cui i reagenti figurano in rapporto stechiometrico. In generale in una camera di combustione avviene un numero molto elevato di reazioni (decine, centinaia o anche migliaia nel caso di combustione di idrocarburi complessi come il cherosene). Inoltre, i reagenti non sono presenti in proporzione stechiometrica. Come è stato visto l'abbondanza relativa di combustibile ed ossidante può essere quantificata in diversi modi, con i rapporti f , F/O , O/F , α . Se si indica con $(F/O)_{st}$ il valore stechiometrico del rapporto combustibile/ossidante, si può introdurre un rapporto di equivalenza

$$\varphi = \frac{(F/O)}{(F/O)_{st}} \quad (10.18)$$

il quale vale ovviamente uno per reagenti in proporzione stechiometrica, mentre assume valori minori di uno se c'è meno combustibile di quanto necessario ad assicurare la combustione stechiometrica (combustione "povera"), e valori superiori ad uno se c'è combustibile in eccesso rispetto al valore stechiometrico (combustione "ricca"). Per un esoreattore, la (10.18) si può esprimere come

$$\varphi = \frac{f}{f_{st}} \quad (10.19)$$

avendo indicato con f_{st} il valore stechiometrico del rapporto di diluizione (che come è stato detto è intorno a 1/15).

10.1.3 Calore di Reazione

Le reazioni chimiche sono spesso accompagnate da assorbimento o rilascio di calore, dovuto alla differenza di energia tra i legami interatomici dei reagenti e quelli dei prodotti. Le reazioni che avvengono con rilascio di calore sono dette esotermiche, mentre nel caso opposto si parla di reazioni endotermiche. In particolare, le reazioni di combustione sono abbondantemente esotermiche.

La quantità di calore rilasciata in una reazione di combustione può essere identificata attraverso le leggi della termochimica. Questo risultato sarà qui derivato per una reazione che avviene a condizioni di pressione e temperatura costante; la seconda condizione implica che si assume che il calore generato (in senso algebrico) nella reazione sia continuamente rimosso, così da lasciare appunto il sistema a temperatura costante durante il processo. Le reazioni di combustione avvengono in fase gassosa; nel caso si utilizzino reagenti allo stato liquido (o solido), questi devono prima evaporare (o sublimare se solidi, o pirolizzare, cioè decomporsi per effetto delle alte temperature in gioco). Si assume che tutte le specie chimiche allo stato gassoso coinvolte nel processo di combustione si comportino come gas ideali, nel senso che il calore specifico di ciascuna specie chimica (e di conseguenza l'entalpia) risulta essere una funzione della sola temperatura (per gas reali, vedi par. 2.1, a pressioni molto alte, è presente anche una dipendenza dalla pressione; qualche accenno verrà dedicato a questa situazione, in vista della sua rilevanza pratica).

Osserviamo che in termodinamica ed in chimica si adottano due convenzioni opposte sul segno del calore rilasciato o assorbito in una reazione. In termodinamica si assume, come sin qui in queste note, che il calore sia positivo se assorbito dal sistema reagente, e quindi negativo se invece rilasciato; si ricordi che, in base all'equazione dell'energia, il calore scambiato in una trasformazione in cui non viene scambiato lavoro (tramite un'albero solidale ad una palettatura) coincide con la variazione di entalpia (statica, se la combustione avviene a bassa velocità):

$$\Delta h = Q \quad (10.20)$$

In chimica si adotta invece la convenzione opposta, in cui cioè il calore è considerato positivo per reazioni esotermiche, e negativo per reazioni endotermiche. Questa discrepanza comporta che il calore di reazione (quantità di calore rilasciata od assorbita nella reazione, con riferimento per esempio all'unità di massa dei reagenti) abbia segno opposto all'entalpia di reazione (definita come variazione di entalpia che si ha nella reazione, sempre con riferimento all'unità di massa di reagenti), ossia

$$Q_R = -\Delta h_R \quad (10.21)$$

Adottiamo in questo capitolo la convenzione della chimica, per evitare di dover trattare quantità negative. Per valutare il calore di reazione si può utilizzare la legge di Hess, che è una conseguenza del primo principio della termodinamica, e che afferma che il calore di reazione Q_R è una funzione di stato (in quanto coincide, per la (10.21), con la variazione di entalpia - cambiata di segno - e l'entalpia è appunto una funzione di stato). Il calore di reazione dipende quindi solo dalle condizioni iniziali e finali della reazione e non dal percorso seguito per arrivare dalle prime alle seconde. Si può allora pensare di decomporre la reazione di interesse in successive reazioni ideali, delle quali si può determinare più agevolmente il calore di reazione. Si consideri quindi la determinazione del calore di una reazione che avviene ad una assegnata temperatura T_R ed ad un'assegnata pressione p_R , che si assume restino costanti durante la reazione, ed in cui per quanto detto sopra il calore di reazione sarà fornito o assorbito dall'esterno, a seconda che la reazione sia endotermica od esotermica, per mantenere costante la temperatura. Per ciascuna specie chimica, si definisce come *calore di formazione standard* la quantità di calore rilasciata (in senso algebrico) nella formazione di un'unità di massa (od un'unità molare, a seconda del riferimento adottato) della specie in questione a partire dagli *elementi* che la compongono, nel loro *stato di aggregazione standard*, ed alle condizioni di *temperatura e pressione di riferimento standard* $T^0 = 25\text{ C} = 298.15\text{ K}$, $p^0 = 100\text{ kPa}$. Per stato di aggregazione standard degli elementi si intende lo stato naturale in cui essi si trovano alle condizioni standard di temperatura e pressione appena citate. Quindi, ad esempio, per l'idrogeno lo stato standard è l'idrogeno molecolare H_2 in forma gassosa, per il carbonio è la grafite (solida) C(s) , etc. Il calore di formazione *degli elementi* nel loro stato di aggregazione standard è per convenzione posto uguale a zero. Per la convenzione sopra citata, il calore di formazione della specie i risulta uguale ed opposto all'entalpia di formazione, ossia

$$Q_{f,i}^0 = -\Delta h_{f,i}^0 \quad (10.22)$$

dove l'apice 0 sta ad indicare che la grandezza è valutata nelle condizioni standard di temperatura e pressione. Le entalpie di formazione standard delle specie chimiche si trovano tabulate in apposite raccolte. Si può allora pensare di decomporre idealmente una data reazione chimica, che partendo da certi reagenti in condizioni di temperatura e pressione T_R, p_R , porti alla formazione dei rispettivi prodotti, nei seguenti processi (vedi Fig. 10.1, dove per concisione sono stati omissi i passi 2 e 5, assumendo che le reazioni avvengano a bassa pressione):

1. raffreddamento o riscaldamento dei reagenti fino a raggiungere la temperatura standard T^0 . In questo processo il sistema rilascia una quantità di calore Q_1 che, nella convenzione adottata in

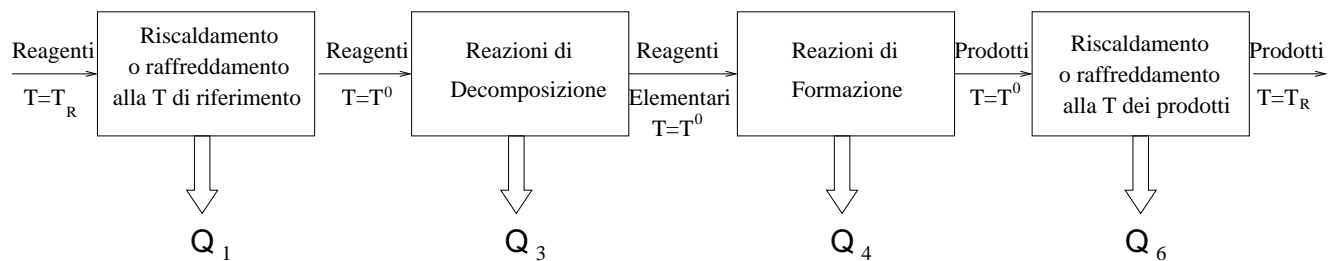


Figura 10.1: Schematizzazione del processo di reazione in quattro fasi (per reazione a bassa pressione – vedi testo).

chimica, risulta positiva se i reagenti vanno raffreddati (per cui cedono calore), oppure negativa se essi vanno riscaldati per raggiungere la temperatura T^0 . Incidentalmente, notiamo che generalmente in una reazione di combustione, combustibile ed ossidante si possono trovare a differenti temperature; in questo caso ciascuno dei due componenti andrà individualmente raffreddato/riscaldato fino a raggiungere la temperatura T^0 . La quantità di calore Q_1 può essere facilmente determinata come una differenza di entalpia (a parte il segno), da dati tabulari sull'entalpia delle specie chimiche in funzione della temperatura;

2. espansione o compressione dei reagenti fino a raggiungere la pressione standard p^0 . In realtà questo passo è significativo solo per reagenti che si trovano a pressioni superiori o comunque prossima alla loro pressione critica ². In queste condizioni l'entalpia è funzione non solo della temperatura, ma anche della pressione. In questo processo (in cui la temperatura viene mantenuta al valore T^0) viene rilasciata (in senso algebrico) una quantità di calore Q_2 , che può essere facilmente determinata da dati tabulari sull'entalpia di fluidi reali in funzione della pressione, alla temperatura standard T^0 ;
3. decomposizione dei reagenti negli elementi che li compongono, nel loro stato di aggregazione standard alle condizioni di temperatura e pressione T^0 , p^0 . In questo processo è rilasciata (in senso algebrico) una quantità di calore Q_3 , che può essere facilmente determinata a partire dalle entalpie di formazione standard dei reagenti, che si trovano tabulate;
4. formazione dei prodotti a partire dagli elementi, nelle condizioni di temperatura e pressione T^0 , p^0 . La relativa quantità di calore rilasciata (in senso algebrico), indicata con Q_4 , può anch'essa essere facilmente determinata a partire dalle entalpie di formazione standard dei prodotti, tabulate;
5. compressione od espansione dei prodotti fino a riportarli alla pressione p_R . Ancora, questo passo è significativo solo se p_R risulta superiore, o comunque prossima, alla pressione critica dei prodotti. La quantità di calore rilasciata (in senso algebrico), Q_5 , può essere ricavata da dati tabulari sull'entalpia di fluidi reali in funzione della pressione, alla temperatura standard T^0 ;
6. riscaldamento o raffreddamento dei prodotti fino a raggiungere nuovamente la temperatura T_R .

²La pressione critica di una data specie chimica è il valore della pressione oltre la quale non possono coesistere liquido e vapore in equilibrio. Riportiamo i valori della pressione critica, e della corrispondente temperatura critica, per alcuni combustibili, ossidanti e prodotti tipici: idrogeno 1.3 MPa/33.2 K, idrazina 14.7 MPa/653 K, *n*-decano 2.1 MPa/619 K, toluolo 4.11 MPa/591.8 K, ossigeno 5.08 MPa/154.7 K, tetrossido d'azoto 10.1 MPa/431 K, acqua 22.12 MPa/647.3 K, anidride carbonica 7.38 MPa/304.4 K, monossido di carbonio 3.5 MPa/133.1 K, azoto 3.4 MPa/126 K.

La corrispondente quantità di calore rilasciata (in senso algebrico), indicata con Q_6 , può essere ricavata da dati tabulari che danno l'entalpia delle singole specie in funzione della temperatura.

Consideriamo ad esempio una reazione elementare di combustione di un idrocarburo con ossigeno. Gli idrocarburi, specie quelli liquidi, sono in realtà una miscela di numerose specie chimiche. Per semplicità di descrizione, il cherosene è spesso assimilato ad un combustibile "surrogato" composto da 89% di *n*-decano $C_{10}H_{22}$ ed 11% di toluolo C_7H_8 (in termini di frazione di massa). Consideriamo allora la reazione di combustione di una chilomole del primo componente



Determiniamo le diverse quantità di calore citate sopra. Indichiamo con la soprilineatura le quantità che si riferiscono all'unità molare (la chilomole nel sistema SI). Per Q_1 si ha

$$Q_1 = - \{ \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T^0) - \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T_R) + 15.5 [\bar{h}_{O_2}(T^0) - \bar{h}_{O_2}(T_R)] \} \quad (10.24)$$

Si noti che abbiamo assunto il calore rilasciato come positivo (convenzione chimica), per cui esso risulta uguale alla variazioni di entalpia, ma con segno opposto. Se la pressione p_R fosse superiore o comunque prossima alla pressione critica di una delle specie presenti, occorrerà tenere in conto il fatto che l'entalpia dipende anche dalla pressione e rimpiazzare la (10.24) con l'espressione

$$Q_1 = - \{ \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T^0, p_R) - \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T_R, p_R) + 15.5 [\bar{h}_{O_2}(T^0, p_R) - \bar{h}_{O_2}(T_R, p_R)] \} \quad (10.25)$$

Sempre nel caso di alte pressioni, occorrerà determinare Q_2 come

$$Q_2 = - \{ \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T^0, p^0) - \bar{h}_{C_{10}H_{22}}(T^0, p_R) + 15.5 [\bar{h}_{O_2}(T^0, p^0) - \bar{h}_{O_2}(T^0, p_R)] \} \quad (10.26)$$

Q_2 risulterà trascurabile nel caso la pressione p_R fosse ben al disotto della pressione critica delle specie chimiche coinvolte. La quantità di calore Q_3 può essere determinata come

$$Q_3 = - \{ 0 - [\Delta \bar{h}_{f, C_{10}H_{22}}^0 + 15.5 \Delta \bar{h}_{f, O_2}^0] \} \quad (10.27)$$

ricordando che le entalpie di formazione degli elementi nel loro stato standard sono nulle per definizione. Per la quantità di calore Q_4 vale la

$$Q_4 = - \{ 10 \Delta \bar{h}_{f, CO_2}^0 + 11 \Delta \bar{h}_{f, H_2O}^0 - 0 \} \quad (10.28)$$

Per il caso in cui la pressione p_R risulti superiore o comunque prossima alla pressione critica di CO_2 o H_2O , Q_5 può essere calcolata come

$$Q_5 = - \{ 10 [\bar{h}_{CO_2}(T^0, p_R) - \bar{h}_{CO_2}(T^0, p^0)] + 11 [\bar{h}_{H_2O}(T^0, p_R) - \bar{h}_{H_2O}(T^0, p^0)] \} \quad (10.29)$$

Anche Q_5 , al pari di Q_2 , risulterà trascurabile per combustione a bassa pressione. Infine Q_6 si ricava come

$$Q_6 = - \{ 10 [\bar{h}_{CO_2}(T_R, p_R) - \bar{h}_{CO_2}(T^0, p_R)] + 11 [\bar{h}_{H_2O}(T_R, p_R) - \bar{h}_{H_2O}(T^0, p_R)] \} \quad (10.30)$$

o più semplicemente, nel caso che p_R sia largamente inferiore alle pressioni critiche dei prodotti, come

$$Q_6 = - \{ 10 [\bar{h}_{CO_2}(T_R) - \bar{h}_{CO_2}(T^0)] + 11 [\bar{h}_{H_2O}(T_R) - \bar{h}_{H_2O}(T^0)] \} \quad (10.31)$$

Il calore di reazione risulta pertanto, riferito ad un'unità molare di n -decano:

$$Q_R = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 \quad (10.32)$$

che consente di scrivere la (10.23) più completamente come



Gli sviluppi presentati sopra possono essere facilmente estesi al caso di un generico passo di reazione, che indichiamo con la notazione generale



dove M_i indica una generica specie chimica tra le N specie presenti, e ν'_i e ν''_i sono i coefficienti stechiometrici della specie in questione come reagente e come prodotto, rispettivamente. Si noti infatti che la notazione (10.34) prevede la possibilità che una specie compaia tanto come reagente che come prodotto (ad esempio l'azoto, ma anche reagenti incombusti). La quantità di calore rilasciata in una reazione di combustione, se riferita all'unità di massa di combustibile, prende il nome di *potere calorifico*, indicato in queste note con Q_f . Si parla di *potere calorifico inferiore* per indicare che tra i prodotti l'acqua H_2O viene considerata sotto forma di gas (o vapore). Se l'acqua nei prodotti fosse considerata allo stato liquido, il potere calorifico sarebbe più alto in quanto si ricupererebbe il corrispondente calore latente di evaporazione; tuttavia questa eventualità non si verifica negli esoreattori ed endoreattori, in quanto i prodotti di combustione sono espulsi dall'ugello a temperature ancora relativamente alte, per cui non si ha condensazione del vapore (o gas) acqueo.

10.2 Modelli di combustione

La determinazione della composizione dei prodotti di combustione di una miscela di combustibile ed ossidante, con assegnato rapporto di equivalenza, è un problema che può essere affrontato con differenti gradi di approssimazione. Possiamo distinguere tre differenti livelli di descrizione della combustione, i quali sono applicabili in differenti situazioni. Elencandoli in ordine dal più grossolano al più dettagliato, essi sono:

- Combustione “*mixed is burnt*”
- Combustione in equilibrio chimico
- Combustione con chimica a velocità finita

10.2.1 Combustione “*mixed is burnt*”

Con questa terminologia ci si riferisce al caso in cui almeno uno dei reagenti viene totalmente consumato (trasformato in prodotti) nella reazione. Si assume quindi che i reagenti si trasformino immediatamente in prodotti non appena vengono miscelati (da cui la terminologia inglese *mixed is burnt*), senza dissociarsi né generare prodotti di reazione intermedi. Consideriamo per esempio la combustione di cherosene in aria. Come abbiamo detto, il cherosene può essere modellato come una miscela di n -decano ($\text{C}_{10}\text{H}_{22}$)

e toluolo (C_7H_8), in proporzioni dell'89% ed 11%, rispettivamente (espresse in frazioni di massa). Il peso molecolare del cherosene risulta perciò, per la (10.4)

$$\mathcal{M}_{\text{cherosene}} = (0.89/\mathcal{M}_{C_{10}H_{22}} + 0.11/\mathcal{M}_{C_7H_8})^{-1} = (0.89/142 + 0.11/92)^{-1} = 134 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad (10.35)$$

L'aria è una miscela di azoto (N_2 , frazione molare 78.084%), ossigeno (O_2 , frazione molare 20.945%), argon (Ar, frazione molare 0.934%), anidride carbonica (CO_2 , frazione molare 0.037%). Per semplicità, anche in vista delle approssimazioni già introdotte per il cherosene, l'aria è generalmente modellata come una miscela di azoto al 79% ed ossigeno al 21%, il che vuol dire che per ogni molecola di ossigeno ci sono circa 3.76 molecole di azoto. Il peso molecolare dell'aria risulta perciò, per la (10.3)

$$\mathcal{M}_{\text{aria}} = 0.21 \cdot \mathcal{M}_{O_2} + 0.79 \cdot \mathcal{M}_{N_2} = 0.21 \cdot 32 + 0.79 \cdot 28 = 28.84 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad (10.36)$$

In realtà il valore effettivo è molto prossimo a 29 (per l'esattezza 28.9644) per effetto del contenuto di argon (più pesante) che è stato trascurato in questo contesto.

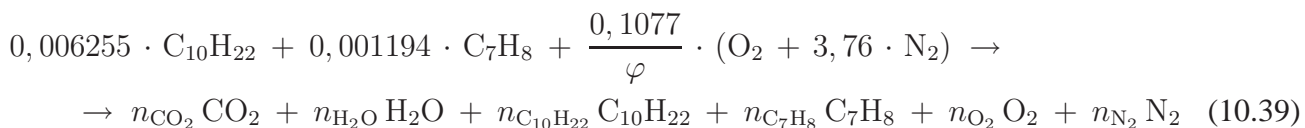
In un kg di cherosene ci sono $n_{C_{10}H_{22}} = Y_{C_{10}H_{22}}/\mathcal{M}_{C_{10}H_{22}} = 0,006255$ kmol di *n*-decano e $n_{C_7H_8} = Y_{C_7H_8}/\mathcal{M}_{C_7H_8} = 0.001194$ kmol di toluolo. Complessivamente quindi un kg di cherosene contiene $n_C = 10 \cdot n_{C_{10}H_{22}} + 7 \cdot n_{C_7H_8} = 0,0709$ chilomoli *dell'elemento* carbonio, e $n_H = 22 \cdot n_{C_{10}H_{22}} + 8 \cdot n_{C_7H_8} = 0,14716$ chilomoli *dell'elemento* idrogeno. Per combustione stechiometrica sono necessarie n_C kmol di O_2 per ossidare completamente il carbonio, e $n_H/4$ kmol di O_2 per ossidare completamente l'idrogeno (si ricordi che ogni atomo di idrogeno richiede mezzo atomo di ossigeno, quindi un quarto di molecola di O_2), per un totale di 0,1077 kmol di O_2 , alle quali nell'aria sono associate $3,76 \cdot 0,1077 = 0,4049$ kmol di N_2 . Il rapporto in massa combustibile/ossidante stechiometrico vale quindi

$$f_{st} = \frac{1}{0,1077 \cdot (\mathcal{M}_{O_2} + 3,76 \cdot \mathcal{M}_{N_2})} = \frac{1}{14,79} = 0,0676 \quad (10.37)$$

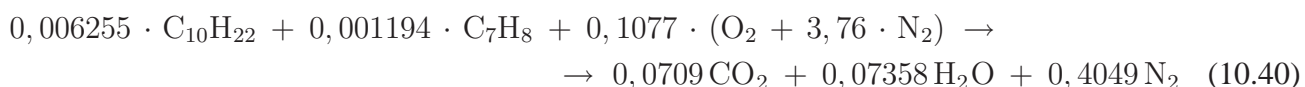
che approssima il valore 1/15 frequentemente citato. Se la combustione non è stechiometrica, i rapporti in massa *ossidante/combustibile* e *combustibile/ossidante* valgono

$$\alpha = \frac{1}{\varphi} \alpha_{st}, \quad f = \varphi f_{st} \quad (10.38)$$

quindi la quantità di ossidante disponibile per una data quantità di combustibile varia in modo inversamente proporzionale a φ . Possiamo allora scrivere la reazione globale di combustione di un chilogrammo di cherosene in aria, con rapporto di equivalenza generico φ , come



dove il numero di chilomoli dei prodotti resta da determinare. Si noti che sono stati indicati fra i prodotti anche combustibile ed ossidante stessi. Infatti, questi sono totalmente consumati solo se la reazione è stechiometrica ($\varphi = 1$), nel qual caso si ha

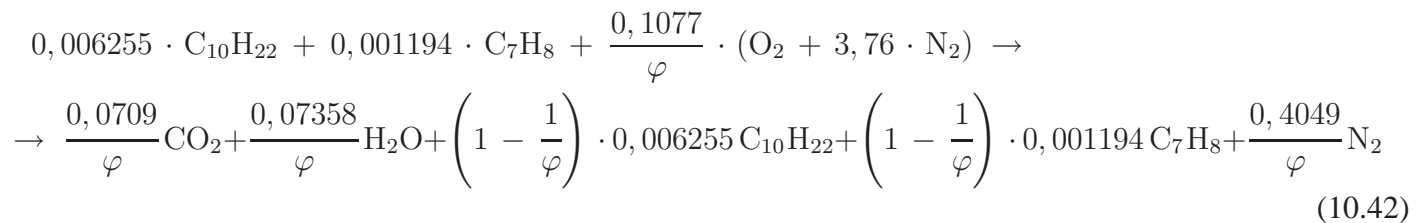


L'azoto, inerte, compare comunque tra i prodotti, qualunque sia il valore di φ . Il peso molecolare dei prodotti è dato, secondo la (10.3), essendo il numero complessivo di chilomoli dei prodotti che compaiono a secondo membro della (10.40) pari a 0,5494, dall'espressione, vedi (10.3)

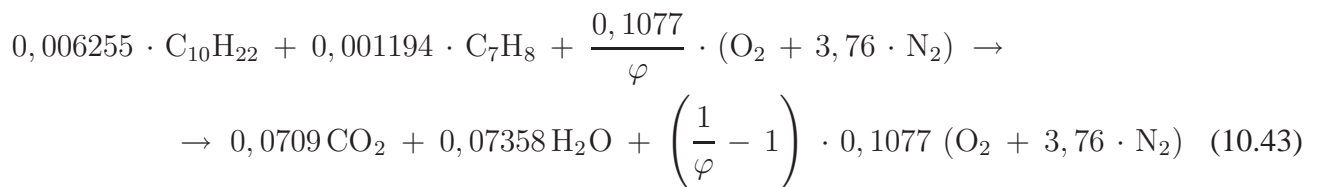
$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{prodotti}} &= \frac{0,0709}{0,5494} \cdot \mathcal{M}_{\text{CO}_2} + \frac{0,07358}{0,5494} \cdot \mathcal{M}_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{0,4049}{0,5494} \cdot \mathcal{M}_{\text{N}_2} = \\ &= 0,129 \cdot 44 + 0,134 \cdot 18 + 0,737 \cdot 28 = 28,7239 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \quad (10.41) \end{aligned}$$

Si vede quindi che, anche nel caso limite di combustione stechiometrica, il peso molecolare dei prodotti è molto vicino (entro lo 0,4%) a quello dell'aria, il che conforta l'assunzione, ampiamente usata nello studio dei motori turbogas, che assimila il fluido operativo ad aria.

Se la reazione avviene con eccesso di combustibile ($\varphi > 1$), non c'è aria a sufficienza per bruciare tutto il combustibile, per cui tra i prodotti figura combustibile incombusto, mentre l'ossigeno è totalmente consumato. Più precisamente, per ogni kg di combustibile, ci sarà ossigeno a sufficiente per bruciarne $1/\varphi$ kg, e quindi $(1 - 1/\varphi)$ kg di combustibile rimarranno incombusti:



Se la reazione avviene con eccesso di ossidante ($\varphi < 1$), il combustibile brucia completamente, ma rimangono ossigeno ed azoto in eccesso. Più precisamente, 0,1077 chilomoli di aria partecipano alla combustione, mentre le rimanenti $0,1077 \cdot (1/\varphi - 1)$ non vi prendono parte:



Determinate quindi le varie frazioni molari n_{CO_2} , $n_{\text{H}_2\text{O}}$, $n_{\text{C}_{10}\text{H}_{22}}$, $n_{\text{C}_7\text{H}_8}$, n_{O_2} , n_{N_2} . risulta possibile esprimere la composizione della miscela in termini di frazioni molari delle diverse specie chimiche

$$X_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^N n_i} \quad (10.44)$$

o di frazioni di massa

$$Y_i = \frac{m_i}{m} = \frac{n_i \mathcal{M}_i}{\sum_{i=1}^N n_i \mathcal{M}_i} \quad (10.45)$$

Per determinare la temperatura della miscela reagente, conviene individuare prima il calore rilasciato nella combustione di un'unità di massa di cherosene; indicando con $Q_{R,\text{C}_{10}\text{H}_{22}}$ e $Q_{R,\text{C}_7\text{H}_8}$ le quantità di calore rilasciate (per kg) nella combustione stechiometrica di *n*-decano e toluolo rispettivamente, determinate secondo la procedura illustrata nel par. 10.1.3, si ha che nella combustione completa di un kg di cherosene viene rilasciata una quantità di calore

$$Q_{R,\text{cherosene}} = \frac{0,006255}{0,006255 + 0,001194} Q_{R,\text{C}_{10}\text{H}_{22}} + \frac{0,001194}{0,006255 + 0,001194} Q_{R,\text{C}_7\text{H}_8} \quad (10.46)$$

dove le frazioni indicate esprimono le frazioni di massa dei due componenti del combustibile. Nell'unità di massa *di miscela* combustibile/ossidante sono presenti

$$\frac{(F/O)}{1 + (F/O)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{(F/O)}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi (F/O)_{st}}} \quad (10.47)$$

chilogrammi di combustibile. Se $\varphi \leq 1$, questi bruciano completamente rilasciando una quantità di calore (per unità di massa *di miscela* reagente)

$$Q = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi (F/O)_{st}}} Q_{R, \text{cherosene}} \quad (10.48)$$

Se $\varphi > 1$, solo una frazione $(1 - 1/\varphi)$ del combustibile può bruciare, quindi la quantità di calore rilasciata per unità di massa *di miscela* risulta

$$Q = \left(1 - \frac{1}{\varphi}\right) \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi (F/O)_{st}}} Q_{R, \text{cherosene}} \quad (10.49)$$

Il calore specifico dei prodotti, riferito all'unità di massa, può essere determinato come

$$c_p = \sum_{i=1}^N Y_i c_{p,i} \quad (10.50)$$

essendo $c_{p,i}$ i calori specifici per unità di massa dei singoli componenti, la cui frazione di massa nei prodotti è designata come Y_i . La temperatura dei prodotti può quindi essere determinata, nel caso in cui tutto il calore rilasciato nella reazione sia utilizzato per innalzare la temperatura della miscela (*combustione adiabatica*), come

$$T_{\text{prodotti}} = T_{\text{reagenti}} + \frac{Q}{c_p} \quad (10.51)$$

avendo supposto c_p costante. La descrizione della combustione secondo questo modello risulta adeguata quando le temperature raggiunte al termine della combustione non sono eccessivamente alte, s'ì da non dar luogo a dissociazione dei prodotti. Questa è la situazione per esempio dei combustori dei turbogas di impiego aeronautico, nei quali il basso valore del rapporto di diluizione, e la presenza dell'azoto come diluente inerte, portano a temperature relativamente contenute (o meglio, poich'è si desiderano temperature contenute per non mettere in pericolo l'integrità delle palette della turbina, si adottano bassi rapporti combustibile/aria). Nel caso in cui invece si realizzi una combustione prossima alle condizioni stechiometriche, ed in particolare si usi un ossidante non "diluato" (con azoto o altro), si raggiungeranno in camera di combustione temperature molto elevate, in corrispondenza alle quali i prodotti di combustione in parte si dissociano. Questo è il caso tipico delle camere di combustione degli endoreattori. In queste condizioni, risulta necessaria una descrizione della chimica più dettagliata.

10.2.2 Combustione in equilibrio chimico

Quando i tempi di residenza in camera di combustione sono relativamente lunghi rispetto ai tempi caratteristici che impiegano le reazioni chimiche per trasformare i reagenti in prodotti, è lecito assumere che

la composizione della miscela reagente possa essere determinata assumendo equilibrio chimico. Questa situazione è senz'altro verificata se il flusso in camera di combustione è a bassa velocità, come normalmente avviene per contenere le perdite di pressione totale. In queste condizioni, le concentrazioni possono essere ricavate imponendo che per ogni specie sia soddisfatta la relazione di equilibrio della reazione che porta alla formazione di una chilomole della specie in questione a partire dagli *elementi* che la costituiscono, nel loro stato di aggregazione standard. Per esempio, per la reazione di formazione di H_2O , cioè $H_2 + 1/2 O_2 \rightarrow H_2O$, si ha, come è noto dalla chimica, la relazione

$$K_{p,H_2O}(T) = \frac{p_{H_2O}}{p_{H_2} (p_{O_2})^{1/2}} \quad (10.52)$$

ossia il rapporto tra la pressione parziale della specie i ed il prodotto delle pressioni parziali degli elementi, ciascuno elevato il suo coefficiente stechiometrico, risulta essere una funzione data della temperatura, denominata *costante di equilibrio della reazione di formazione* in questione (anche se in realtà non è una costante, ma è appunto funzione della temperatura). Poiché la pressione parziale può essere espressa in termini di frazioni molari, dividendo membro a membro la $p_i \mathcal{V} = n_i \mathcal{R}T$ per la (10.2), come

$$p_i = X_i p \quad (10.53)$$

la relazione (10.52) può essere riformulata come

$$\frac{X_{H_2O}}{X_{H_2} (X_{O_2})^{1/2}} = \frac{K_{p,H_2O}(T)}{p^{1/2}} = K_{X,H_2O}(T, p) \quad (10.54)$$

avendo definito un K_X , funzione dei temperatura e pressione, come indicato. Di relazioni del tipo (10.54) se ne possono scrivere tante quante sono le specie chimiche presenti. Fanno eccezione gli elementi nel loro stato di aggregazione standard, per i quali non ha senso scrivere una relazione di tale tipo; tuttavia, per ogni elemento si può scrivere un bilancio di conservazione degli atomi (in quanto gli atomi non sono né creati né distrutti nelle reazioni chimiche). In definitiva, assegnate temperatura e pressione, si hanno tante relazioni quanto sono le specie chimiche presenti, per cui è possibile trovare la composizione di equilibrio della miscela in termini di frazioni molari. In realtà, la temperatura di fine combustione non è nota; tuttavia, nel caso di combustione adiabatica, è possibile aggiungere un'ulteriore relazione di conservazione dell'energia, che esprime il concetto che tutto il calore generato nella reazione è utilizzato per innalzare la temperatura dei prodotti. Grazie a quest'ulteriore equazione, è possibile determinare anche la temperatura di combustione adiabatica, spesso indicata come temperatura adiabatica di fiamma. Il processo di soluzione è iterativo, essendo le equazioni del tipo (10.54) nonlineari, e richiede codici di calcolo specializzati [5, 11].

10.2.3 Combustione con chimica a velocità finita.

In alcune situazioni la temperatura della miscela reagente è molto elevata, per cui si ha dissociazione dei prodotti, ma non si può assumere equilibrio chimico perché i tempi di residenza sono molto brevi a causa dell'alta velocità. Questa situazione si ha tipicamente negli ugelli degli endoreattori, ed anche di alcuni esoreattori nei quali la combustione avviene in condizioni prossime allo stechiometrico (autoreattori e turbogetti con postbruciatore). In questo caso le concentrazioni delle specie, in termine di frazioni di massa, devono essere ricavate risolvendo un sistema di equazioni (differenziali) di conservazione delle specie, in ognuna delle quali compare un termine di formazione/distruzione della specie dovuto alle reazioni chimiche. Queste equazioni hanno la forma (sotto l'ipotesi di flusso quasi-monodimensionale)

$$\rho u \frac{dY_i}{dx} = w_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10.55)$$

dove w_i designa appunto il termine di formazione/distruzione, chiamato anche termine sorgente o termine di produzione della specie i . Questo è dato dalla cosiddetta espressione di Arrhenius; se per semplicità si fa riferimento ad una singola reazione, scritta nella forma (10.34), il tasso di produzione della specie i risulta espresso come

$$w_i = \mathcal{M}_i \Delta\nu_i B T^\alpha \exp\left(-\frac{E}{\mathcal{R}T}\right) \prod_{j=1}^N \left(\frac{\rho Y_j}{\mathcal{M}_j}\right)^{\nu'_j}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10.56)$$

dove $\Delta\nu_i$ è definito come

$$\Delta\nu_i = \nu''_i - \nu'_i \quad (10.57)$$

B , α e E sono le cosiddette *costanti della reazione*, che ne determinano la velocità di avanzamento. Si noti che la (10.56) esprime il concetto che il tasso di produzione di una specie per effetto di una data reazione è tanto più grande quanto maggiore è la concentrazione dei reagenti, espressa in chilomoli per unità di volume (tale è il significato di $\rho Y_j/\mathcal{M}_j$), elevata al rispettivo coefficiente stechiometrico. Si ha inoltre una forte dipendenza dalla temperatura per effetto principalmente dell'esponenziale; questo corrisponde al concetto che solo quelle molecole che possiedono sufficiente energia possono attivare la reazione (si ricordi che le molecole presentano una distribuzione maxwelliana di velocità, e quindi di energia). In realtà in un sistema reagente si hanno molte reazioni che procedono simultaneamente (da circa una decina nel caso di combustione di idrogeno ed ossigeno, fino a molte migliaia per combustione di un idrocarburo in aria), per cui per calcolare il tasso di produzione della specie i occorre tenere in conto il contributo da *tutte* le M reazioni e sostituire la (10.56) con la

$$w_i = \mathcal{M}_i \sum_{k=1}^M \Delta\nu_{i,k} B_k T^{\alpha_k} \exp\left(-\frac{E_k}{\mathcal{R}T}\right) \prod_{j=1}^N \left(\frac{\rho Y_j}{\mathcal{M}_j}\right)^{\nu'_{j,k}}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10.58)$$

dove k è l'indice adottato per denotare le differenti reazioni ($k = 1, 2, \dots, M$). La risoluzione delle equazioni delle specie (10.55) risulta piuttosto impegnativa a causa del valore generalmente elevato del numero N di specie chimiche presenti, e delle particolari proprietà numeriche delle equazioni stesse. Sono perciò necessari codici di calcolo specializzati, ed i relativi tempi di calcolo risultano piuttosto elevati.

Altri prodotti delle reazioni di combustione. In generale nella combustione, oltre ai prodotti di reazioni principali (CO_2 e H_2O nel caso di combustione di idrocarburi), si formano anche altri prodotti (indesiderati). Per esempio, nel caso di combustione in cui l'ossidante è l'aria atmosferica, si è considerato sin qui l'azoto come un inerte. In realtà, tanto più è elevata la temperatura massima raggiunta nel corso della combustione, tanto più si formano anche ossidi di azoto (NO , NO_2 , N_2O , indicati genericamente come NO_x). Nei prodotti di combustione sono inoltre generalmente presenti altri prodotti quali CO e *soot* (particolato o fuliggine, visibile come fumo), ed altri composti contenenti O, H, C ed N, ed infine anidride solforosa per effetto del contenuto di zolfo del combustibile.

10.3 Requisiti della camera di combustione

La camera di combustione (combustore) di un esoreattore deve assicurare l'espletamento dei seguenti processi:

- A. iniezione del combustibile (liquido) nella corrente d'aria;
- B. sua atomizzazione (riduzione in minuscole goccioline) nell'interazione con la corrente d'aria;
- C. evaporazione delle goccioline di combustibile;
- D. mescolamento dei vapori di combustibile con l'aria;
- E. accensione della miscela;
- F. completamento della reazione chimica, con trasformazione dei reagenti in prodotti.

Per poter completare questi processi, la camera di combustione dovrà avere dimensioni tali da garantire un sufficiente tempo di residenza della miscela reagente al suo interno. Poiché le velocità all'interno della camera di combustione sono all'incirca determinate (intorno ai 25 – 75 m/s) in base all'esigenza di contenere le perdite di pressione totale, l'unico parametro di progetto sul quale si può agire per assicurare adeguati tempi di residenza è quello legato alle dimensioni della camera stessa. Per assicurare combustione completa sarebbe perciò consigliabile adottare camere di combustione di grandi dimensioni, ma questa esigenza si scontra ovviamente con quella di contenere la massa del motore (nonché la resistenza aerodinamica). Bisognerà quindi ricercare un compromesso tra queste due contrastanti requisiti. La ricerca di un disegno compatto della camera di combustione porta ad elevate densità di potenza (potenza termica generata/volume della camera), indicativamente intorno ai 500 MW/m³.

10.4 Limiti di infiammabilità della miscela

E' stato visto che la temperatura T_4 all'uscita della camera di combustione di un esoreattore è legata al rapporto di diluizione f attraverso il seguente bilancio entalpico (derivato sotto l'ipotesi che non vi sia scambio di calore con l'esterno, e che le velocità in camera di combustione siano basse, in modo da poter approssimare le entalpie totali con le loro controparti statiche):

$$\dot{m}_a h_3 + \dot{m}_f (h_f + \eta_b Q_f) = (\dot{m}_a + \dot{m}_f) h_4 \quad (10.59)$$

ossia, dividendo per la portata d'aria

$$(h_4 - h_3) + f (h_4 - h_f) = f \eta_b Q_f \quad (10.60)$$

Poiché f è piccolo rispetto ad uno, è lecito trascurare il secondo termine a primo membro; assumendo inoltre in prima approssimazione c_p costante si ha

$$f = \frac{c_p (T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f} \quad (10.61)$$

o equivalentemente

$$\alpha = \frac{\eta_b Q_f}{c_p (T_4 - T_3)} \quad (10.62)$$

In questa espressione il potere calorifico Q_f del combustibile può essere valutato dalla Tab. 10.1. Il Jet A, un derivato del cherosene di densità circa 810 kg/m³, è il combustibile utilizzato dagli aerei commerciali; è relativamente poco volatile (bolle a 169 C) per cui il suo impiego non comporta rischi.

Jet A: rapporto $H/C = 1.94$; Pot. Cal. Inf. $Q_f = 43400$ kJ/kg
JP-4: rapporto $H/C = 2.02$; Pot. Cal. Inf. $Q_f = 43400$ kJ/kg
JP-5: rapporto $H/C = 1.92$; Pot. Cal. Inf. $Q_f = 43000$ kJ/kg

Tabella 10.1: Rapporto H/C e potere calorifico inferiore dei principali combustibili aeronautici.

Il JP-4, sostanzialmente una miscela di cherosene e benzina di densità intorno ai 760 kg/m^3 , è stato adottato per lungo tempo dagli aerei militari; presenta maggior volatilità (bolle a 60 C), il che ne consente l'impiego anche in climi artici. Questo comporta però anche maggiori rischi, per cui attualmente si preferiscono il JP-5 od il JP-8, molto simili al Jet A. La tabella riporta anche il valore *globale* indicativo del rapporto tra numeri di atomi di idrogeno e di carbonio presenti in una data quantità di combustibile (essendo tali combustibili una miscela di numerose specie chimiche, tale rapporto andrà determinato con un'opportuna media pesata). Si può quindi assumere per Q_f un valore rappresentativo intorno ai 43 MJ/kg . La massima temperatura raggiungibile all'uscita del combustore si ottiene ponendo $f = f_{st} \simeq 0.067$, nel qual caso il salto di temperatura attraverso il combustore potrebbe raggiungere, assumendo $c_p \simeq 1 \text{ kJ/kg}$, un valore (assumendo a titolo indicativo per il rendimento di combustione un valore 0.99)

$$T_4 - T_3 = \frac{f_{st} \eta_b Q_f}{c_p} = \frac{0.067 \cdot 0.99 \cdot 43 \cdot 10^6}{10^3} \simeq 2850 \text{ K} \quad (10.63)$$

In questa stima abbiamo assunto come detto c_p costante, mentre in realtà esso aumenta con la temperatura; questa circostanza porta evidentemente a contenere l'innalzamento di temperatura rispetto al valore stimato con la (10.63). Inoltre, a causa delle altissime temperature raggiunte per combustione stechiometrica si ha dissociazione dei prodotti (reazioni endotermiche, che quindi riducono ulteriormente la temperatura); un approccio basato su chimica in equilibrio potrebbe quindi essere più indicato. Ad ogni modo, una valutazione più accurata del salto di temperatura porta comunque a valori di $T_4 - T_3$ intorno ai 2000 K , il vuol dire che la temperatura T_4 eccederebbe i 2500 K per combustione stechiometrica. Per contenere le temperature entro limiti accettabili per le palette della turbina, occorre quindi operare con valori di f ben al di sotto di quello stechiometrico. Per esempio, supponendo che la temperatura T_4 accettabile sia di 1400 K , mentre quella di ingresso sia di 550 K , il rapporto combustibile-aria necessario risulta, dalla (10.61)

$$f = \frac{c_p (T_4 - T_3)}{\eta_b Q_f} = \frac{10^3 \cdot (1400 - 550)}{0.99 \cdot 43 \cdot 10^6} \simeq 0.02 \quad (10.64)$$

ossia $\alpha \simeq 50$. Si noti che, in virtù del limitato salto di temperatura imposto, presumibilmente non si avranno significativi effetti di dissociazione, come pure sarà meno discutibile assumere il calore specifico costante, rispetto al caso stechiometrico. La (10.64) indica che occorre quindi adottare un largo eccesso d'aria, corrispondente ad un rapporto di equivalenza, per la (10.19)

$$\varphi = \frac{f}{f_{st}} = \frac{0.02}{0.0676} \simeq 0.3 \quad (10.65)$$

È importante però sottolineare che è possibile accendere una miscela combustibile/ossidante solo in un campo relativamente ristretto di valori di φ , o equivalentemente di f , vedi Fig. 10.2 (in realtà relativa alla combustione di una miscela benzina-aria, ma qualcosa di qualitativamente analogo vale per miscele

cherosene–aria); l'ampiezza del campo di ignizione si restringe inoltre al diminuire della pressione, finché l'ignizione diviene assolutamente impossibile al disotto di un certo valore limite della pressione, qualunque sia il valore del rapporto di equivalenza (o del rapporto di diluizione). Esistono cioè quelli che sono chiamati *limiti di infiammabilità* della miscela. Si osservi che l'impossibilità di conseguire l'ignizione di una miscela al di sotto di una certa pressione, qualunque sia il rapporto di equivalenza, rende problematica la riaccensione in volo del motore.

Per rendere possibile l'ignizione della miscela, pur in corrispondenza di valori di rapporti di equivalenza molto bassi (al di fuori dei limiti di infiammabilità della miscela) è allora necessario suddividere la portata di aria che entra nel combustore in due correnti, vedi anche Fig. 10.4. L'aria *primaria* viene mescolata con il combustibile in proporzione circa stechiometrica nella sezione di testa del combustore, rendendo così possibile l'ignizione. La temperatura che si sviluppa nella *zona primaria* sarà perciò molto alta. L'aria *secondaria*, o di *diluizione*, viene immessa a valle della zona primaria e consente di abbassare la temperatura dei gas della zona primaria fino a riportarla a valori accettabili per la turbina. Quindi la camera di combustione opera con il valore del rapporto di equivalenza *globale* desiderato, data per esempio dalla (10.65), ma il rapporto di equivalenza *locale* nella zona primaria viene tenuto prossimo ad uno per consentire l'ignizione.

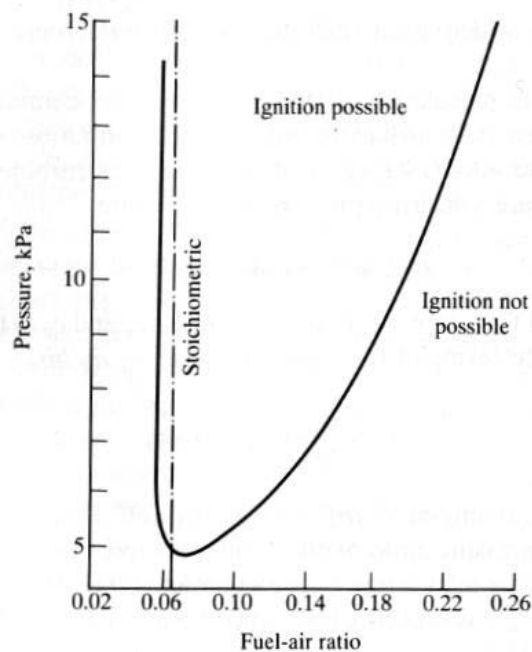


Figura 10.2: Limiti di infiammabilità di una miscela benzina–aria in funzione del rapporto di diluizione e della pressione in camera.

10.5 Stabilizzazione della Fiamma

La camera di combustione, oltre ad assicurare una distribuzione di aria che permetta l'ignizione del combustibile, deve soddisfare ulteriori requisiti, in particolare per quanto riguarda la stabilizzazione della fiamma. Per comprendere questa esigenza, consideriamo la situazione illustrata nella Fig. 10.3, che fa riferimento ad un tubo cilindrico, di notevole lunghezza (rispetto al diametro), entro il quale è

presente una miscela combustibile/ossidante con rapporto di equivalenza entro i limiti di infiammabilità. La miscela fresca che si trova a sinistra fluisce verso destra con velocità u_m , mentre, per effetto di un'ignizione sul lato destro del condotto, il fronte di fiamma si propaga verso sinistra con velocità u_f (relativa al gas). Possono verificarsi tre casi:

- $u_f < u_m \Rightarrow$ la fiamma viene 'soffiata via' dal flusso finché non raggiunge l'estremità destra del condotto, al che la fiamma si estingue;
- $u_f = u_m \Rightarrow$ in questo caso la posizione del fronte di fiamma è stazionaria;
- $u_f > u_m \Rightarrow$ il fronte di fiamma risale entro la miscela fresca.

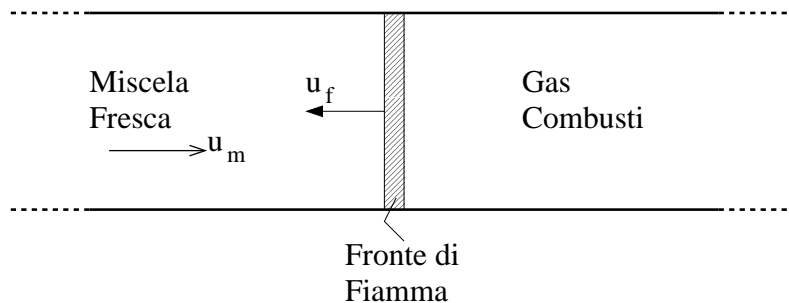


Figura 10.3: Moto di un fronte di fiamma laminare entro un condotto cilindrico.

Evidentemente la condizione che si desidera raggiungere entro una camera di combustione è quella in cui il fronte di fiamma è stazionario. Occorre tener presente che le tipiche velocità di propagazione di una fiamma *laminare* idrocarburo/aria sono dell'ordine di 0.3 – 0.4 m/s, potendo al più raggiungere circa 2.5 m/s per combustione di idrogeno in aria. Volendo stabilizzare una fiamma nel modo indicato in Fig. 10.3 occorrerebbe perciò adottare velocità del flusso entro la camera di combustione estremamente basse che, se da un lato assicurano minime perdite di pressione totale (circostanza evidentemente vantaggiosa dal punto di vista delle prestazioni), comportano però sezioni di passaggio estremamente grandi per una data portata in massa. La soluzione è quella di creare *zone di ricircolazione* nella regione primaria del combustore, in modo da diminuire localmente la velocità del flusso, allungando così il tempo a disposizione del flusso per completare la combustione. Inoltre, in questo modo si attiva anche il miscelamento tra combustibile ed ossidante, e si promuove la turbolenza del flusso. Quest'ultimo accorgimento, pur implicando un qualche aumento delle perdite di pressione totale, porta ad un notevolissimo incremento della superficie di combustione, la quale anziché essere una superficie piana come in Fig. 10.3, risulta essere una superficie altamente corrugata per effetto della turbolenza. La ricircolazione può essere generata in vari modi. Nei combustori dei turbogas si introduce generalmente un moto di *swirl* dell'aria primaria (ossia un moto elicoidale intorno all'asse della camera, generato inserendo una palettatura fissa nel condotto che porta l'aria in camera) il quale, per opportuni valori del rapporto tra flusso della quantità di moto in senso tangenziale ed assiale (numero di swirl), dà luogo alla formazione di una zona di ricircolazione di forma toroidale. Si può anche fare affidamento su un'opportuna distribuzione della posizione e delle dimensioni dei fori che iniettano l'aria in camera, vedi Fig. 10.4. Nei postcombustori e negli autoreattori si utilizzano invece stabilizzatori di fiamma (*flameholders*) che non sono altri che corpi di forma relativamente tozza, tali da generare appunto una zona di ricircolazione a valle dello stabilizzatore stesso. Questi corpi sono normalmente forgiati a forma di V (*vee-gutters*), vedi Fig. 10.5, ma possono anche avere forma di disco o di sfera.

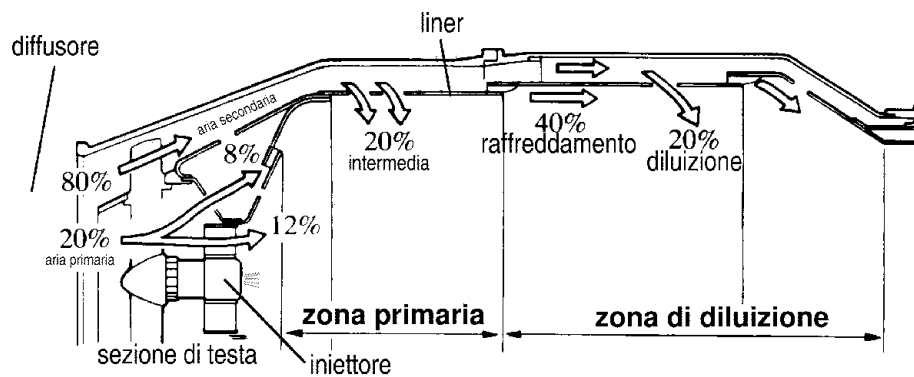


Figura 10.4: Distribuzione dell'aria (in percentuale) in un combustore di un turbogas.

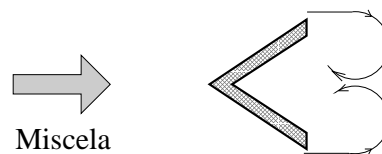


Figura 10.5: Schema di stabilizzatore di fiamma per postcombustore.

10.6 Configurazione di un combustore turbogas

Allo scopo di assicurare le condizioni indicate sopra, l'aria che entra in camera di combustione deve essere suddivisa nei seguenti contributi:

- aria primaria (circa il 20% della portata di aria totale, ulteriormente suddivisa in due flussi del 12% ed 8% in Fig. 10.4), in modo da assicurare in prossimità della zona di iniezione del combustibile un rapporto di diluizione circa stechiometrico. Questa portata viene generalmente immessa in camera con un moto di swirl al fine di generare una zona di ricircolazione;
- aria intermedia (circa il 20%) intesa ad assicurare il completamento della combustione;
- aria di raffreddamento (circa il 40%), che viene immessa in direzione parallela alle pareti della camera allo scopo di creare un film protettivo di aria (relativamente) fredda per proteggere le pareti stesse;
- aria di diluizione (circa il 20%) che viene immessa a valle della zona di combustione con l'intento di abbassare ulteriormente la temperatura dei prodotti (per consentirne l'ammissione in turbina); la sua distribuzione deve essere studiata al fine di cercare di uniformare (o comunque controllare) il profilo di temperatura in uscita dalla camera. Per avere una buona "penetrazione" è importante il rapporto delle quantità di moto di getto e corrente. Si osservi che la miscelazione è un processo accompagnato da aumento di entropia, per cui si hanno perdite di pressione totale.

Il combustore comprende pertanto i seguenti componenti:

- un diffusore all'ingresso, che serve a ridurre ulteriormente la velocità (che all'uscita del compressore è ancora dell'ordine dei 100 – 150 m/s, fino a circa 25 – 75 m/s) per ridurre le perdite di pressione totale, ed inoltre ad uniformare il flusso;

- una sezione di testa, che divide il flusso nelle correnti principale e secondaria, ed inoltre genera una zona di elevata turbolenza e ricircolazione in prossimità dell'iniettore;
- un *liner* (involucro perforato), che delimita la zona di combustione e regola l'ingresso dei flussi secondari di aria intermedia, di raffreddamento e di diluizione;
- iniettori di combustibile, ai quali è dedicato un cenno più sotto;
- accenditore (*igniter*), qualcosa di simile alle candele di tipo automobilistico, ma più potenti. Per sicurezza sono ridondanti (almeno due).

Nelle camere di combustione dei turbogas il combustibile viene iniettato allo stato liquido, sotto forma di goccioline, con formazione dunque di uno *spray* aria–combustibile. Le goccioline devono essere quanto più piccole possibile, per aumentare la superficie a disposizione per l'evaporazione, ed ottenere una miscela aria/vapori di combustibile di composizione relativamente uniforme. Si noti che questi requisiti devono essere soddisfatti al variare delle portate di combustibile ed ossidante, le quali spaziano in un campo piuttosto esteso (quella di combustibile tipicamente in un campo 50:1) a seconda delle diverse condizioni operative (decollo, volo di crociera), ed anche in condizioni meteorologiche che portano all'ingestione di pioggia o grandine.

Le principali tipologie di iniettori adottati a questo scopo comprendono:

- iniettori a getto: il combustibile subisce un elevato salto di pressione attraverso gli iniettori, risultando in un'elevata velocità delle goccioline, favorendo così l'atomizzazione;
- iniettori a flusso d'aria (*airblast atomizers*): le gocce si formano per effetto dell'aria che viene iniettata in flusso coassiale attorno ad un film di combustibile, che tende quindi ad essere 'stracciato' dal trascinamento indotto dalla corrente d'aria. Sono in particolare adatti anche per combustibili liquidi ad alta viscosità, e richiedono basse pressioni di iniezione;

Le configurazioni adottate per le camera di combustione di motori possono essere categorizzate nelle seguenti tre tipologie:

- camere di combustione tubolari (*can-type combustors*), vedi Fig. 10.6, Fig. 10.7b. Si hanno n camere di combustione composte ciascuna da un *liner* perforato di forma approssimativamente cilindrica, ed un involucro esterno, anch'esso approssimativamente cilindrico. Esse sono disposte attorno all'asse del motore come indicato nella sezione trasversale schematizzata in Fig. 10.7b. Presentano i vantaggi di una costruzione relativamente facile (a differenza di quelle anulari, vedi oltre), garantiscono una buona miscelazione e quindi profili di temperatura in uscita abbastanza uniformi (pur con i limiti che saranno illustrati sotto), possono essere facilmente ispezionate ed eventualmente sostituite individualmente. Per contro, presentano lo svantaggio di peso ed ingombro maggiore rispetto alla configurazione anulare, e di un rapporto (area pareti/volume camera) relativamente alto (vedi sotto);
- camere di combustione anulari (*annular combustors*), vedi Fig. 10.8b, che constano di un'unica camera di forma toroidale disposta intorno all'asse del motore, vedi Fig. 10.7a. Presentano i vantaggi di una bassa perdita di pressione, peso ed ingombro contenuti, e minori problemi di ignizione e propagazione della fiamma rispetto ad altre configurazioni. Inoltre, presentano un basso rapporto (area pareti/volume camera). Tuttavia, la realizzazione di un'unica camera di combustione toroidale presenta problemi dal punto di vista costruttivo a causa delle alquanto più strette

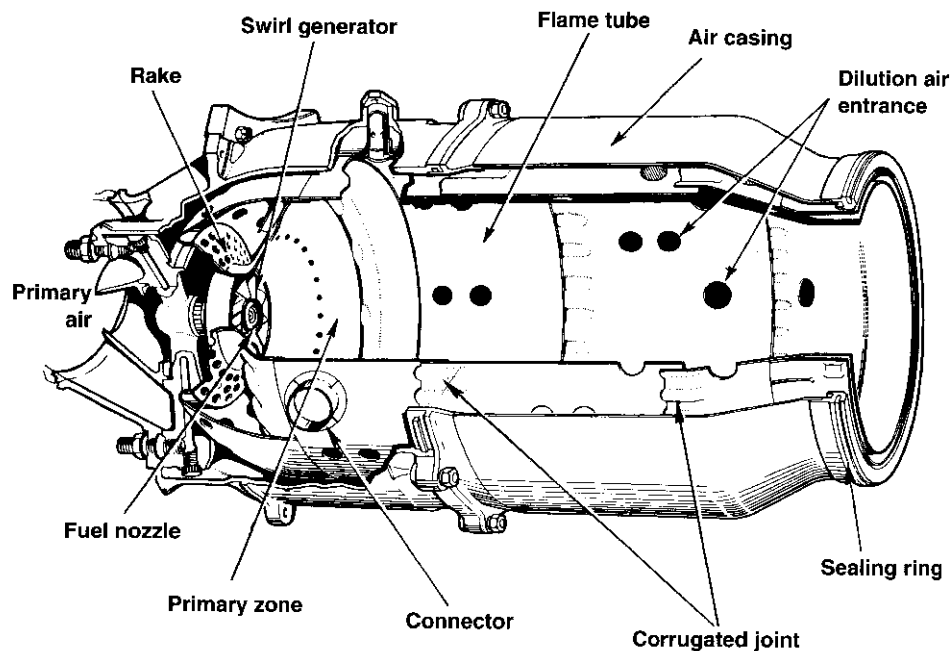


Figura 10.6: Spaccato di una camera di combustione tubolare.

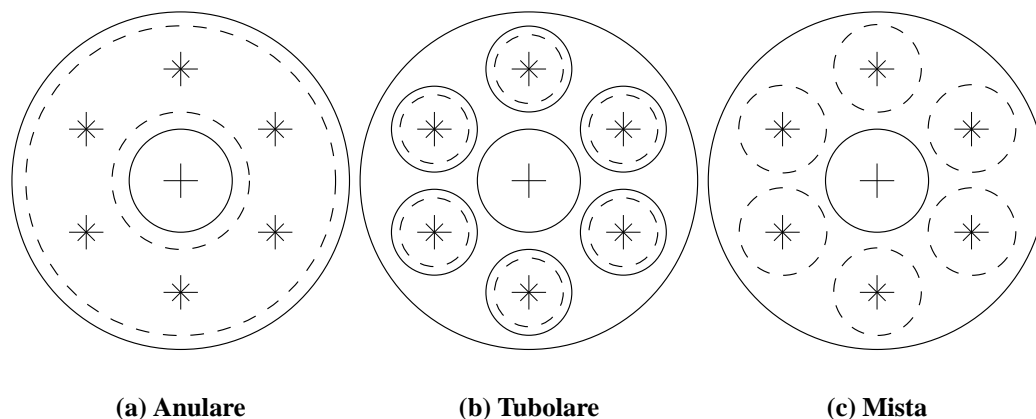
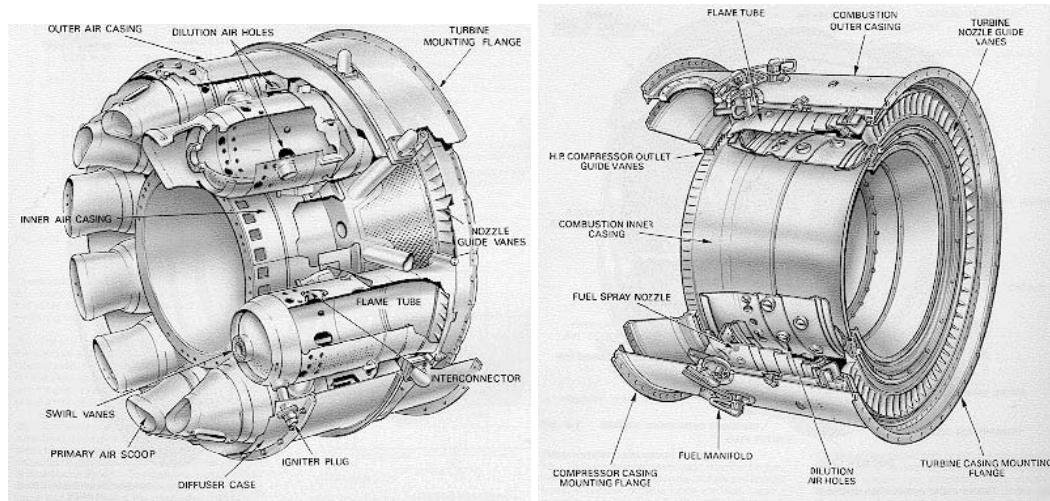


Figura 10.7: Schema delle diverse configurazioni di combustori aeronautici.

tolleranze di lavorazione richieste; la miscelazione pu` risultare meno soddisfacente (perché la disposizione dei fori di iniezione è solo sulle facce superiori ed inferiori della camera, anzich'è tutt'intorno), con conseguenti profili all'uscita poco omogenei, e si incontrano inoltre difficoltà di sperimentazione (è necessario provare un'intera camera, invece che uno solo degli n combustori come nel caso dei combustori anulari);

- camere miste (*can-annular combustors*), realizzate mediante n liners cilindrici (come per le tubolari), ma con un unico involucro toroidale, vedi Fig. 10.7c e Fig. 10.8a. Questa soluzione rende la costruzione molto più semplice rispetto alle camere anulari, e consente ancora una buona miscelazione; possono ancora essere provate sperimentalmente in modo individuale. Per contro, il loro



(a) Configurazione mista

(b) Configurazione anulare

Figura 10.8: Spaccato di combustori (da [6]).

comportamento aerodinamico è meno soddisfacente.

10.7 Prestazioni di un combustore aeronautico

Le caratteristiche essenziali richieste ad un combustore aeronautico possono essere così sintetizzate:

- combustione quanto più completa possibile (quantificata attraverso il rendimento del combustore η_b ; dalla completezza della combustione dipendono anche le emissioni di alcuni importanti inquinanti);
- basse perdite di pressione totale (quantificate attraverso il rendimento pneumatico del combustore η_{pb});
- distribuzione di temperatura allo scarico quanto più possibile uniforme (quantificata attraverso il *pattern factor*, vedi sotto);
- lunghezza ed area della sezione trasversale ridotte (per contenere il peso e la resistenza aerodinamica);
- combustione stabile;
- assenza di problemi di spegnimento;
- affidabilità;
- possibilità di lavorare in un campo molto ampio di portata, pressione e temperatura.

Alcune di queste esigenze risultano in contrasto tra loro. Per esempio, una combustione completa richiede camere di combustione di grandi dimensioni, il che è evidentemente in contrasto con le esigenze di contenimento dei pesi e della resistenza aerodinamica; ancora, limitare le emissioni di NO_x porta ad aumentare quelle di CO, UHC e *soot*, e viceversa (vedi sotto). Ne segue che necessariamente le scelte progettuali dovranno essere il risultato di un compromesso.

Rendimento di combustione

In generale il combustibile iniettato nel combustore non brucia completamente, e quindi produce meno calore di quanto possibile teoricamente; inoltre, una frazione del calore viene perduta per scambio termico attraverso le pareti. Si può quindi definire il rendimento di combustione $\eta_b = Q/Q_f$ come rapporto tra calore effettivamente trasferito al fluido per unità di massa di combustibile, Q , e calore Q_f che rilascerebbe il combustibile se la reazione avvenisse in modo completo e adiabatico (senza scambio di calore con l'esterno). Q_f è il potere calorifico inferiore del combustibile (calore teoricamente disponibile). Per combustori moderni il rendimento di combustione η_b , indice dell'efficienza globale del processo di combustione (dipende da atomizzazione, vaporizzazione, miscelamento, tempo di permanenza, temperatura), assume valori superiori a 0.98.

Il conseguimento di un alto valore di η_b risulta importante anche per contenere le emissioni (p. es. per rientrare nei limiti per CO e idrocarburi incombusti deve essere $\eta_b > 98.5\%$ a regime di minimo, lontano da quello di progetto, ma importante per l'inquinamento a terra).

Emissioni

Un importantissimo vincolo sul funzionamento di un motore è relativo alle emissioni di inquinanti, le quali devono rientrare nei limiti massimi ammessi dagli organismi di controllo internazionali, limiti che sono diventati sempre più stringenti con il passare degli anni. Essi riguardano principalmente gli ossidi di azoto (NO_x , che attaccano lo strato di ozono, oltre ad essere parzialmente responsabili delle piogge acide; il protossido d'azoto N_2O contribuisce anche all'effetto serra), gli idrocarburi incombusti (UHC – *Unburnt Hydrocarbons*), il monossido di carbonio (CO) presenti nel gas di scarico, nonché il *soot* e l'anidride solforosa SO_2 (principale causa delle piogge acide). Notiamo tuttavia che anche i principali prodotti di combustione, CO_2 ed H_2O , hanno importanti conseguenze ambientali, il primo perché contribuisce all'effetto serra, il secondo perché l'acqua rilasciata ad alta quota cristallizza a causa delle basse temperature, formando nubi alte che bloccano la luce solare ed ostacolano il processo di rigenerazione dell'ozono stratosferico (per la verità H_2O è anch'esso un gas di serra, ma a causa della notevole quantità già presente nell'atmosfera, l'effetto delle emissioni è di importanza secondaria rispetto a quello della CO_2 , che è invece presente nell'aria in concentrazione molto bassa). Le concentrazioni delle specie citate nei gas di scarico dipendono dalle modalità di funzionamento del combustore (T_{max} , η_b , lunghezza, tempo di residenza, ...). Rispetto alle azioni da prendere per contenere le emissioni, possiamo dividere i principali inquinanti emessi in tre classi. Una prima classe comprende CO, UHC e *soot*, che risultano da una combustione incompleta; per contenerne le emissioni si può aumentare la temperatura di combustione (il che favorisce l'ossidazione di queste specie), e/o allungare i tempi di permanenza in camera di combustione (con il medesimo obiettivo). Queste soluzioni comportano però un incremento delle emissioni di una seconda classe di inquinanti, gli ossidi di azoto, per contenere le quali occorre invece limitare la temperatura ed il tempo di residenza. Il contenimento simultaneo delle emissioni di queste due classi di inquinanti comporta perciò che la combustione avvenga in un ristretto campo di temperatura, entro il quale le emissioni di ambedue le classi sono accettabili. Inoltre, poiché la temperatura è più bassa vicino alle pareti della camera (che sono raffreddate), in prossimità di esse si ha una significativa formazione di CO, UHC e *soot*; conviene allora adottare combustori con un basso rapporto area/volume, e questo favorisce camere anulari rispetto a quelle tubolari. Una terza classe di inquinanti

è costituita dall'anidride solforosa; l'unica cosa che si può fare per limitarne le emissioni è ridurre il contenuto di zolfo del combustibile mediante pre-trattamento in raffineria.

Distribuzione di Temperatura

È molto importante che la distribuzione trasversale di temperatura all'uscita della camera di combustione sia quanto più uniforme possibile, per evitare picchi di temperatura localizzati sulle palette della turbina, che ne riducono grandemente la durata, come pure per far sì che la temperatura rimanga entro i limiti accettabili per le emissioni di inquinanti. Le prestazioni migliori si hanno se la $\overline{T_4}$ (temperatura media del gas all'uscita del combustore) è quanto più prossima possibile a quella massima tollerabile dalla palettatura della turbina. Se la distribuzione di T_4 non è uniforme, per evitare di danneggiare le palette bisognerà ridurre la $\overline{T_4}$. Un efficace miscelamento di combustibile ed aria migliora la distribuzione di T_4 , ma aumenta le perdite di pressione totale (vedi sotto). L'indice usato per quantificare l'uniformità della distribuzione di temperatura è il *pattern factor*, definito come

$$\frac{T_{4,max} - T_{4,min}}{\overline{T_4} - T_3} \quad (10.66)$$

ossia come rapporto fra la massima e la minima temperatura sulla sezione di uscita del combustore, ed il salto di temperatura attraverso di esso (ove si fa riferimento alla temperatura *media* di uscita).

Perdite di Pressione totale

Sono state tenute in conto introducendo il rendimento pneumatico del combustore $\eta_{pb} = p_{04}/p_{03}$. Possono essere distinte in:

- Perdite per adduzione di calore.

Abbiamo visto nel cap. 2 che in assenza di attrito (il cui effetto è valutato separatamente sotto) l'analisi unidimensionale indica che per un flusso non adiabatico si ha $dp_0/p_0 = -0.5 \gamma M^2 d\tau_q/h_0$. Per avere una prima idea di quanto questo effetto possa essere importante in un combustore, si può fare l'ipotesi di M costante nel combustore (ciò implica un condotto divergente per compensare l'effetto di accelerazione dovuto all'adduzione di calore). In tal caso:

$$\eta_{pb} = \frac{p_{04}}{p_{03}} = \left(\frac{T_{04}}{T_{03}} \right)^{-\frac{\gamma M^2}{2}} \quad (10.67)$$

Per esempio, per $M = 0.2$ e $T_{04}/T_{03} = 2$ si ha $\eta_{pb} = 0.98$.

- Perdite per miscelamento.
- Perdite per attrito; si è visto nel cap. 2 che questo effetto comporta una perdita relativa di pressione totale $dp_0/p_0 = -\gamma M^2 dF_{attr}/(\rho u^2 A)$.

I combustori moderni hanno perdite di pressione totale tra il 2 e il 7%. In particolare, a seconda del tipo di combustore, si ha (molto indicativamente): tubolare 7%; misto 6%; e anulare 5%.

Stabilità della combustione e spegnimento

Si vuole mantenere la combustione stabile, ed in particolare evitare l'evenienza del *blow off*, ossia di spegnimento del combustore dovuto al fatto che la fiamma viene soffiata via ed espulsa dal combustore stesso. Questa situazione è assolutamente da evitare perché i motori aeronautici non hanno la possibilità di riaccensione in volo, in particolare a causa dei limiti sull'infiammabilità della miscela.

Affidabilità

Per quanto essa non dipenda ovviamente solo dal combustore, essa viene attualmente quantificata nell'obiettivo di conseguire una singola eventualità di dover spegnere il motore in volo per milione di ore di operazione. Al momento attuale si è a circa 1.2 spegnimenti in volo per milione di ore.

Domande di verifica

- 10.1 Cosa si intende per rapporto di miscela stechiometrico?
- 10.2 Cosa si intende per rapporto di equivalenza?
- 10.3 Quando una miscela si definisce ricca? e quando povera? In un turbogetto semplice la miscela è ricca o povera? Perché?
- 10.4 Il rapporto di equivalenza è più alto in un turbogetto semplice o in uno statoreattore?
- 10.5 Perché in un combustore il flusso si divide in una zona primaria e una secondaria? Qual'è il valore del rapporto di miscela nelle due zone?
- 10.6 Quali sono i processi che deve subire il combustibile dal momento dell'iniezione alla reazione con l'aria?
- 10.7 Descrivere le principali tipologie di camere di combustione impiegate in aeronautica.
- 10.8 Indicare almeno tre tra i principali parametri che misurano la prestazione del combustore di un turbogetto.
- 10.9 Quali sono le principali ragioni che possono condurre a perdite di pressione totale nella camera di combustione?
- 10.10 Perché si vogliono ottenere flussi ricircolanti nelle camere di combustione nonostante questi inducano perdite di pressione totale?
- 10.11 Cosa si intende per rendimento di combustione (η_b)? Perché si ha $\eta_b < 1$?

Esercizi svolti

- 10.1 Calcolare la composizione e la massa molare dei prodotti di reazione di cherosene ed aria per $\varphi = 0,3$, sotto le assunzioni del modello *mixed is burnt*.
R.
Essendo $\varphi < 1$, occorre applicare la (10.43), che indica i seguenti prodotti per un kg di cherosene bruciato

$$0,0709 \text{ CO}_2 + 0,07358 \text{ H}_2\text{O} + 2,333 \cdot 0,1077 (\text{O}_2 + 3,76 \cdot \text{N}_2) =$$

$$0,0709 \text{ CO}_2 + 0,07358 \text{ H}_2\text{O} + 0,2513 \cdot \text{O}_2 + 0,9449 \cdot \text{N}_2 \quad (10.68)$$

Il numero complessivo di moli dei prodotti risulta pertanto $n_{prod} = 0,0709 + 0,07358 + 0,2513 + 0,9449 = 1,3406$, e quindi le frazioni molari dei singoli prodotti sono esprimibili come $X_{\text{CO}_2} = 0,0709/n_{prod} = 0,0529$, $X_{\text{H}_2\text{O}} = 0,07358/n_{prod} = 0,05488$, $X_{\text{O}_2} = 0,2513/n_{prod} = 0,18744$, $X_{\text{N}_2} = 0,9449/n_{prod} = 0,70478$. La massa molare dei prodotti si ricava quindi dalla (10.3), $\mathcal{M} = X_{\text{CO}_2} \mathcal{M}_{\text{CO}_2} + X_{\text{H}_2\text{O}} \mathcal{M}_{\text{H}_2\text{O}} + X_{\text{O}_2} \mathcal{M}_{\text{O}_2} + X_{\text{N}_2} \mathcal{M}_{\text{N}_2} = 29,058 \text{ kg/kmol}$.

- 10.2** Sempre sotto l'assunzione che il rapporto di equivalenza valga $\varphi = 0,3$, ed assumendo che il velivolo voli ad un numero di Mach $M_0 = 0,8$ alla quota di 11000 m (ove $T_a = 216,77 \text{ K}$), ed il motore sia dotato di una presa dinamica di rendimento isentropico $\eta_d = 0,9$, di un compressore con rapporto di compressione $\beta_c = 15$ e rendimento isentropico $\eta_c = 0,9$, e di un combustore di rendimento $\eta_b = 0,98$, determinare le temperature in ingresso ed uscita dalla camera di combustione. Si assuma $Q_f = 43 \text{ MJ/kg}$, $c_p = 1004,5 \text{ J/(kg K)}$, $\gamma = 1,4$.

R.

Determiniamo la temperatura all'uscita della presa d'aria come $T_2 = (1 + \eta_d \delta M_0^2) T_a = 241,74 \text{ K}$, quella all'uscita del compressore (uguale a quella all'ingresso della camera di combustione) come $T_3 = T_2 [1 + (\beta_c^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)/\eta_c] = 555,4 \text{ K}$. La temperatura all'uscita della camera si ottiene dalla (10.61) dove $f = \varphi f_{st}$ per la (10.19), con f_{st} dato dalla (10.37), per cui $T_4 = T_3 + \varphi f_{st} \eta_b Q_f / c_p = 1405 \text{ K}$.

- 10.3** Con riferimento al caso precedente, determinare la caduta di pressione dovuta all'adduzione di calore in camera di combustione, supponendo che il numero di Mach possa essere considerato costante pari a 0,1 entro la camera stessa.

R.

Dalla (10.67) si ha $\eta_{pb} = (T_{04}/T_{03})^{-\gamma M^2/2} = (T_4/T_3)^{-\gamma M^2/2} = (1405/555,4)^{-0,007} = 0,9935$.

Capitolo 11

Presa Dinamica

La presa dinamica (o presa d'aria, in inglese *inlet* o *air intake*, o anche *diffuser*, diffusore) è il primo componente che il flusso incontra nella sua evoluzione attraverso il propulsore. Essa può essere trovata in tutti gli esoreattori esaminati finora ed è posizionata in modo da fornire la minima resistenza esterna. Il compito della presa d'aria è quello di convogliare il flusso in modo uniforme ed a bassa velocità al compressore (o al combustore nel caso dello statoreattore) senza provocare il distacco di strato limite (possibile perché con il rallentamento del flusso la pressione statica aumenta, e il flusso è quindi sottoposto ad un gradiente di pressione avverso). La presa d'aria deve essere progettata in modo da fornire al motore la portata richiesta ed inoltre in modo che all'uscita della presa dinamica il flusso che entra nel compressore sia uniforme, stabile e "di buona qualità". Quindi l'obiettivo è:

- rallentare il flusso (fino a $M = 0.4 \div 0.5$);
- aumentare la pressione;

Per quanto possibile questo risultato deve essere realizzato senza che le prestazioni vengano penalizzate, e quindi con:

- flusso uniforme all'uscita, cioè a monte del compressore;
- minime perdite di pressione totale;
- minima resistenza esterna;
- minimo peso (ossia minima lunghezza).

Le prestazioni inoltre non devono essere pregiudicate in presenza di un angolo di incidenza o di imbarcata. È utile osservare che la richiesta che il flusso sia uniforme a monte del compressore può essere anche più importante di quella di avere piccole perdite di pressione totale.

La presa dinamica è essenzialmente un condotto dove l'aria fluisce in condizioni stazionarie. Essa è progettata in base alle leggi della gasdinamica; poiché tali leggi hanno implicazioni diverse a seconda che il flusso entri nella presa in condizioni supersoniche o subsoniche, la principale classificazione delle prese dinamiche distingue tra

1. presa dinamica subsonica;
2. presa dinamica supersonica.

che verranno esaminate separatamente nel seguito.

11.1 Presenza dinamica subsonica

Si tratta di un componente importante, in quanto tutti i turboreattori dei velivoli civili e commerciali subsonici hanno prese d'aria di questo tipo. La prima caratteristica che deve avere una presa d'aria subsonica per rallentare il flusso può essere derivata dalle equazioni del flusso quasi-monodimensionale stazionario (vedi cap. 2):

$$\frac{dM}{M} = - \left[\frac{1 + \delta M^2}{1 - M^2} \right] \frac{dA}{A} + \left[\frac{\gamma M^2 (1 + \delta M^2)}{1 - M^2} \right] \frac{dF_{attr}}{\rho A u^2} \quad (11.1)$$

Come noto, questa relazione implica che nelle condizioni di flusso isentropico ($dF_{attr} = 0$) e subsonico ($M < 1$) ad un incremento d'area corrisponde un rallentamento del flusso ed un aumento di pressione statica. La presa d'aria, avendo lo scopo di rallentare il flusso (nelle condizioni di progetto, cioè di volo di crociera) avrà quindi una forma divergente. Nel caso reale (non isentropico) bisognerà anche considerare il termine $dF_{attr} \neq 0$. In questo caso il ruolo dell'attrito (che comporta un aumento di M se $M < 1$) fa sì che per ottenere la stessa variazione di M bisognerà adottare maggiori variazioni d'area.

Lo studio monodimensionale permette di studiare la variazione d'area ma non fornisce alcuna informazione sulla lunghezza della presa dinamica (cioè non dice nulla sul valore di dA/dx se non che i valori di tale derivata sono limitati perché l'approssimazione monodimensionale sia valida). Come già accennato, si desidera che questa lunghezza sia minima non solo per ragioni di peso ma anche perché siano minime le perdite di pressione totale. Si ricorda infatti (vedi cap. 2) che:

$$\frac{dp_0}{p_0} = -\frac{1}{8} \gamma M^2 f' \frac{P dx}{A} \quad (11.2)$$

e quindi la perdita di pressione totale è proporzionale alla lunghezza. Lo studio multidimensionale indica invece che a causa dell'esistenza di uno strato limite in presenza di gradiente di pressione avversa, bisognerà considerare per quanto possibile prese d'aria lunghe e cioè con gradienti di pressione piccoli per evitare i possibili rischi di separazione. Infatti in caso di separazione si avrebbero maggiori perdite di pressione totale, disuniformità del flusso, e la riduzione del rapporto d'area effettivo (la parte vicino alla parete, separando, non segue più il rapporto d'area geometrico).

Per evitare la separazione bisognerà fare in modo che il gradiente di pressione sia inferiore ad un valore $(dp/dx)_{max}$, che in genere viene determinato sperimentalmente, oltre il quale si ha appunto tendenza alla separazione. In pratica, se si considera una presa dinamica subsonica di forma tronco-conica, si è visto da studi sperimentali che l'angolo di semiapertura massimo del cono che può essere considerato è di 10° . Ovviamente questo valore è diverso a seconda del rapporto d'area considerato, ed in genere si adottano angoli compresi tra 5° e 7° .

Se si considera la condizione ideale di progetto, si vorrà che l'aria raggiunge la presa dinamica "indisturbata" e quindi nella sezione di ingresso sarà $M_1 = M_a$, e le variabili termodinamiche assumeranno valori pari a quelli dell'aria ambiente. In generale tuttavia le condizioni di volo e di potenza sono tali che questa condizione non è soddisfatta. Il tubo di flusso esterno assume quindi forme diverse (convergente o divergente, con diverso rapporto d'area) a seconda delle condizioni di volo e di potenza, e il rallentamento del flusso avviene parzialmente all'esterno (a monte) della presa d'aria e parzialmente all'interno, vedi Fig. 11.1.

Assegnati quota e velocità (cioè p_0 e T_0 , costanti nella presa dinamica nell'ipotesi di flusso isentrop-

ico) e portata \dot{m}_a richiesta dal motore, si può utilizzare la relazione tra \dot{m}_a , p_0 , T_0 e M :

$$\dot{m}_a = \frac{p_0 A M}{\sqrt{RT_0/\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (11.3)$$

per calcolare M_1 sostituendo $A = A_1$ (sezione di ingresso della presa dinamica) nella (11.3), e M_2 sostituendo $A = A_2$ (sezione di uscita della presa) nella (11.3). Dal numero di Mach di volo M_a si può inoltre ricavare la sezione del tubo di flusso all'infinito a monte, chiamata "area di cattura" A_a . Quindi M_1 può essere diverso dal Mach di volo M_a . Se $M_1 < M_a$, come accade ad alte velocità (o basse portate) il tubo di flusso a monte della presa d'aria è anch'esso divergente, vedi Fig. 11.1. A basse velocità (o elevate portate, cioè in condizioni di decollo o di salita) si ha $M_1 > M_a$, cioè il tubo di flusso a monte della presa d'aria è convergente e la velocità assume un massimo in corrispondenza della sezione d'ingresso della presa A_1 . $A_a > A_1$ implica che il flusso accelera esternamente, vanificando il

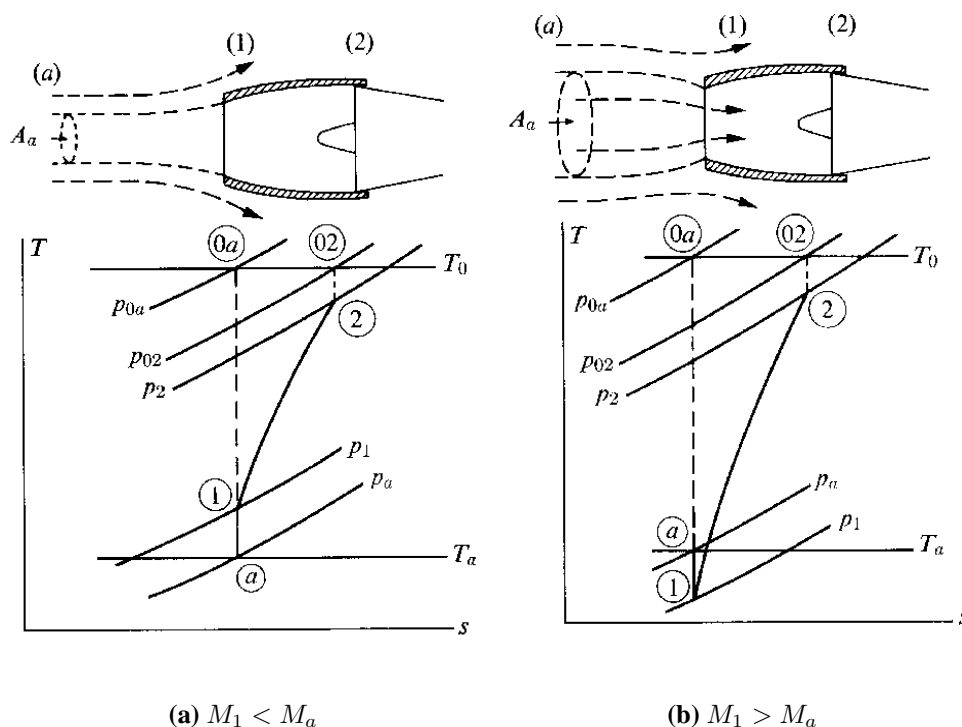


Figura 11.1: Evoluzione del flusso a monte di una presa d'aria subsonica.

lavoro del diffusore, ma ciò è necessario a basse velocità, mentre $A_a < A_1$ va evitato perché dà luogo a spillamento e ad accresciuta resistenza di installazione (vedi cap. 3). Idealmente deve essere $A_a = A_1$ nelle condizioni di progetto (crociera).

11.1.1 Prestazioni

Si è già parlato dei parametri che indicano l'efficienza di una presa dinamica. Si tratta di:

A) Rapporto tra le pressioni totali: $\varepsilon_d = \frac{p_{02}}{p_{0a}}$

B) Rendimento adiabatico:

$$\eta_d = \frac{T_{02'} - T_a}{T_{02} - T_a} = \frac{T_{02'}/T_a - 1}{T_{02}/T_a - 1} = \frac{\left(\frac{p_{02}}{p_a}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_a^2} = \frac{\varepsilon_d^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_a^2} \quad (11.4)$$

essendo $h_a + \frac{V^2}{2} = h_{0a} \Rightarrow T_{02} = T_{0a} = T_a \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2\right)$

Dalla Fig. 11.2 si vede che l'efficienza ε_d (e quindi il rendimento η_d) del diffusore diminuisce con il numero di Mach di volo.

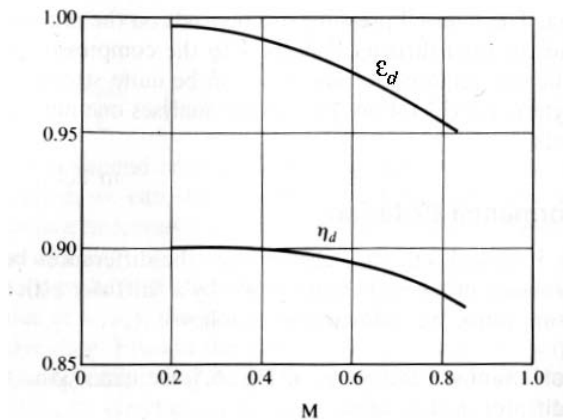


Figura 11.2: Rendimento di una presa dinamica subsonica in funzione del numero di Mach (adattato da [6]).

11.2 Presa Dinamica Supersonica

Anche nel caso di volo supersonico (tranne che per il caso dello scramjet) la presa d'aria dovrà essere in grado di rallentare l'aria che entra nel motore dalla velocità di volo (in questo caso supersonica) fino alle velocità subsoniche, dell'ordine di $M = 0.3 \div 0.4$, richieste dal compressore (o dal combustore, per un autoretore). Dalle relazioni del flusso quasi-monodimensionale isentropico (vedi (11.1) con $M > 1$ e $dF_{attr} = 0$), valide per un diffusore supersonico ideale (cioè appunto isentropico), si osserva che il condotto deve essere convergente per poter rallentare il flusso, mentre per un diffusore subsonico ideale deve essere divergente. Dopo aver rallentato il flusso a $M = 1$ con un condotto convergente, il rallentamento nel campo subsonico va quindi effettuato con un condotto divergente (Fig. 11.3). La soluzione isentropica per rallentare il flusso da supersonico fino alla velocità subsonica richiesta dal

compressore è dunque un condotto convergente–divergente. Fissato il Mach di volo di progetto M_a è fissata anche la geometria (i rapporti A_1/A_t e A_2/A_t essendo $M_1 = M_a$, $M_t = 1$ e M_2 pari al valore richiesto all’ingresso del compressore). Si tratta tuttavia di una soluzione solo teorica, utile a fare alcune

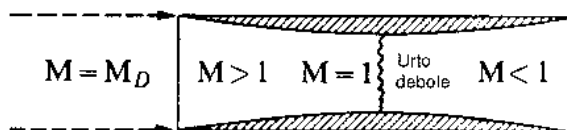


Figura 11.3: Presa dinamica supersonica convergente-divergente

considerazioni di carattere generale. Infatti una presa d’aria siffatta non è realizzabile perché in fase di avviamento (numero di Mach di volo inferiore a quello di progetto) il rapporto di aree (tra ingresso e gola) costruttivo risulta eccessivo, per cui il flusso raggiungerebbe la condizione di numero di Mach unitario prima di giungere alla gola, cosa non possibile, ed in realtà si instaura a monte dell’ingresso della presa un’onda d’urto (per poter spillare la portata in eccesso) che fa cadere l’ipotesi di isentropicità. Per conseguire le condizioni di funzionamento desiderate occorre portare il velivolo ad un numero di Mach di volo superiore a quello di progetto, fino a far ‘ingoiare’ l’urto, dopodiché si può decelerare fino alle condizioni di progetto; questa operazione (*overspeeding*) si dimostra quindi difficile già dalla semplice analisi quasi–monodimensionale [6], e comunque si potrebbe dimostrare che è teoricamente possibile solo per numeri di Mach di progetto inferiori a 2. In alternativa, si potrebbe far ricorso ad un meccanismo che permetta la variazione della geometria della presa d’aria.

Sono state studiate quindi altre possibili configurazioni. Nella pratica infatti non si può fare a meno di onde d’urto se si vogliono realizzare prese d’aria che risultino efficienti nelle diverse condizioni di volo, e che abbiano peso e ingombro (resistenza esterna) ridotti. Le principali soluzioni realizzate possono essere classificate come:

- presa ad onda d’urto normale (o presa Pitot);
- presa ad onde d’urto oblique a compressione esterna;
- presa ad onde d’urto oblique a compressione mista esterna/interna.

11.2.1 Presa dinamica ad onda d’urto normale

La presa d’aria supersonica ad onda d’urto normale (detta anche presa Pitot) è quella più semplice e leggera. Si tratta di una presa dinamica subsonica (divergente) che in condizioni di volo supersonico provoca la formazione davanti ad essa di un urto normale. La presenza di questa onda d’urto provoca una perdita di pressione totale che può essere calcolata dalle relazioni di salto:

$$\frac{p_{01}}{p_{0a}} = \left[\frac{(1 + \delta)M^2}{1 + \delta M^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{1 + \delta}{\gamma M^2 - \delta} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (11.5)$$

Come si può vedere da questa relazione, questa presa dinamica può essere considerata una soluzione accettabile (ed in tal caso è la preferita vista la semplicità) nel campo dei numeri di Mach lievemente

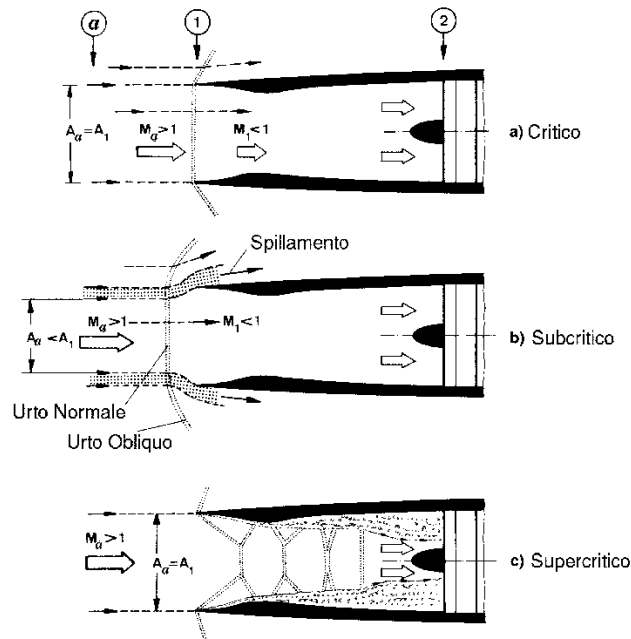


Figura 11.4: Presa dinamica ad urto normale (adattato da [8]).

supersonici $M \lesssim 1.7 \div 1.8$. In realtà fino a $M < 1.5$ le perdite di pressione totale attraverso l'urto restano inferiori al 10%, mentre diventano sempre più alte per valori superiori di M . Nel funzionamento fuori progetto la portata richiesta dal motore sarà diversa da quella di progetto (individuata dalle condizioni critiche, vedi Fig. 11.4a). Se la portata richiesta è inferiore a quella di progetto le perdite di pressione totale resteranno invariate e la presa d'aria potrà spillare la portata in eccesso attraverso un allontanamento verso l'esterno dell'onda d'urto dalla sezione di ingresso (condizioni subcritiche, vedi Fig. 11.4b). Bisogna invece evitare il funzionamento supercritico, quando la portata richiesta è maggiore di quella di progetto. Questo non è ovviamente possibile e quindi il sistema reagirà con il movimento dell'urto all'interno della presa dinamica che provoca una diminuzione di pressione totale p_0 (onda più intensa) e quindi della portata elaborata dal motore (si ricordi che $\dot{m} = \Gamma p_0 A_t / (RT_0)^{1/2}$).

Presenza dinamica ad onde d'urto oblique a compressione esterna

Le onde d'urto oblique sono meno intense di quelle normali. La stessa compressione effettuata con un'unica onda d'urto normale o con n onde d'urto oblique di uguali intensità (l'ultima è un urto normale di intensità pari a quella degli urti obliqui) dà luogo ad un rapporto di pressioni totali ε_d tanto più alto quanto più è alto n ($\varepsilon_d = 1$ per $n \rightarrow \infty \equiv$ compressione isentropica). Si osservi tuttavia che all'aumentare del numero degli urti la direzione del flusso all'uscita dell'ultima delle rampe che inducono tali urti è sempre più inclinata rispetto alla direzione assiale, per cui si hanno perdite più alte nella parte subsonica della presa, che deve riportare il flusso nella direzione assiale. Questo comporta un ottimo del numero di urti a seconda del numero di Mach di volo. Le prese d'aria ad onde d'urto oblique sono quindi comunemente utilizzate nel campo delle elevate velocità supersoniche. È interessante osservare che grazie al fatto che la compressione avviene esternamente, il flusso può adattarsi alle diverse velocità di volo e quindi questa famiglia di prese dinamiche supersoniche non presenta il problema dell'avviamento tipico della presa convergente-divergente.

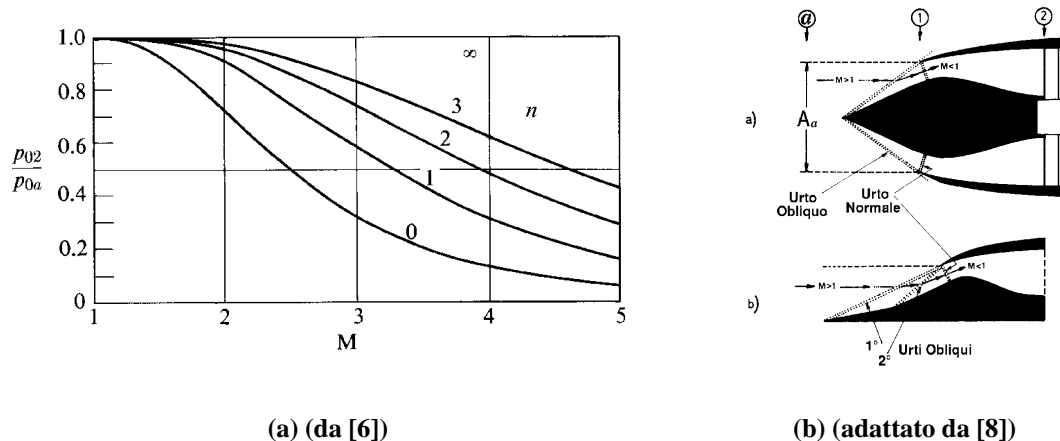


Figura 11.5: Presa dinamica ad onde d'urto oblique a compressione esterna.

Presenza ad onde d'urto oblique a compressione mista esterna/interna

Come (in parte) osservato sopra, la lunghezza della presa e l'angolo di rotazione del flusso (quindi peso e ingombro) crescono al crescere di n . La presenza di sola compressione esterna può portare quindi a rotazioni troppo elevate del flusso con conseguenti perdite in termini di resistenza interna. Si può considerare allora una presa a compressione mista, in cui si ha una prima decelerazione del flusso supersonico mediante un condotto convergente, senza però arrivare fino a numero di Mach unitario come nel caso delle prese convergenti-divergenti; per la successiva decelerazione si ricorre invece a rampe che inducono urti obliqui. Ovviamente per volo subsonico la parte iniziale della presa, convergente, porta ad una diminuzione (anziché ad un innalzamento, come desiderato) di pressione, per cui in ogni caso il rendimento risulta sensibile al numero di Mach di volo.

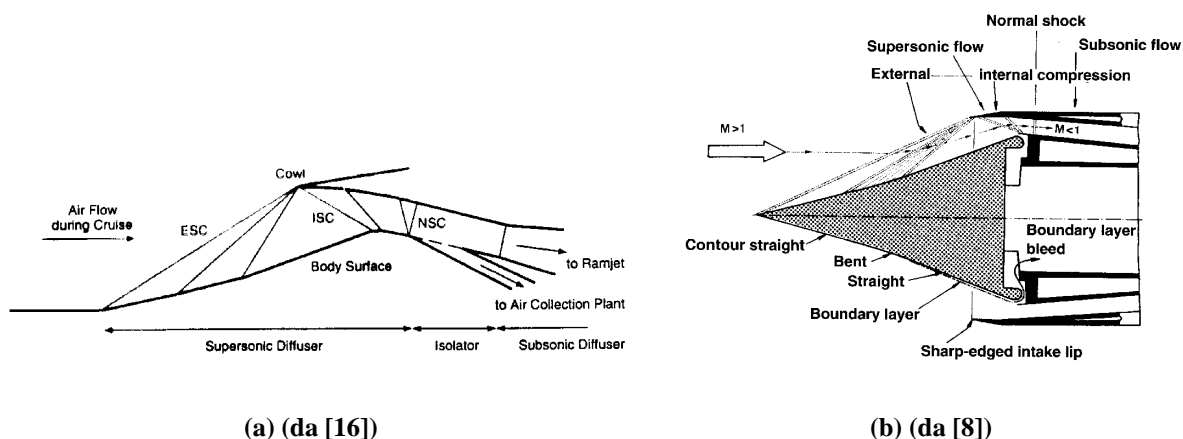


Figura 11.6: Presa ad onde d'urto oblique a compressione mista esterna/interna.

Domande di verifica

- 11.1 Dove è posizionata la presa dinamica (rispetto agli altri componenti del motore)?
- 11.2 Quale obiettivo si vuole realizzare con la presa dinamica?
- 11.3 Che forma ha una presa dinamica subsonica?
- 11.4 Si disegni nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso attraverso una presa dinamica, distinguendo i valori delle grandezze statiche e delle grandezze totali. Si consideri il caso in cui l'area di cattura è inferiore all'area della sezione di ingresso. In quali condizioni operative si può verificare tale flusso?
- 11.5 Si disegni nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso attraverso una presa dinamica, distinguendo i valori delle grandezze statiche e delle grandezze totali. Si consideri il caso in cui l'area di cattura è superiore all'area della sezione di ingresso. In quali condizioni operative si può verificare tale flusso?
- 11.6 Quali sono i principali modi di esprimere le prestazioni della presa dinamica? Ricavare la relazione tra di essi.
- 11.7 Si indichino i principali tipi di presa dinamica impiegati su veicoli supersonici.
- 11.8 Qual'è (o quali sono) la forma geometrica di una presa dinamica supersonica ideale (isentropica)? Discuterne brevemente i limiti principali.
- 11.9 Si consideri una presa dinamica ad urto normale. Quali sono la forma geometrica e il campo di applicazione?
- 11.10 Quali sono i vantaggi di una presa dinamica supersonica ad urti obliqui?
- 11.11 Quali sono i vantaggi della compressione esterna in una presa dinamica supersonica?

Esercizi svolti

- 11.1 Si effettui il dimensionamento di massima di una presa dinamica subsonica (a sezione circolare) che in condizioni di progetto deve essere in grado di smaltire una portata di 100 kg/s. All'ingresso del compressore si vuole $M_2 = 0.4$. Le condizioni di volo di progetto sono $z = 6000$ m e $M = 0.85$. Si consideri il semiangolo di divergenza costante e pari a 6° e il rendimento adiabatico pari a $\eta_d = 0.9$.

R.

Bisogna calcolare area della sezione di ingresso, area della sezione di uscita e lunghezza della presa dinamica. A causa della nonisentropicità non si può utilizzare direttamente la legge delle aree. Si calcolano allora le condizioni del flusso in 1 e 2 a partire dalle condizioni di volo, la conservazione dell'entalpia totale e la conservazione della massa.

$$T_a = 249.2 \text{ K}; p_a = 47.22 \text{ kPa}; \rho_a = 0.66 \text{ kg/m}^3$$

Nelle condizioni di progetto l'area di cattura A_a è uguale a quella della sezione di ingresso nella

presa d'aria (A_1) e quindi $T_1 = T_a$, $p_1 = p_a$ e $\rho_1 = \rho_a$.

Si calcolano le grandezze totali in 1:

$$T_{01} = T_{02} = T_1(1 + \delta M_1^2) = 285.2 \text{ K}; p_{01} = p_1(T_{01}/T_1)^{(\gamma/(\gamma-1))} = 75.73 \text{ kPa}$$

Per il calcolo della pressione totale in 2 si considera il rendimento adiabatico:

$$\eta_d = (T_{02'} - T_1)/(T_{02} - T_1) \Rightarrow T_{02'} = 281.6 \text{ K} \Rightarrow p_{02} = p_1(T_{02'}/T_1)^{(\gamma/(\gamma-1))} = 72.43 \text{ kPa}$$

Essendo noto M_2 si possono calcolare T_2 , p_2 e ρ_2 :

$$T_2 = T_{02}/(1 + \delta M_2^2) = 276.36 \text{ K}; p_2 = p_{02}(T_2/T_{02})^{(\gamma/(\gamma-1))} = 64.87 \text{ kPa}$$

$$\rho_2 = p_2/(RT_2) = 0.818 \text{ kg/m}^3$$

I valori delle velocità nella sezione di ingresso e uscita dalla presa dinamica sono:

$$u_1 = M_1\sqrt{\gamma RT_1} = 269.0 \text{ m/s} \text{ e } u_2 = M_2\sqrt{\gamma RT_2} = 133.3 \text{ m/s}$$

$$\text{Quindi } A_1 = \dot{m}_a/(\rho_1 u_1) = 0.563 \text{ m}^2 \text{ e } A_2 = \dot{m}_a/(\rho_2 u_2) = 0.917 \text{ m}^2$$

$$\phi_1 = \sqrt{4A_1/\pi} = 0.847 \text{ m} \text{ e } \phi_2 = \sqrt{4A_2/\pi} = 1.081 \text{ m}$$

Essendo noto il semiangolo di divergenza θ si ha:

$$l = (r_2 - r_1)/\tan \theta = 0.5(\phi_2 - \phi_1)/\tan \theta = 1.11 \text{ m}$$

Esercizi proposti

11.2 Calcolare l'area della sezione di ingresso, della sezione di gola e della sezione di uscita di una presa dinamica isentropica convergente divergente, disegnata per operare in condizioni di progetto a $M = 2.5$ a $z = 15000 \text{ m}$ con una portata $\dot{m}_a = 50 \text{ kg/s}$ e con $M = 0.3$ all'ingresso del compressore.

$$\text{R. } A_1 = 0.348 \text{ m}^2; A_t = 0.132 \text{ m}^2; A_2 = 0.268 \text{ m}^2.$$

11.3 Si effettui il dimensionamento di massima di una presa dinamica subsonica (a sezione circolare) che in condizioni di progetto deve essere in grado di smaltire una portata di 50 kg/s . All'ingresso del compressore si vuole $M_2 = 0.3$. Le condizioni di volo di progetto sono $z = 10000 \text{ m}$ e $M = 0.85$. Si consideri il semiangolo di divergenza costante e pari a 5° ed il rapporto tra le pressioni totali pari a $\varepsilon_d = 0.96$.

$$\text{R. } \phi_1 = 0.777 \text{ m}; \phi_2 = 1.121 \text{ m}; l = 1.966 \text{ m}$$

11.4 Calcolare l'area della sezione di ingresso, della sezione di gola e della sezione di uscita di una presa dinamica isentropica convergente divergente, disegnata per operare in condizioni di progetto a $M = 1.5$ a $z = 10000 \text{ m}$ con una portata $\dot{m}_a = 60 \text{ kg/s}$ e con $M = 0.4$ all'ingresso del compressore.

$$\text{R. } A_1 = 0.323 \text{ m}^2; A_t = 0.274 \text{ m}^2; A_2 = 0.436 \text{ m}^2.$$

11.5 Si effettui il dimensionamento di massima di una presa dinamica supersonica ad urto normale (a sezione circolare) che in condizioni di progetto ($M = 1.8$ a $z = 12000 \text{ m}$) deve essere in grado

di smaltire una portata di 20 kg/s. Si consideri il semiangolo di divergenza costante e pari a 5° , $M = 0.4$ all'ingresso del compressore, e flusso isentropico ovunque tranne che attraverso l'onda d'urto. Si calcolino inoltre i valori di ε_d e di η_d .

R. $r_1 = 0.196$ m; $r_2 = 0.228$ m; $l = 0.365$ m; $\varepsilon_d = 0.813$; $\eta_d = 0.85$.

Capitolo 12

Ugello

12.1 Generalità

L'ugello è il componente dei motori a getto nel quale si ha trasformazione di energia termica in energia cinetica al fine di produrre la spinta mediante l'espulsione di fluido propulsivo ad alta velocità. Tale trasformazione avviene attraverso un processo di espansione, per cui il processo di cui sopra risulta controllato dalla pressione.

Il comportamento dell'ugello può essere studiato in prima approssimazione attraverso le equazioni del flusso quasi-monodimensionale, sotto le ipotesi di flusso isentropico, stazionario, e di fluido propulsivo assimilabile ad un gas ideale. Come è stato già visto, queste equazioni permettono di ricavare una relazione tra le condizioni di flusso e la geometria del condotto. In particolare, la geometria dell'ugello stabilisce la portata in massa di fluido che può scorrere attraverso il motore.

Si utilizzano differenti tipi di ugello a seconda delle applicazioni. In particolare, nelle applicazioni aeronautiche (cioè nei differenti motori della famiglia dei turbogas), l'ugello è posizionato a valle della turbina, ed il suo ruolo, pur rimanendo qualitativamente lo stesso, risulta quantitativamente diverso a seconda che il motore sia uno statoreattore, un turbogetto, un turbofan, un turboelica od un turboalbero. Infatti nello statoreattore l'intero salto entalpico $h_4 - h_9$ viene sfruttato nell'ugello, mentre nei turbogetti solo il salto entalpico $h_5 - h_9$ è utilizzato nell'ugello – espandendo il fluido sostanzialmente fino alla pressione ambiente, in quanto il salto $h_4 - h_5$ è utilizzato in turbina per produrre il lavoro necessario ad azionare il compressore. L'entità del salto $h_4 - h_5$ utilizzata in turbina risulta maggiore per i turbofan (nei quali la turbina deve azionare, oltre al compressore, anche il fan), ed in particolare nei turboelica rappresenta, come abbiamo visto, una gran parte del salto entalpico disponibile. Nei turboalbero poi l'intero salto entalpico disponibile è utilizzato in turbina, per cui in questo caso l'ugello funge semplicemente da condotto di scarico.

Per le applicazioni aeronautiche, attualmente un notevole sforzo è dedicato a ridurre il rumore derivante dal getto. In questo contesto, è stato recentemente proposta l'adozione dei cosiddetti *chevron nozzles*, vedi Fig. 12.1, che consentono di ridurre significativamente la rumorosità, con una perdita di spinta limitata allo 0.25% circa.

In ogni caso il flusso all'uscita della turbina si trova a pressione più elevata di quella ambiente, ed a bassa velocità (regime subsonico). Lo studio dei flussi quasi-monodimensionali isentropici indica che per accelerare questo flusso subsonico la geometria del condotto deve essere convergente. Si considerano quindi nel seguito dapprima gli ugelli puramente convergenti, ampiamente utilizzati nei motori degli aviogetti commerciali.



Figura 12.1: Ugelli sperimentali per la riduzione del rumore (“chevron nozzles”, da <http://www.aerospace.nasa.gov/library/ar2001/arhtml>).

12.2 Ugello convergente

Finora nello studio dei propulsori si è parlato di ugello adattato o, in alcuni casi, di ugello non adattato che espande fino a $u = u_e$ con $p_e \neq p_a$.

Per comprendere il comportamento di un ugello convergente, si supponga che la pressione totale a monte dell’ugello, indicata con p_0 , sia assegnata, mentre la pressione ambiente p_a viene fatta variare. Assumendo flusso isentropico si ha che la portata in massa attraverso l’ugello è data da (facendo riferimento alla sezione di gola dell’ugello – cioè di area minima – designata con l’indice t)

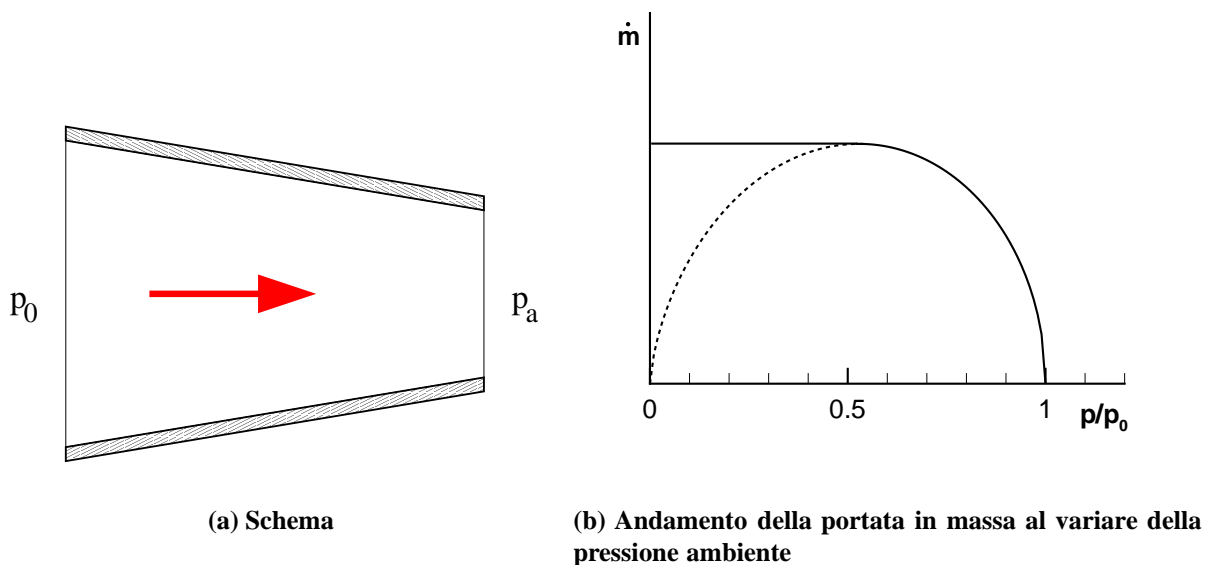


Figura 12.2: Ugello convergente.

$$\dot{m} = \rho u A = \rho_t u_t A_t = \frac{p_t M_t A_t}{\sqrt{RT_t/\gamma}} = \frac{p_0 A_t}{\sqrt{RT_0/\gamma}} \left(\frac{p_t}{p_0}\right) \left(\frac{T_0}{T_t}\right)^{\frac{1}{2}} M_t \quad (12.1)$$

dove la velocità è stata espressa come prodotto del numero di Mach per la velocità del suono, e la densità attraverso l'equazione di stato dei gas ideali. E' poi possibile mettere in relazione i valori locali temperatura e pressione attraverso le espressioni

$$\left(\frac{p_0}{p_t}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{T_0}{T_t}\right) = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2 \quad (12.2)$$

da cui si può esprimere il numero di Mach in gola come

$$M_t = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_0}{p_t}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (12.3)$$

per cui la portata in massa viene espressa in funzione della pressione p_t in corrispondenza alla sezione di gola (che per un ugello convergente coincide con quella di uscita) nella forma

$$\dot{m} = \frac{p_0 A_t}{\sqrt{RT_0}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (12.4)$$

Perché ci sia flusso (verso l'esterno) la pressione ambiente deve essere inferiore a quella di ristagno a monte dell'ugello, ossia $p_a/p_0 < 1$. Considerando valori decrescenti di p_a/p_0 , a partire da 1, si osserva che \dot{m} cresce al diminuire di p_a/p_0 fino a raggiungere un massimo. Tale massimo si ha per

$$\frac{d\dot{m}}{d(p_t/p_0)} = 0 \quad (12.5)$$

ossia

$$\frac{d}{d(p_t/p_0)} \left\{ \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\} = 0 \quad (12.6)$$

dalla quale si ricava la condizione

$$\left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \Rightarrow M_t = 1 \quad (12.7)$$

ossia che il flusso sia sonico sulla sezione di gola (coincidente con quella di uscita). Continuando a diminuire p_a/p_0 , la (12.4) prevede che la portata diminuisca secondo il ramo decrescente tratteggiato in figura. Tuttavia, quello che invece si osserva sperimentalmente quando p_a/p_0 è ulteriormente ridotto al di sotto del valore che dà il massimo, è che la portata resta costante al valore massimo. Questo perché quando \dot{m} raggiunge il massimo si ha $M_t = 1$, e quindi ulteriori diminuzioni di p_a non possono essere avvertite dal flusso a monte, che rimane inalterato. Infatti, tali perturbazioni non possono più risalire a

monte entro l'ugello in quanto la velocità all'uscita è pari alla velocità del suono (con la quale appunto si propagano le perturbazioni). Quindi in particolare p_t resta costante al valore (12.7). Quindi per avere flusso sonico in gola, il valore di p_a/p_0 dovrà essere inferiore od al più uguale a

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.528 \quad (\text{per } \gamma = 1.4) \quad (12.8)$$

Se $p_a/p_0 \leq p^*/p_0$ l'ugello si dice saturato (o in *choking*), la pressione nella sezione di uscita è quindi pari a quella critica (indicata con l'asterisco).

La legge delle aree per flussi isentropici in condotti quasi-monodimensionali d'a, vedi (2.32)

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \delta M^2}{1 + \delta}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (12.9)$$

che correla quindi il rapporto tra area della sezione generica e della sezione critica, al valore di M nella sezione generica considerata.

I propulsori a getto per aerei subsonici hanno, come detto, ugelli convergenti. Se si riprende l'espressione della spinta a punto fisso:

$$F = \dot{m}_a u_e + (p_e - p_a) A_e \quad (12.10)$$

si osserva che, fissate le condizioni a monte (p_0, T_0), la spinta cresce sempre al diminuire della pressione ambiente p_a . Possono verificarsi due differenti condizioni operative:

- se $p_a > p^*$, l'ugello è adattato. Essendo infatti il numero di Mach di uscita inferiore ad uno, sarà necessariamente $p_e = p_a$, quindi $F = \dot{m}_a u_e$. La portata in massa \dot{m}_a e la velocità d'uscita u_e crescono al diminuire di p_a :
- se $p_a \leq p^*$, l'ugello è saturato, ossia la portata in massa ha raggiunto il massimo valore possibile, ed il valore del numero di Mach in uscita è pari ad uno; anche la velocità in uscita ha raggiunto il massimo. Quindi, la spinta impulsiva $\dot{m}_a u_e$ rimane costante, mentre la spinta di pressione $(p_e - p_a) A_e$ cresce al diminuire della pressione ambiente (p_e ed A_e risultano costanti).

12.3 Ugello convergente–divergente

Quando il rapporto tra la pressione ambiente e la pressione totale all'uscita della turbina è significativamente minore di quello dato dalla (12.8), risulta conveniente utilizzare un ugello convergente–divergente per poter sfruttare più completamente il salto entalpico disponibile, vedi anche cap. 16, fig. 16.5 in particolare. Se il flusso nella sezione di gola, al termine della parte convergente dell'ugello, risulta critico (numero di Mach pari ad uno), per poter continuare l'espansione è necessario ricorrere ad un'ulteriore porzione di ugello, questa volta con pareti divergenti (si ricordi che per un flusso supersonico la velocità aumenta se l'area della sezione cresce). Quindi per accelerare il flusso a velocità supersoniche occorre un condotto convergente–divergente, il cosiddetto *ugello de Laval*. In Fig. 12.3 viene studiato il comportamento di un ugello siffatto al variare del rapporto p_a/p_0 .

Osserviamo innanzitutto che se la pressione ambiente p_a è uguale alla pressione totale, quindi alla pressione a monte dell'ugello (ove le velocità sono ancora basse, per cui la pressione statica quasi coincide con quella totale), non sussistendo una differenza di pressione attraverso l'ugello, evidentemente

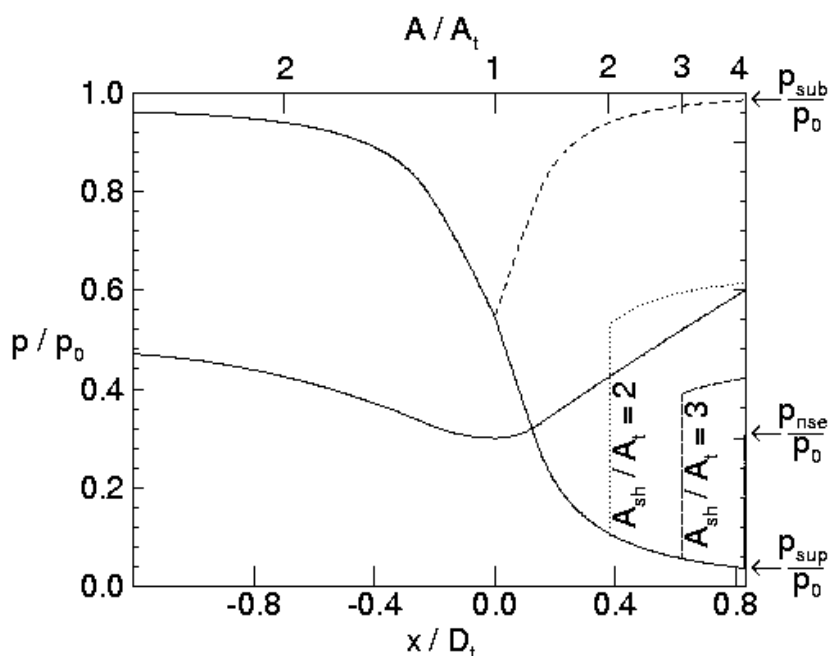


Figura 12.3: Andamento della pressione statica lungo un ugello convergente-divergente (con gola critica), per diversi valori del rapporto pressione ambiente/pressione totale.

non c'è flusso (se poi addirittura fosse $p_a > p_0$ si avrebbe flusso dall'ambiente verso l'ugello). Per valori di p_a poco inferiori a p_0 , il flusso è subsonico lungo tutto l'ugello: la velocità va aumentando nella parte convergente dell'ugello, raggiunge un massimo (subsonico) in gola, e poi diminuisce nuovamente nel divergente (essendo appunto il flusso ancora subsonico). Quando, al diminuire della p_a , si raggiungono condizioni soniche in gola, la successiva evoluzione del flusso nel divergente può avvenire o attraverso una compressione subsonica, nel qual caso la pressione all'uscita dell'ugello è qui indicata come p_{sub} , oppure attraverso un'espansione supersonica, nel qual caso la pressione in uscita è indicata come p_{sup} . È quindi possibile avere, per flusso isentropico, critico in gola, solo due possibili valori della pressione in uscita, p_{sub} oppure p_{sup} ; quale delle due condizioni (flusso rispettivamente subsonico o supersonico nel divergente) si stabilirà dipende dal valore della pressione ambiente. Se $p_a = p_{sub}$ si avrà evidentemente la soluzione subsonica nel divergente, mentre per $p_a = p_{sup}$ si instaurerà evidentemente la soluzione supersonica. Si noti che nelle condizioni sinora esaminate l'ugello è adattato, in quanto si è assunto che la pressione ambiente sia pari a quella di uscita dall'ugello. Se però $p_a \leq p_{sup}$, il flusso nel divergente non sarà in alcun modo alterato, in quanto le perturbazioni di pressione che provengono dall'ambiente non riescono a risalire entro l'ugello, essendo il flusso appunto supersonico. La pressione in uscita però non è più uguale a quella ambiente, per cui l'ugello non è più adattato; si parla di condizioni di *ugello sottoespanso* (perché il flusso è espanso meno di quanto richiede la condizione di adattamento). In queste condizioni quindi la portata in massa e la velocità all'uscita dell'ugello restano invariate, per cui la spinta impulsiva $\dot{m}_a u_e$ non varia, mentre nasce un termine di spinta di pressione $A_e(p_e - p_a)$. La possibilità di una biforcazione della soluzione deriva dal fatto che la soluzione in corrispondenza alla gola dell'ugello, quando questa è critica, assume la forma indeterminata $0/0$, vedi (2.21) e Tab. 2.1, e quindi non dipende più solo dalle condizioni a monte, ma anche da quelle di pressione a valle (cioè dalla pressione ambiente).

Per $p_{sub} < p_a < p_0$ si ha flusso subsonico lungo tutto l'ugello.

Resta da acclarare cosa accade quando la pressione ambiente assume valori compresi tra p_{sup} e p_{sub} , nel qual caso si parla di *ugello sovraespanso* (in quanto l'espansione dell'ugello è proseguita oltre la condizione di adattamento). In queste condizioni *non* può aversi una soluzione isentropica; per far sì che la pressione all'uscita dell'ugello eguagli il valore della pressione ambiente, dovrà necessariamente instaurarsi un urto entro la parte divergente dell'ugello. Per urto normale, a valle dell'urto stesso il flusso è nuovamente subsonico, per cui continuando a scorrere entro un condotto divergente subirà una ricompressione, fino a portarsi, in corrispondenza alla sezione di uscita, ad una pressione pari alla pressione ambiente. È quindi la condizione di uguaglianza della pressione di uscita con la pressione ambiente la condizione che determina la posizione dell'urto nella parte divergente dell'ugello. Nella Fig. 12.3 sono indicati due possibili andamenti della pressione lungo l'ugello, in corrispondenza a due diversi valori del rapporto A_{sh}/A_t tra area della sezione dove si instaura l'urto, ed area di gola. Ovviamente attraverso l'urto si ha un forte incremento della pressione statica, come si nota dalla figura, ma anche una perdita di pressione totale, con conseguenze negative sulle prestazioni del motore. Una situazione limite si ha quando l'urto normale si localizza in corrispondenza alla sezione di uscita dell'ugello; indichiamo con p_{nse} la pressione a valle dell'urto che si ha in questo caso (*nse* sta per *normal shock at exit*). Possiamo allora precisare quanto detto sopra: quando la pressione ambiente è compresa tra p_{sup} e p_{nse} si ha formazione di un urto *esterno* all'ugello (che quindi non comporta ripercussioni sul flusso entro l'ugello; in particolare, si possono continuare ad usare tutte le espressioni valide per flusso isentropico per determinare la spinta), mentre quando la pressione ambiente è compresa tra p_{nse} e p_{sub} l'urto si localizza internamente all'ugello (e quindi non si possono più usare le formule per flusso isentropico).

La situazione descritta nel paragrafo precedente è quella che si ha sotto l'ipotesi di flusso quasi-monodimensionale. In realtà, nel caso in cui la pressione ambiente sia compresa tra p_{sup} e p_{sub} , si formano urti *obliqui* anziché normali, che non possono essere trattati da una descrizione quasi-monodimensionale. Ad ogni modo, il comportamento risulta qualitativamente analogo. Occorre comunque considerare che per effetto di urti obliqui può aversi la possibilità di separazione del flusso, vedi Fig. 12.4; tale eventualità può comportare perdite, e rischio di instabilità del flusso.

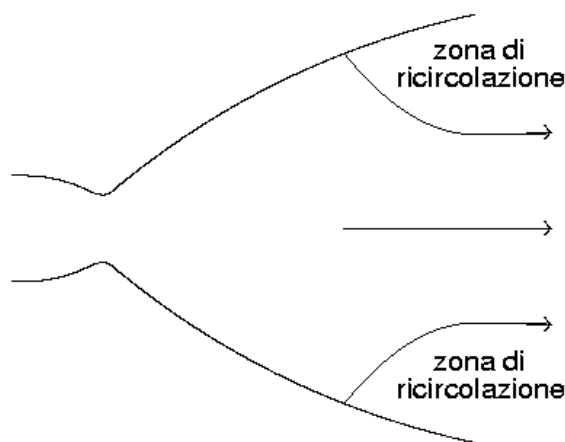


Figura 12.4: Separazione del flusso per effetto di urti obliqui.

12.4 Configurazioni

Gli ugelli hanno forme e dimensioni diverse a seconda dei compiti loro richiesti:

- turbogetti semplici e turboelica normalmente hanno ugelli convergenti a geometria fissa;
- i turbofan hanno ugelli coassiali in cui il flusso principale viene espulso dall'ugello centrale e il flusso secondario da quello anulare, nel caso di flussi separati; nel caso di flussi associati i flussi vengono mescolati ed espulsi nell'unico ugello (la cui parte iniziale funziona anche da camera di mescolamento);
- i turbogetti con postcombustore e gli statoreattori spesso hanno ugelli convergenti–divergenti a geometria variabile, per poter allargare l'area di gola all'accensione del postbruciatore (si ricordi che $\dot{m} = \Gamma p_0 A_t / (R T_0)^{1/2}$, quindi occorre aumentare A_t se si vuole lasciare invariata la portata quando si aumenta T_0). La geometria variabile rende tali ugelli pesanti.
- la maggior parte degli ugelli è a geometria assialsimmetrica, tuttavia recentemente sono stati studiati ugelli a geometria rettangolare che permettono di deflettere facilmente il getto per modificare la direzione della spinta (*thrust vectoring*), soluzione adottata da alcuni aerei militari per migliorarne la manovrabilità.



Figura 12.5: Ugello a spina conica.

I turbogetti, turboelica e turbofan hanno normalmente ugelli solo convergenti in quanto il rapporto tra pressione totale a monte dell'ugello e pressione ambiente è normalmente di poco superiore al valore minimo che garantisce flusso critico all'uscita, dato dall'inverso della (12.8). In queste condizioni l'incremento di spinta che si potrebbe avere adottando un ugello convergente–divergente risulta marginale, e non giustifica quindi la sua adozione, vedi successiva fig. 16.5. Un particolare accorgimento che permette comunque di avvicinare le condizioni di adattamento, migliorando quindi in qualche misura le prestazioni di ugelli convergenti funzionanti in condizioni di saturazione, e che spesso si trova nei turbofan degli aerei commerciali, è quello di introdurre un cono (spina) assiale, vedi Fig. 12.5. In questo modo si permette di proseguire l'espansione del flusso esternamente all'ugello, raccogliendo la relativa spinta addizionale sul cono stesso.

12.4.1 Inversori di spinta

Allo scopo di ridurre lo spazio di frenata necessario all'atterraggio, spesso gli ugelli presentano meccanismi per l'inversione della spinta. Essi constano di un congegno meccanico che muove alcune paratie che possono ostruire il percorso del flusso nell'ugello, e costringere il getto ad uscire dopo aver subito una rotazione di un angolo maggiore di 90° . Tale meccanismo, attivato al momento della frenata sulla pista di atterraggio, consente quindi di espellere il getto con una componente di velocità in direzione opposta al moto, generando così una spinta negativa, normalmente intorno al 40% della spinta massima del motore, vedi Fig. 12.6.

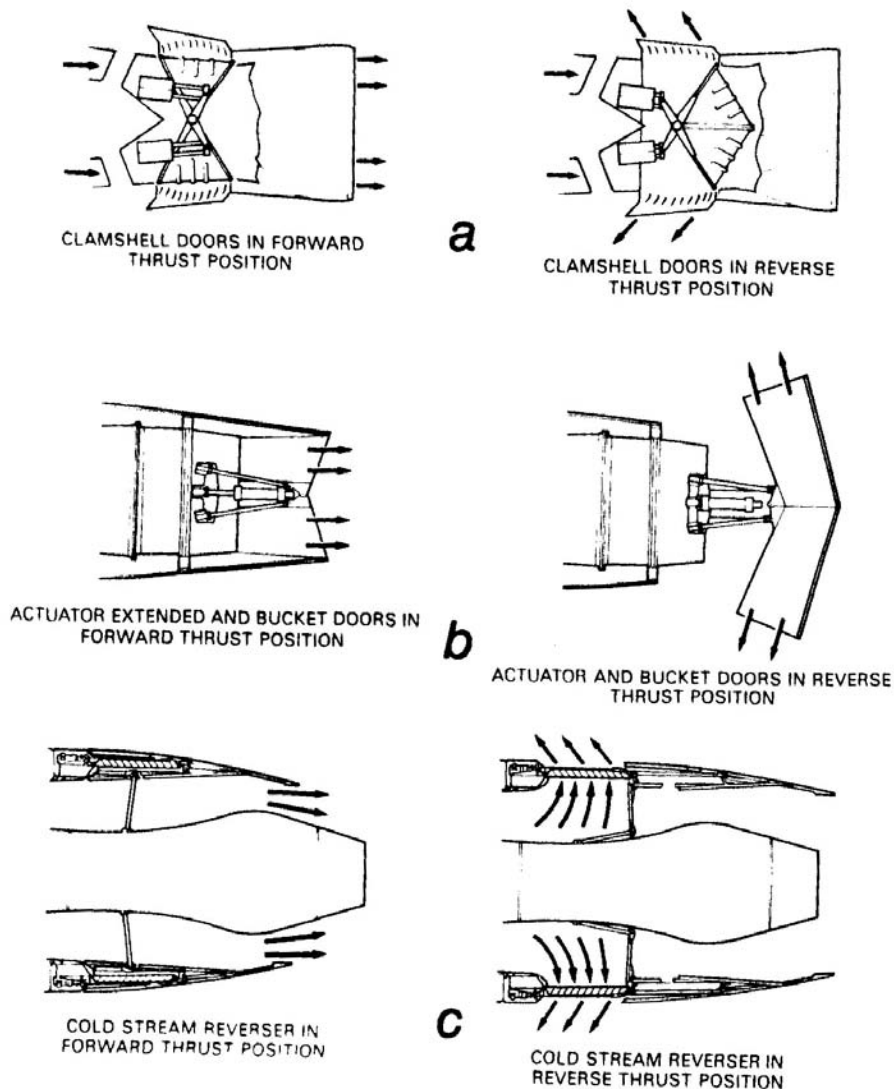


Figura 12.6: Meccanismi per l'inversione della spinta, da [14].

Domande di verifica

- 12.1 Dove è posizionato l'ugello propulsivo (rispetto agli altri componenti del motore)?
- 12.2 Quale obiettivo si vuole conseguire per mezzo dell'ugello propulsivo?
- 12.3 Cosa si intende per ugello subsonico, e qual'è la sua forma geometrica?
- 12.4 Si consideri un turbogetto semplice con ugello convergente. Nel caso in cui le condizioni a monte dell'ugello restino costanti, come varia la spinta al diminuire della pressione ambiente?
- 12.5 Si disegni nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso attraverso un ugello, distinguendo i valori delle grandezze statiche e delle grandezze totali. Si confronti il caso in cui l'ugello è sovraespanso con quello di ugello adattato.
- 12.6 Si disegni nel piano $T - s$ l'evoluzione del flusso attraverso un ugello, distinguendo i valori delle grandezze statiche e delle grandezze totali. Si confronti il caso in cui l'ugello è sottoespanso con quello di ugello adattato.
- 12.7 Cosa si intende per ugello saturato?
- 12.8 Quali sono la massima velocità di efflusso e la minima pressione di efflusso di un ugello convergente?
- 12.9 Perché è interessante considerare ugelli convergenti-divergenti?
- 12.10 Descrivere il comportamento del flusso in un ugello convergente-divergente al diminuire del rapporto tra pressione ambiente e pressione totale.
- 12.11 Si consideri un turbogetto semplice con ugello convergente-divergente. Nel caso in cui le condizioni a monte dell'ugello restino costanti, come varia la spinta al diminuire della pressione ambiente?

Esercizi svolti

- 12.1 Si consideri un ugello convergente-divergente con sezione di ingresso pari a 3 volte la sezione di gola e sezione di uscita pari a 2 volte la sezione di gola. Calcolare il rapporto tra la pressione nella sezione di uscita e la pressione totale nella sezione di ingresso nelle seguenti condizioni di funzionamento:

- A. ugello non saturato con $M = 0.7$ in gola;
 B. ugello saturato con urto normale nel divergente nella sezione in cui $A/A_t = 1.5$;
 C. condizioni di progetto;

Per effettuare il calcolo si consideri $\gamma = 1.4$ e che il flusso sia isentropico ovunque, tranne che attraverso le onde d'urto. Si può ricorrere alle tabelle dei flussi compressibili o applicare direttamente la legge delle aree e le relazioni di salto per un urto normale.

R.

Si usa la convenzione vista per i turbogetti: 7=sezione di ingresso; 8=sezione di gola; e 9=sezione di uscita.

- A. In questo caso $M_8 = 0.7$ da cui si calcola con la legge delle aree $A_8/A^* = 1.094$.
Essendo $A_9/A_8 = 2$ si ha $A_9/A^* = 2.189$. Dalle tabelle dei flussi isentropici si ha che per $A/A^* = 2.166 \rightarrow p/p_0 = 0.947$ e per $A/A^* = 2.238 \rightarrow p/p_0 = 0.951$.
Interpolando si ha $p_9/p_0 = 0.948$ o $p_0/p_9 = 1.055$.
- B. Nel secondo caso $M_8 = 1.0$ e, indicando con 81 la sezione a monte dell'urto normale nel divergente e con 82 la sezione a valle, si ha che:
 $A_{81}/A_8 = A_{81}/A^* = 1.5$ e dalle tabelle $M_{81} = 1.854$
dalle relazioni di salto attraverso un'onda d'urto normale o dalle tabelle dell'urto normale si ottiene $M_{82} = 0.605$, da cui $A_{82}/A^* = 1.182$ e $p_{082}/p_{081} = 0.788$
Si può quindi calcolare il numero di Mach nella sezione di uscita:
 $A_9/A^* = (A_{82}/A^*)(A_9/A_{82}) = 1.576$ e dalle tabelle $M_9 = 0.405$ e
 $p_{07}/p_9 = (p_{07}/p_{09})/(p_{09}/p_9) = (1 + \delta M_9^2)^{\gamma/(\gamma-1)}/0.788 = 1.421$ o $p_9/p_{07} = 0.704$
- C. L'ultimo caso è il più semplice in quanto il flusso è isentropico e supersonico nel divergente con $A_9/A^* = A_9/A_8 = 2$. Dalle tabelle $M_9 = 2.20$ e quindi $p_0/p_9 = (1 + \delta M_9^2)^{\gamma/(\gamma-1)} = 10.693$, ossia $p_9/p_0 = 0.094$

Esercizi proposti

- 12.2** Si determini la forma e si calcolino le aree della sezione di ingresso e di uscita di un ugello che in condizioni di funzionamento adattato fornisca a punto fisso la spinta di 35 kN. Si consideri $\gamma = 1.4$, $R = 287 \text{ J/K/kg}$ e flusso isentropico. Le condizioni nella sezione di ingresso nell'ugello sono $p_7 = 150 \text{ kPa}$, $T_7 = 700 \text{ K}$ e $M_7 = 0.2$.
R.
 $A_7 = 1.088 \text{ m}^2$; $A_9 = 0.380 \text{ m}^2$.
- 12.3** Si consideri l'ugello del flusso secondario di un turbofan a flussi separati in volo a $M = 0.85$. Per quale valore del rapporto di compressione del fan l'ugello viene saturato? Si considerino componenti ideali.
R.
 $\beta_f = 1.18$.
- 12.4** Dimensionare un ugello perché funzioni adattato quando $p_7 = 200 \text{ kPa}$ e $p_a = 27 \text{ kPa}$, nel caso in cui $T_7 = 1000 \text{ K}$, $\gamma = 1.3$, $R = 287 \text{ J/(K kg)}$, $\eta_n = 0.98$ e $\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$.
R.
 $A_8 = 0.203 \text{ m}^2$; $A_9 = 0.356 \text{ m}^2$.

Capitolo 13

Turbomacchine

Le **turbomacchine** sono macchine (cioè convertitori di energia) in cui lo scambio di energia con il fluido avviene grazie alla rotazione di una ruota (detta rotore o girante) calettata su un albero, munita alla periferia di pale, ed alloggiata in una cassa (detta statore) che pu`o essere anch'essa munita di pale. Lo scambio di energia tra fluido e macchina avviene in un organo rotante, tuttavia il processo si pu`o considerare stazionario.

Come si è visto nello studio dei cicli termodinamici dei propulsori basati sul ciclo della turbina a gas, particolare importanza riveste l'efficienza con cui viene effettuato lo scambio energetico nelle turbomacchine. Lo scopo dello studio delle turbomacchine è quello di realizzare sistemi in cui lo scambio energetico sia il più efficiente possibile e, soprattutto per le applicazioni aerospaziali, quello di studiare configurazioni che permettono elevati scambi energetici con dimensioni, ingombro (in particolare radiale) e peso contenuti.

13.1 Classificazione

Le turbomacchine vengono classificate in base a diversi criteri:

★ Tipo di scambio energetico

- a) **TURBOMACCHINE OPERATRICI** ($L > 0$) La macchina cede energia al fluido (pompe, ventilatori, compressori, ...)
- b) **TURBOMACCHINE MOTRICI** ($L < 0$) Il fluido cede energia alla macchina (turbine idrauliche, a gas, a vapore, ...)

★ Direzione principale del flusso (geometria della girante)

- a) **TURBOMACCHINE ASSIALI** Flusso diretto principalmente secondo l'asse di rotazione della girante
- b) **TURBOMACCHINE RADIALI** Flusso diretto principalmente in direzione radiale (centripete o centrifughe)
- c) **TURBOMACCHINE MISTE** (direzione del flusso intermedia tra assiale e radiale).

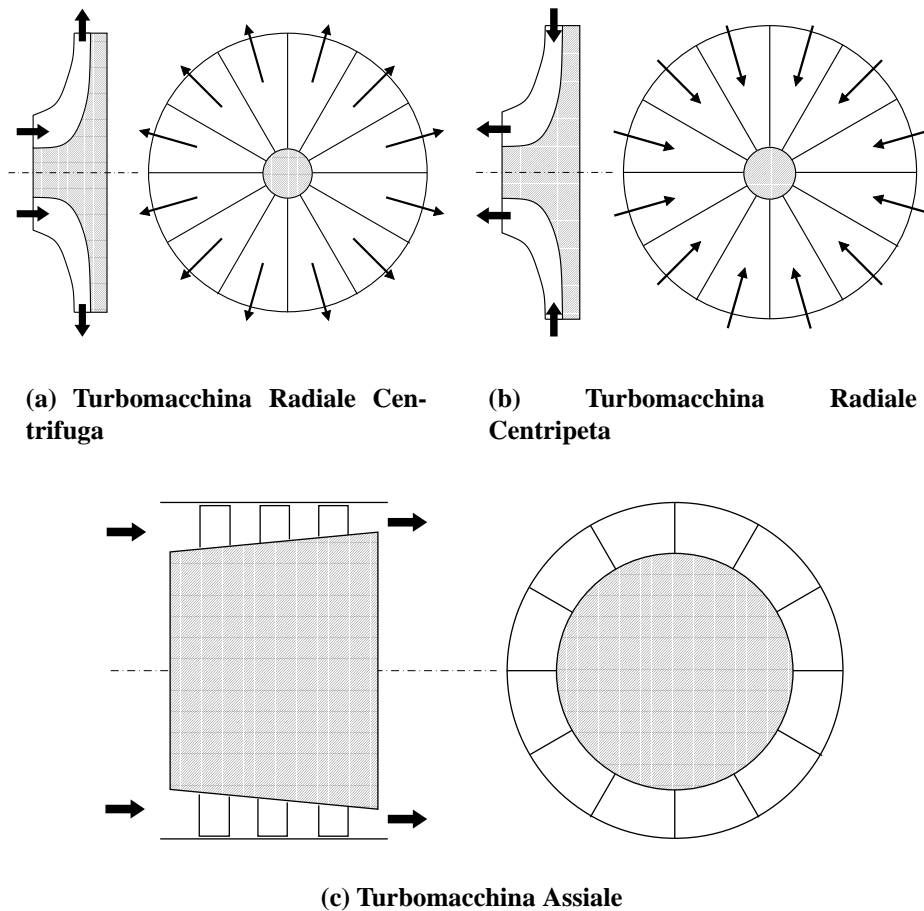


Figura 13.1: Esempi schematici di diverse tipologie di turbomacchine.

★ Modalità di scambio energetico

- a) **TURBOMACCHINE AD AZIONE** Il salto di pressione viene elaborato tutto nello statore (nel rotore varia solo l'energia cinetica del fluido)
- b) **TURBOMACCHINE A REAZIONE** Il salto di pressione viene elaborato in parte nello statore ed in parte nel rotore

★ Tipo di flusso

- a) **COMPRESSIBILE** (gas)
- b) **INCOMPRESSIBILE** (liquido)

13.2 Stadio di una Turbomacchina

Le turbomacchine scambiano energia con il fluido attraverso uno o più stadi. Per stadio si intende l'insieme di una ruota palettata e uno statore. Nelle macchine pluristadio più rotori sono calettati sullo

stesso albero. Ciò può essere utile, o necessario, per ottenere elevati rapporti di pressione. Lo **stadio** è quindi il componente fondamentale della turbomacchina, costituito da:

Rotore Organo rotante in cui avviene lo scambio di energia (dalla macchina al fluido o viceversa);

Statore Organo fisso in cui avviene una trasformazione di energia (da cinetica a termica o viceversa).

Si inizia lo studio dal singolo stadio, successivamente si vedrà il caso pluristadio.

13.2.1 Equazioni di conservazione

Come si è visto nelle precedenti lezioni, lo scambio di energia nell'unità di tempo (in particolare lavoro scambiato per unità di massa di fluido) è pari alla variazione di entalpia totale del flusso, avendo supposto nullo lo scambio termico. Questa equazione

$$h_{02} = h_{01} + L \quad (13.1)$$

vale anche per il rotore di una turbomacchina, vedi Fig. 13.2. Si vuole ora vedere più in dettaglio come viene scambiata l'energia tra macchina e fluido nel rotore. Ciò verrà fatto attraverso uno studio semplificato del flusso nel rotore, vedi Fig. 13.3. Si considera il tubo di flusso di portata \dot{m} che entra nella macchina ad una distanza media dall'asse r . Esso è caratterizzato da una velocità, nel sistema di

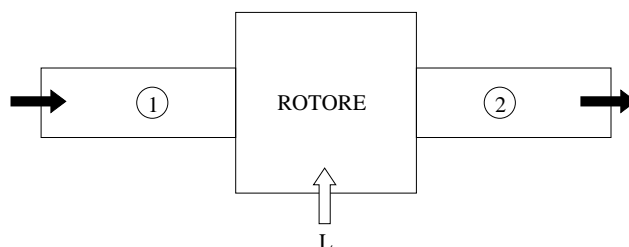


Figura 13.2: Schema per lo scambio energetico in un rotore.

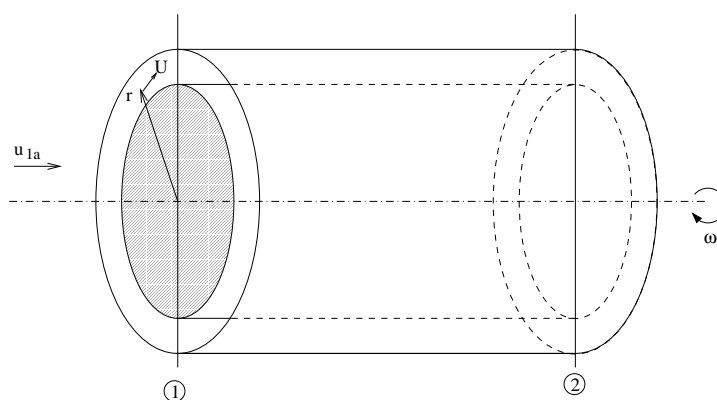


Figura 13.3: Schema semplificato di flusso nel rotore

riferimento del motore, che può essere decomposta nelle sue componenti assiale, radiale e tangenziale, essendo \hat{i} , \hat{r} , \hat{t} i relativi versori, vedi Fig. 13.4:

$$\mathbf{u} = u_a \hat{i} + u_r \hat{r} + u_t \hat{t} \quad (13.2)$$

Sottoliniamo che la velocità \mathbf{u} considerata in questa espressione è la velocità assoluta, somma di quella relativa alle pale \mathbf{w} e di quella di trascinamento $\mathbf{U} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$. Si possono scrivere per il tubo di flusso in Fig. 13.3 le equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia (vedi cap. 2), adottando alcune ipotesi semplificative. Innanzitutto si considera flusso uniforme nella sezione di ingresso (1) e in quella di uscita (2).

Conservazione della massa

$$\dot{m} = \rho_1 u_{a1} A_1 = \rho_2 u_{a2} A_2 \quad (13.3)$$

Indicando con r il valor medio del raggio della corona circolare, e con Δr la distanza tra le due circonferenze che la delimitano (ossia l'altezza delle palette), si ha

$$A_1 \simeq 2\pi r_1 \Delta r_1; \quad A_2 \simeq 2\pi r_2 \Delta r_2 \quad (13.4)$$

Conservazione dell'energia Come si è visto:

$$h_{02} - h_{01} = L \quad (\text{essendo } Q = 0) \quad (13.5)$$

Teorema del momento della quantità di moto Nel caso di macchine rotanti conviene esprimere l'equazione della dinamica attraverso il teorema del momento della quantità di moto.¹ Quest'ultimo afferma:

La derivata rispetto al tempo del momento della quantità di moto rispetto ad un asse fisso di un corpo di massa m è pari al momento, rispetto allo stesso asse fisso, delle forze esterne agenti su di esso.

Se ci si riferisce alla massa fluida m si può scrivere infatti l'equazione della quantità di moto come

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{u}) \quad (13.6)$$

Il teorema citato sopra può essere formulato moltiplicando vettorialmente per la distanza r dall'asse di rotazione, e considerando il momento della forza rispetto all'asse (che è la componente assiale di tale momento, cioè in direzione $\hat{\mathbf{i}}$):

$$C = (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{i}} = \left[\mathbf{r} \times \frac{d}{dt}(m\mathbf{u}) \right] \cdot \hat{\mathbf{i}} \quad (13.7)$$

Utilizzando la (13.2) si può sviluppare il secondo membro per ottenere:

$$\begin{aligned} C &= \hat{\mathbf{i}} \cdot \left\{ r\hat{\mathbf{r}} \times \frac{d}{dt} \left[m \left(u_a \hat{\mathbf{i}} + u_r \hat{\mathbf{r}} + u_t \hat{\mathbf{t}} \right) \right] \right\} = \\ &= \hat{\mathbf{i}} \cdot \left[r \frac{d(mu_a)}{dt} \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{i}} + r \frac{d(mu_t)}{dt} \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{t}} + r \frac{d(mu_r)}{dt} \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{r}} + \right. \\ &\quad \left. + rmu_a \hat{\mathbf{r}} \times \frac{d(\hat{\mathbf{i}})}{dt} + rmu_t \hat{\mathbf{r}} \times \frac{d(\hat{\mathbf{t}})}{dt} + rmu_r \hat{\mathbf{r}} \times \frac{d(\hat{\mathbf{r}})}{dt} \right] \quad (13.8) \end{aligned}$$

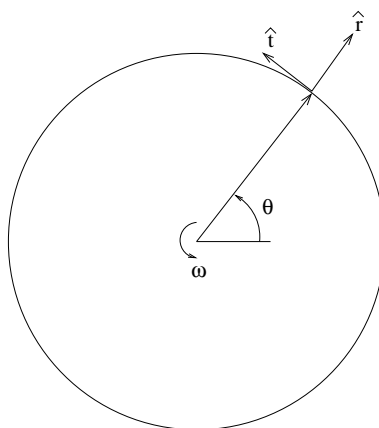


Figura 13.4: Sistema di coordinate nel piano perpendicolare all'asse di rotazione del rotore.

Il sistema di coordinate $\hat{i}\hat{r}\hat{t}$ presenta un orientamento differente in corrispondenza a ciascun valore della posizione circonferenziale θ , vedi Fig. 13.4. Per questa ragione, mentre $d(\hat{i})/dt = 0$, non è così per $d(\hat{t})/dt$ e $d(\hat{r})/dt$. Infatti si ricava facilmente che, vedi Fig. 13.4:

$$\frac{d(\hat{t})}{dt} = -\hat{r} \frac{d\theta}{dt} \quad \frac{d(\hat{r})}{dt} = \hat{t} \frac{d\theta}{dt} \quad (13.9)$$

Ricordando inoltre che

$$\hat{r} \times \hat{r} = 0 \quad \hat{r} \times \hat{t} = \hat{i} \quad \hat{r} \times \hat{i} = -\hat{t} \quad (13.10)$$

la (13.8) si riscrive:

$$C = \hat{i} \cdot \left[r \frac{d(mu_a)}{dt} (-\hat{t}) + r \frac{d(mu_t)}{dt} \hat{i} + r m u_r \hat{i} \frac{d\theta}{dt} \right] \quad (13.11)$$

e poiché le componenti di velocità sono definite come:

$$u_r = \frac{dr}{dt}, \quad u_t = r \frac{d\theta}{dt} \quad (13.12)$$

e $\hat{t} \cdot \hat{i} = 0$, la (13.11) diventa:

$$C = r \frac{d(mu_t)}{dt} + m u_t \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} (m u_t r) \quad (13.13)$$

Se ci si riferisce alla massa fluida che occupa istante per istante il volume $\mathcal{V}(t)$ si ha più in generale:

$$C = \frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}(t)} \rho u_t r d\mathcal{V} \quad (13.14)$$

¹Il momento della quantità di moto rispetto ad un asse è detto anche momento angolare.

e quindi per un volume di controllo fisso \mathcal{V}_c delimitato dalla superficie di controllo \mathcal{S}_c , la cui normale esterna è identificata punto per punto dal versore $\hat{\mathbf{n}}$, si ottiene:

$$C = \int_{\mathcal{V}_c} \frac{d}{dt} (\rho u_t r) d\mathcal{V} + \int_{\mathcal{S}_c} (\rho u_t r) (\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}) d\mathcal{S} \quad (13.15)$$

La (13.15) può essere semplificata se si considera il tubo di flusso stazionario di Fig. 13.2 con valori costanti di r e t nella sezione di ingresso del rotore (1) e in quella di uscita (2). Ciò equivale a fissare l'attenzione sul momento esercitato su un tubo di flusso di spessore radiale molto piccolo ($\Delta r_1 \ll r_1$ e $\Delta r_2 \ll r_2$ in (13.4)); entra comunque attraverso di esso la portata \dot{m} di (13.3)–(13.4)), di raggio di ingresso r_1 e raggio d'uscita r_2 . In tal caso si ottiene, in condizioni stazionarie:

$$\begin{aligned} \Delta C &= - \int_{\Delta \mathcal{S}_1} (\rho_1 u_{t1} r_1) (\mathbf{u}_1 \cdot \hat{\mathbf{i}}) d\mathcal{S} + \int_{\Delta \mathcal{S}_2} (\rho_2 u_{t2} r_2) (\mathbf{u}_2 \cdot \hat{\mathbf{i}}) d\mathcal{S} = \\ &= - \rho_1 u_{a1} \Delta A_1 u_{t1} r_1 + \rho_2 u_{a2} \Delta A_2 u_{t2} r_2 = \Delta \dot{m} (u_{t2} r_2 - u_{t1} r_1) \end{aligned} \quad (13.16)$$

avendo $\hat{\mathbf{n}}$ sulla superficie di ingresso ΔA_1 direzione opposta a $\hat{\mathbf{i}}$, e direzione concorde su quella di uscita ΔA_2 . Quindi nel caso delle turbomacchine, trascurando le coppie resistenti, la risultante $\sum \Delta C$ è pari alla coppia applicata all'albero (e quindi trasmessa al fluido), e viene indicata con C . Nelle ipotesi semplificative adottate:

$$C = \dot{m} r_2 u_{t2} - \dot{m} r_1 u_{t1} \quad (13.17)$$

È evidente quindi che l'unica componente di velocità che viene modificata dallo scambio energetico è quella tangenziale.

Equazione di Eulero per le turbomacchine Se la turbomacchina ruota con velocità angolare ω la potenza scambiata tra macchina e fluido è:

$$\dot{L} = C \cdot \omega \quad (13.18)$$

di conseguenza:

$$L = \Delta h_0 = h_{02} - h_{01} = \frac{\dot{L}}{\dot{m}} = \frac{C \omega}{\dot{m}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta h_0 = \omega r_2 u_{t2} - \omega r_1 u_{t1}} \quad (13.19)$$

dove l'ultima espressione è detta *Equazione di Eulero per le turbomacchine*. Introducendo la velocità U con cui si muove il disco palettato alla distanza r :

$$U = \omega r \quad (13.20)$$

l'equazione di Eulero per le turbomacchine si scrive anche come:

$$\Delta h_0 = U_2 u_{t2} - U_1 u_{t1} \quad (13.21)$$

L'equazione di Eulero mette in relazione il rapporto di temperature (e quindi di pressione) attraverso una turbina o un compressore con la velocità di rotazione della macchina e la variazione del momento della quantità di moto (indotta dalla geometria delle palette) della massa unitaria.

- Se il momento della quantità di moto aumenta quando il flusso attraversa un rotore si ha $\Delta h_0 > 0$, quindi il lavoro viene esercitato sul fluido: si tratta di una macchina operatrice (compressore).
- Se il momento della quantità di moto diminuisce quando il flusso attraversa un rotore si ha $\Delta h_0 < 0$, quindi il lavoro viene svolto dal fluido: si tratta di una macchina motrice (turbina).

13.2.2 Grado di reazione

Il grado di reazione di una turbomacchina è un parametro adimensionale che valuta l'effetto di reazione, cioè la frazione della variazione di pressione che si ha attraverso il rotore della turbomacchina. Più in generale si può definire il grado di reazione di uno stadio di una turbomacchina come il rapporto tra la variazione di entalpia statica nel rotore e la variazione di entalpia totale nello stadio:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_{02} - h_{01}} \quad (13.22)$$

Si possono avere le seguenti possibilità:

$$R = 0$$

MACCHINA AD AZIONE (O IMPULSO)

Nel rotore non vi è variazione di pressione statica.

$$0 < R < 1$$

MACCHINA A REAZIONE

La variazione di pressione statica avviene sia nel rotore sia nello statore.

$$R = 1$$

MACCHINA A REAZIONE PURA

Nello statore non vi è variazione di pressione statica, ma solo una variazione della direzione del flusso.

13.2.3 Rapporto di pressione

Il rapporto di pressione di uno stadio è dovuto alle variazioni di pressione sia attraverso il rotore sia attraverso lo statore. In entrambi i casi i processi non sono isoentropici, ciò implica che il rendimento dello stadio sia inferiore ad 1.

- Rotore (indice R):

Ad esempio per il rotore di uno stadio di un compressore, *assegnato il salto entalpico attraverso il rotore* per unità di massa di fluido, si ha nel caso ideale un rapporto di compressione $\beta'_{c,R}$ individuato dalla relazione $(\Delta h)_{c,R} = c_p T_{1,R} [(\beta'_{c,R})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1]$. In realtà il rapporto di compressione reale $\beta_{c,R}$ risulta più basso, infatti introducendo il rendimento adiabatico (come abbiamo già visto nello studio dei cicli) si ha

$$(\beta_{c,R})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \eta_{c,R} \left[(\beta'_{c,R})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (13.23)$$

- Statore (indice S):

Lo statore è un condotto in cui avviene una trasformazione di energia cinetica in energia di pressione (come in una presa d'aria) o viceversa (come in un ugello). Nello statore dello stadio di un compressore il comportamento sarà quello di un diffusore; *assegnato il salto entalpico attraverso lo statore* per unità di massa di fluido, si ha nel caso ideale un rapporto di compressione $\beta'_{c,S}$ individuato dalla $(\Delta h)_{c,S} = c_p T_{1,S} [(\beta'_{c,S})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1]$, ma in realtà, per effetto del rendimento adiabatico, il rapporto di compressione $\beta_{c,S}$ risulta più basso:

$$(\beta_{c,S})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \eta_{c,S} \left[(\beta'_{c,S})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (13.24)$$

Il rapporto di compressione *dello stadio* sarà dato da $\beta_{st} = \beta_{c,S}\beta_{c,R}$

13.3 Macchine Pluristadio

COMPRESSORE

Ciascuno stadio può essere considerato come un compressore, caratterizzato da un certo rapporto di compressione e rendimento adiabatico. Lo studio della macchina pluristadio deve tener conto che le condizioni di uscita da uno stadio costituiscono quelle di ingresso del successivo, e che tutti gli stadi sono calettati sullo stesso albero. Se si considerano per semplicità due stadi aventi lo stesso rendimento adiabatico di stadio η_{st} si ottiene per il compressore:

$$\eta_c = \Delta h_{i,tot} / \Delta h_c; \quad \Delta h_c = \Delta h_{st1} + \Delta h_{st2} \quad (13.25)$$

e quindi, vedi Fig. 13.5:

$$\eta_{st} = \frac{\Delta h_{i,st1}}{\Delta h_{st1}} = \frac{\Delta h_{i,st2}}{\Delta h_{st2}} \quad (13.26)$$

Da queste relazioni si ha $\Delta h_{i,st1} = \eta_{st} \Delta h_{st1}$, $\Delta h_{i,st2} = \eta_{st} \Delta h_{st2}$, e sommandole membro a membro

$$\eta_{st} = \frac{\Delta h_{i,st1} + \Delta h_{i,st2}}{\Delta h_{st1} + \Delta h_{st2}} = \frac{\Delta h_{i,tot}}{\Delta h_c} \quad (13.27)$$

Essendo però, per la divergenza delle isobare

$$\Delta h_{i,tot} < \Delta h_{i,st1} + \Delta h_{i,st2} \quad (13.28)$$

si ottiene

$$\eta_c < \eta_{st} \quad (13.29)$$

Quindi, considerando un compressore con η_{st} costante per tutti gli stadi, si ha che il suo rendimento η_c decresce all'aumentare del numero degli stadi, cioè all'aumentare del rapporto di compressione β_c complessivo della macchina. TURBINA

Procedendo analogamente a quanto visto per il compressore, si giunge per la turbina a conclusioni opposte: il rendimento η_t della turbina è maggiore di quello dei singoli stadi η_{st} , ed aumenta all'aumentare del numero degli stadi, cioè del rapporto di espansione totale $\beta_{tot} = p_1/p_2$.

13.4 Turbomacchine Impiegate in Aeronautica

Ci si occuperà ora in maggior dettaglio delle turbomacchine più diffuse nel campo aeronautico. Esse sono:

- Tra i compressori
 - Compressore radiale centrifugo
 - Compressore assiale
- Tra le turbine
 - Turbina assiale

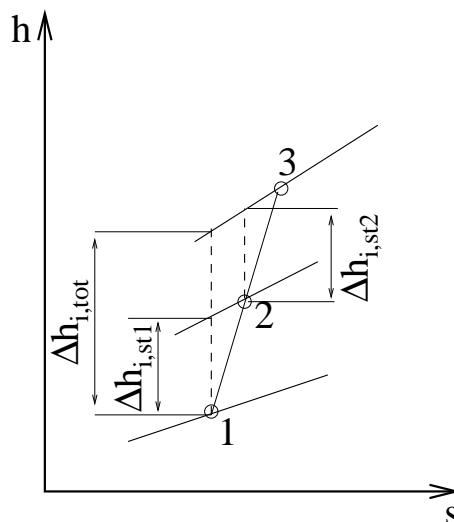


Figura 13.5: Rappresentazione nel piano $h - s$ di un compressore a due stadi.

13.4.1 Compressori

- Energia meccanica è ceduta al fluido propulsivo.
- Parametri di prestazione: Rendimento, rapporto di compressione totale, portata.
- Compressori odierni: rendimento fino al 90% e più, rapporti di compressione di 16:1 (fino a 30:1 per turbofan con rapporti di bypass molto elevati) e portate fino a 200 kg/s (fino a 900 kg/s per turbofan con rapporti di bypass molto elevati).

Due tipi di compressori impiegati:

– COMPRESSORE CENTRIFUGO

Vantaggioso per basse potenze e rapporti di pressione.

– COMPRESSORE ASSIALE

È il più diffuso sui motori di grandi dimensioni (potenze e rapporti di pressione elevati); più efficiente e di minore ingombro trasversale (con conseguente minore resistenza aerodinamica, vantaggio di rilevante importanza).

Compressore centrifugo

Esso è costituito di un disco rotante palettato (*impeller* o girante) e da un diffusore (cioè un condotto a sezione divergente) fisso. I principali vantaggi del compressore centrifugo sono l'elevato rapporto di pressione (per stadio) e il basso costo di realizzazione. Entrambi tali vantaggi sono particolarmente interessanti per i piccoli motori, per questo viene impiegato nei motori automobilistici per la sovralimentazione. In uno schema semplificato il flusso entra nella girante in direzione assiale ($u_{t1} = 0$) e ne esce in direzione radiale. Nel caso in cui la velocità *relativa* alle pale nella sezione di uscita sia puramente radiale si ha che $\Delta h_0 = \Delta(Uu_t) = U_2 u_{t2}$, dove $u_{t2} = U_2$. Pertanto $\Delta h_0 = U_2^2 = \omega^2 r_2^2$. In Fig. 13.7 è mostrata l'inclinazione della palettatura dell'*inducer* (o preruota, una palettatura fissa che precede l'*impeller*) che guida il flusso all'ingresso del rotore in condizioni di progetto. Le condizioni all'ingresso del rotore sono illustrate in Fig. 13.8. Infine le condizioni all'uscita del rotore sono illustrate

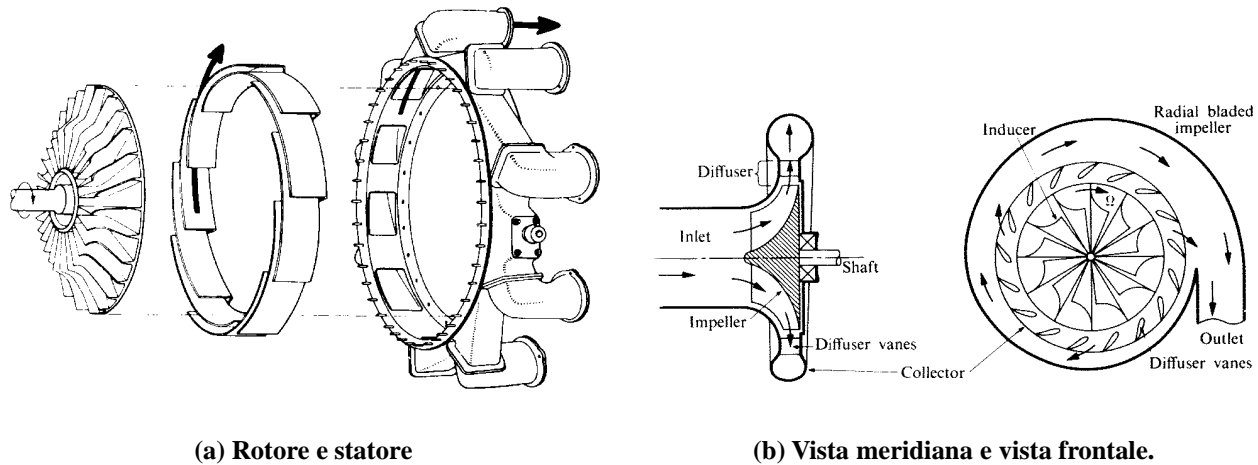


Figura 13.6: Compressore centrifugo (da [8]).

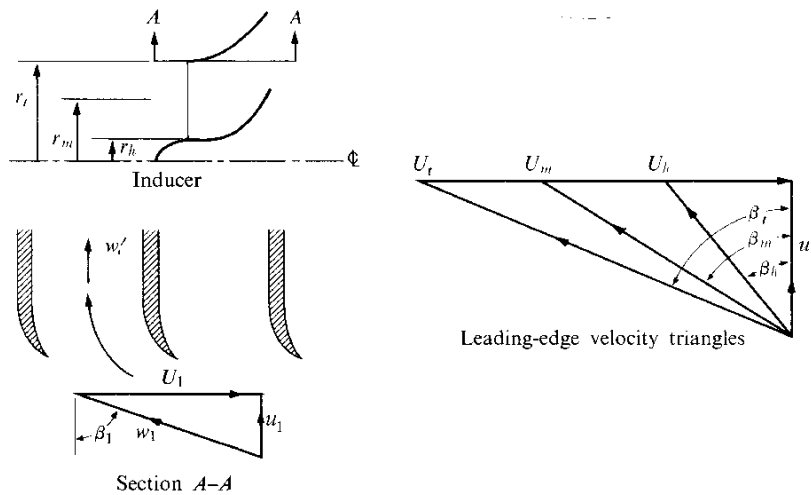


Figura 13.7: Inducer di un compressore centrifugo (da [6]).

in Fig. 13.9 dove:

$$U_2 u_{2t} = U_2(U_2 + w_{2t}) = U_2(U_2 + w_{2r} \tan \beta_2) \Rightarrow \Delta h_0 = U_2 u_{2t} - U_1 u_{1t} = U_2^2 \left(1 + \frac{w_{2r}}{U_2} \tan \beta_2 \right) \quad (13.30)$$

Quindi² nel caso di palette radiali ($\beta = 0$) si ottiene per il lavoro compiuto per unità di portata il valore $\Delta h_0 = U_2^2$: la potenza spesa dal compressore è proporzionale al quadrato della velocità di rotazione del rotore.

Il flusso all'uscita dal rotore presenta velocità elevate dovute all'energia che è stata fornita dalla macchina. Quindi all'ingresso nello statore (diffusore) le velocità u sono elevate (possono anche essere lieve-

²Qui si indica con β l'angolo di uscita della palettatura, da non confondere con l'utilizzo fatto finora di β come rapporto di pressione.

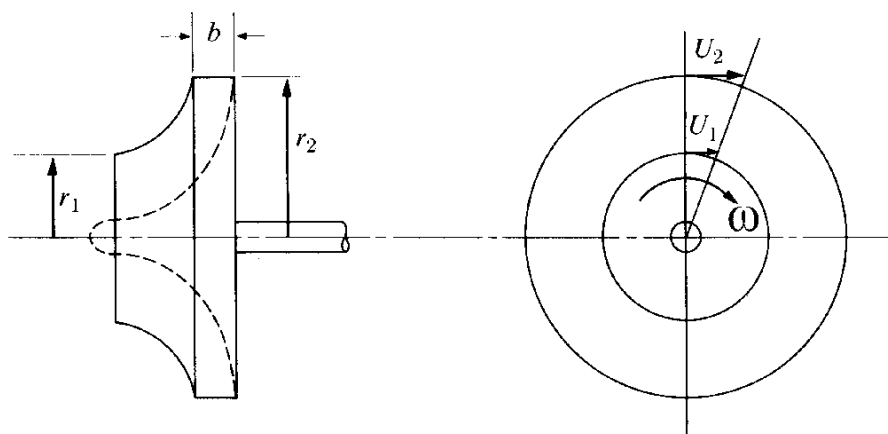


Figura 13.8: Flusso nel rotore di un compressore centrifugo (da [6]).

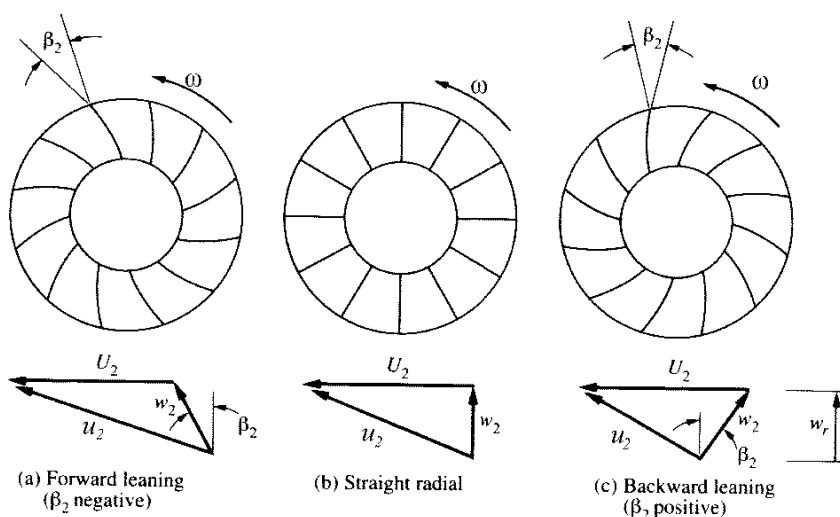


Figura 13.9: Flusso all'uscita di un compressore centrifugo; palette in avanti, radiali e all'indietro (da [6]).

mente supersoniche). Il compito dello statore (Fig. 13.10) è quello di ridurre u , cosa che avviene prima in una zona non palettata (portando il flusso da supersonico a subsonico) poi in una zona palettata (le palette permettono una riduzione delle dimensioni).

Per quanto riguarda le applicazioni dei compressori centrifughi, si ricorda che sono stati realizzati compressori centrifughi monostadio con rapporti di pressione $5 : 1$ (con rendimento adiabatico $\eta_c = 0.85$) e anche fino a $10 : 1$ (con rendimento adiabatico però inferiore, $\eta_c = 0.80$).

In genere vengono quindi impiegati per "piccole" turbine a gas usate per muovere eliche o rotori di elicotteri e per piccoli turbogetti, dove l'ingombro trasversale può non essere così importante come per i grandi turbogetti. In tali casi può convenire un compressore centrifugo, più economico, ed il cui rendimento è in questo caso simile a quello di un'analoga macchina assiale.

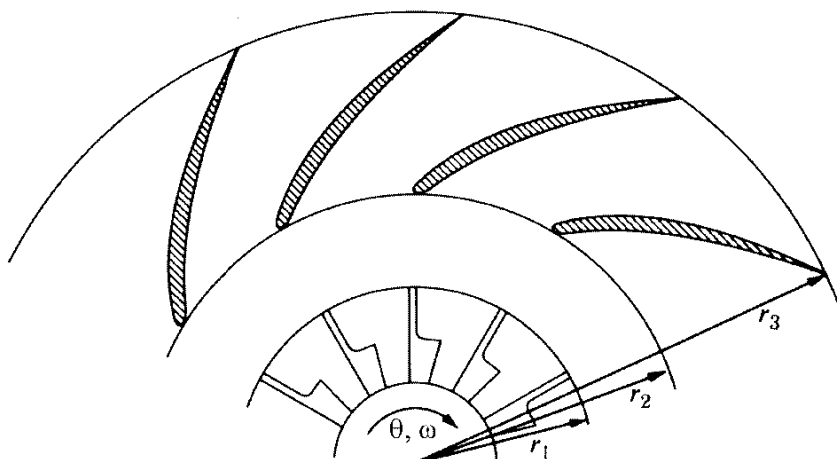


Figura 13.10: Statore di un compressore centrifugo (da [6]).

Compressore Assiale

In genere il compressore assiale è multistadio e caratterizzato da velocità assiale u_a circa costante.

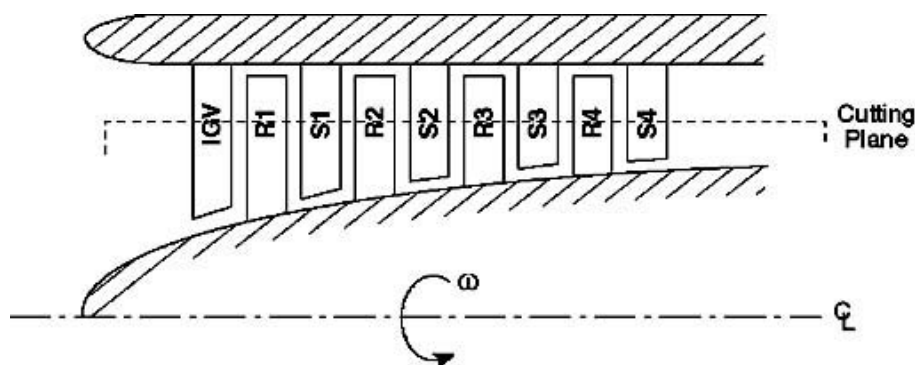


Figura 13.11: Sezione di compressore assiale (da [6]).

Il vantaggio principale del compressore assiale rispetto a quello centrifugo è l'elevato rapporto portata/area frontale (a parità di portata, la sezione trasversale del compressore assiale risulta pari ad $1/2 \div 1/3$ di quella della corrispondente macchina centrifuga) e quindi la minore resistenza aerodinamica della "gondola" che sostiene il motore all'ala od alla fusoliera. Inoltre, è più adatto ad una configurazione multistadio e quindi permette elevati β_c complessivi della macchina. Infine, è anche tipicamente più efficiente del centrifugo nel caso di elevati β_c . Per queste ragioni è preferito nei motori di potenza elevata.

Stadio di un Compressore Assiale Il comportamento di uno stadio di compressore assiale nelle ipotesi semplificative di componente di velocità radiale nulla e componente di velocità assiale costante, è illustrato in Fig. 13.12 dove si distinguono l'ingresso nel rotore con $u_{t1} > 0$, $w_{t1} > 0$ e $u_{t1} + w_{t1} = U_1 = U$, l'uscita dal rotore con $u_{t2} > 0$, $w_{t2} > 0$, $u_{a2} = u_{a1}$ e $u_{t2} + w_{t2} = U_2 = U$, e lo statore per il quale valgono le relazioni $h_3 - h_2 = (u_2^2 - u_3^2)/2$ e quindi $h_3 - h_2 = (u_{t2}^2 - u_{t3}^2)/2$, essendo u_a costante.

Sempre in queste ipotesi il lavoro ceduto dal rotore è :

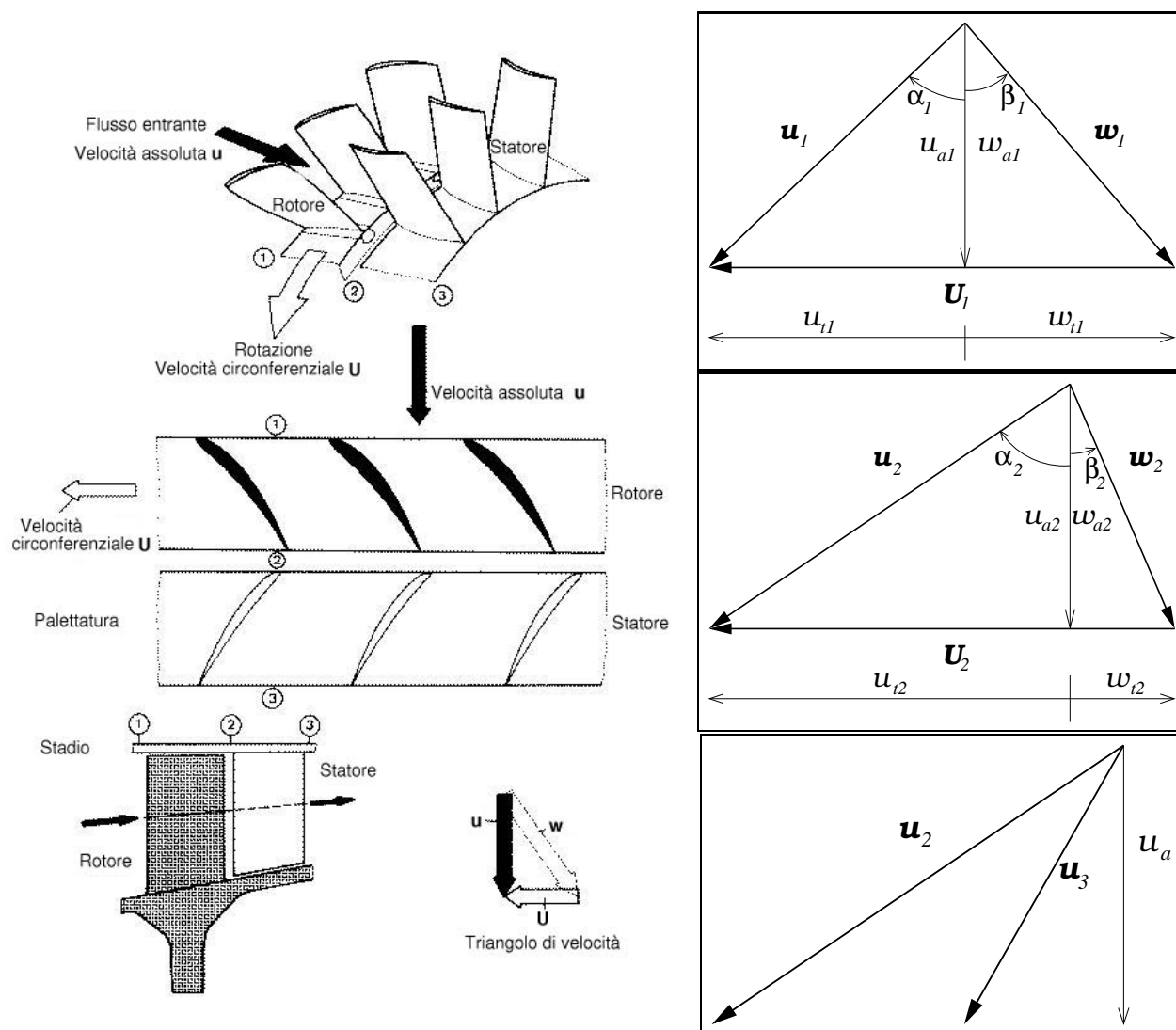


Figura 13.12: Stadio di un compressore assiale e velocità assoluta u , relativa w e di trascinamento U (parzialmente adattato da [8]).

$$\Delta h_0 = \Delta U u_t = U \Delta u_t = U(u_{t2} - u_{t1}) \quad (13.31)$$

Osservando la Fig. 13.12 si può notare (così come si può ricavare dall'analisi dei triangoli di velocità) che nel rotore i condotti delimitati dalle palette divergono, così che il flusso nel sistema di riferimento del rotore si comporta come in un condotto divergente (diffusore). Analogamente anche la palettatura dello statore è divergente per permettere la conversione di energia cinetica in energia termica.

Come nel compressore centrifugo, anche nel caso del compressore assiale si può ricavare che la potenza è proporzionale al quadrato della velocità di rotazione. Benefici in termini di potenza si hanno anche riducendo il grado di reazione R e aumentando l'angolo di inclinazione della pala del rotore β_1 (ciò equivale a dire di avere la minima u_{t1} , od il minimo angolo α_1 , possibili, anche negativi). Entrambi gli accorgimenti possono portare però ad una riduzione del rendimento.

- Il singolo stadio di un compressore assiale pu` produrre solo un salto di pressione molto basso (nei primi turbogetti 1, 15 ÷ 1, 30, ma ora in alcuni casi si arriva anche ad 1,7) per evitare il rischio di separazione del flusso o ridurre troppo il rendimento (si hanno forti gradienti di pressione avversi nel flusso tra le pale, in modo simile a quello che avviene in un diffusore).
- Il compressore assiale si presta bene alla configurazione pluristadio: il flusso in uscita dallo statore è già pronto per l'ingresso nello stadio successivo. Quindi si arriva a $\beta_c \simeq 25 \div 30$.
- Le espressioni di Δh_0 e del grado di reazione R mettono in evidenza la dipendenza dagli angoli di uscita delle schiere palari del rotore:

$$\Delta h_0 = U \left[1 - \frac{u_a}{U} (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) \right] ; \quad R = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{u_a}{U} (\tan \alpha_1 - \tan \beta_2) \right] \quad (13.32)$$

- Il massimo rendimento si ha per $R = 0.5$ (gradiente di pressione uniformemente distribuito tra rotore e statore). In realtà η_{st} non si riduce significativamente anche per valori di R abbastanza diversi ($\eta_c = 0.75 \div 0.85$). Tuttavia con $R = 0.5$ si pu` ottenere il massimo β_c caricando sia statore sia rotore con Δp prossimi a quello massimo ammissibile.
- Velocità relative subsoniche (componente assiale $u_a \sim 100$ m/s).

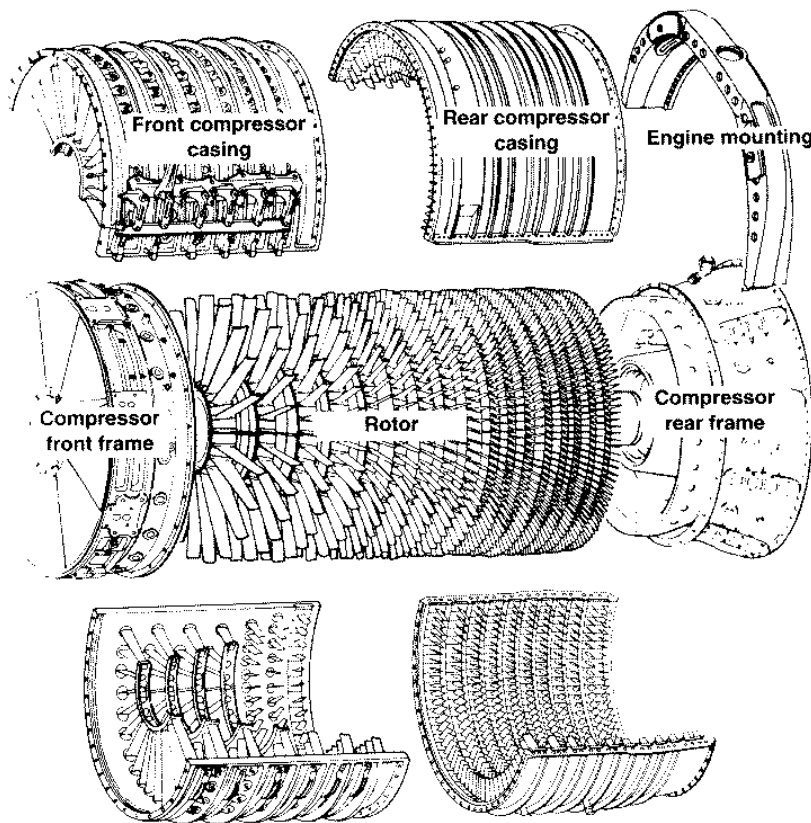


Figura 13.13: Spaccato di compressore assiale (da [8]).

13.5 Turbina Assiale

Le principali proprietà delle turbine assiali sono le seguenti:

- Maggiore portata, quindi minore peso per unità di spinta, e minore resistenza esterna (rispetto a turbina radiale);
- Salti di pressioni minori delle radiali, ma possibilità di adottare una configurazione pluristadio;
- Il rapporto di pressione di uno stadio turbina assiale è notevolmente superiore a quello di uno stadio di compressore assiale, in quanto in questo caso il gradiente di pressione è favorevole anziché avverso, quindi non si ha pericolo di separazione del flusso; all'incirca è pari a quello di uno stadio di un compressore centrifugo;
- Dal punto di vista fluidodinamico si hanno quindi meno problemi che nei compressori (gradiente di pressione negativo);
- Il fluido può sopportare deviazioni maggiori;
- I problemi maggiori con la turbina sono relativi alle elevate temperature del flusso.

Come per le altre turbomacchine si può analizzare il comportamento del singolo stadio, costituito da uno statore seguito da un rotore. In questo caso, diversamente dal compressore, lo statore è un ugello, converte cioè energia termica in energia cinetica e precede il rotore, nel quale ultimo l'energia cinetica viene spesa per fornire lavoro all'asse della macchina. Lo scambio energetico si calcola con la formula

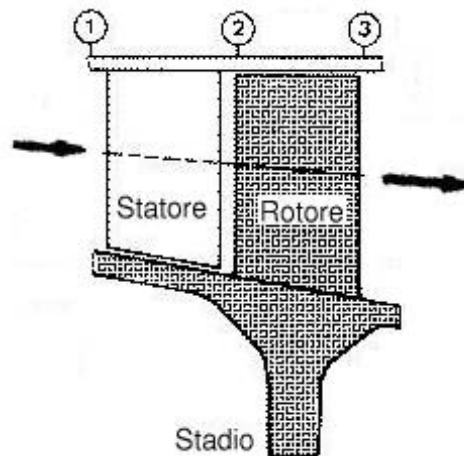


Figura 13.14: Stadio di una turbina assiale.

di Eulero ma ora $\Delta h_0 < 0$ e nell'ipotesi di velocità radiale nulla e assiale costante:

$$\Delta h_0 = \Delta U u_t = U \Delta u_t = U(u_{t3} - u_{t2}) \quad (13.33)$$

Turbina a Reazione

In Fig. 13.15 è mostrato il caso di $R = 0.5$. In tal caso dallo studio del flusso si può vedere che le palettature dello statore e del rotore devono essere simili.

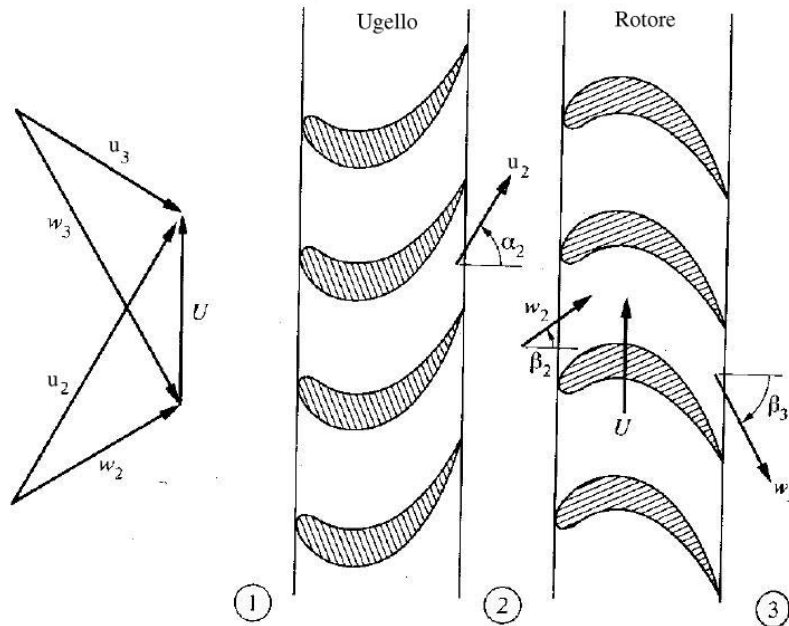


Figura 13.15: Turbina a reazione (adattato da [6]).

Turbina ad Azione (o ad impulsi)

Nella turbina ad azione, tutto il salto di pressione viene elaborato nello statore, mentre il compito del rotore è quello di assorbire energia cinetica riducendo l'energia cinetica assoluta attraverso una variazione della direzione del flusso in un sistema di riferimento solidale con il rotore. In questo caso, mostrato in Fig. 13.16, lo scambio energetico è più elevato (a parità di ω rispetto al caso di $R > 0$), ma il flusso nel rotore è sottoposto ad un gradiente di pressione sostanzialmente nullo (rendimento più basso).

Confronto tra turbine ad azione e a reazione

- Per un'assegnata velocità della ruota, la turbina ad azione dà la massima potenza [$\propto \omega^2(1 - R)$] e, poiché il salto entalpico è elaborato tutto nello statore, la temperatura del gas all'ingresso nel rotore è più bassa rispetto al caso di $R = 0.5$, permettendo quindi più elevate velocità di rotazione ω , oppure più elevate temperature T_4 .
- Lo svantaggio è che η_{st} tende ad essere inferiore rispetto ad $R = 0.5$, questo perché i numeri di Mach sono più alti (quindi le perdite per attrito sono più importanti), ed anche perché i rotori operano senza il beneficio del gradiente di pressione favorevole.
- In pratica turbine ad azione sono spesso usate in motori ai quali si richiede un elevato rapporto spinta/peso perché l'elevato lavoro estraibile per stadio riduce il numero di stadi e quindi il peso.
- In alcuni casi i primi stadi (quelli sottoposti quindi a più elevata temperatura) sono ad azione per ridurre il numero di stadi da raffreddare (come detto, da uno stadio ad azione si raccoglie un lavoro maggiore, quindi data la potenza richiesta, basta un numero inferiore di stadi).

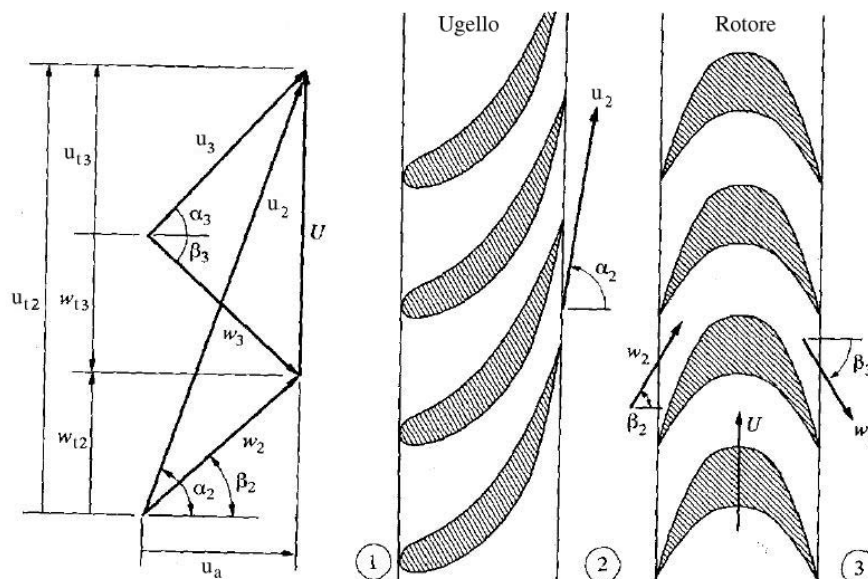


Figura 13.16: Turbina ad azione (adattato da [6]).

- Gli aerei da trasporto, che richiedono motori molto efficienti, hanno turbine in genere con $R = 0.3 \div 0.5$.

Temperatura massima ammissibile in turbina

Al crescere di T_4 crescono I_a (con la conseguente riduzione delle dimensioni del motore e quindi di peso e sezione frontale) e $TSFC$. A parità di $TSFC$, se T_4 e β_c crescono, cresce anche I_a . Per questa ragione negli anni grazie allo sviluppo di tecnologie appropriate la temperatura massima è passata da 1100 K (1947) a 1600 K (oggi). Questo risultato è stato ottenuto con:

- Leghe speciali (a base di nichel);
- Palette raffreddate (fino al 10% della portata in massa di aria del compressore può essere impiegata per raffreddare la turbina, vedi Fig. 13.17).

Si ricorda inoltre che le pale del rotore sono particolarmente sollecitate da forze aerodinamiche, forze centrifughe ($\propto \omega^2$) e da vibrazioni, e che bisogna tener conto anche della dilatazione termica delle strutture.

Domande di verifica

13.1 Cosa è una turbomacchina?

13.2 Cosa si intende per macchina motrice? Cosa per macchina operatrice?

13.3 Si mettano in evidenza le principali differenze tra turbomacchine radiali e turbomacchine assiali.

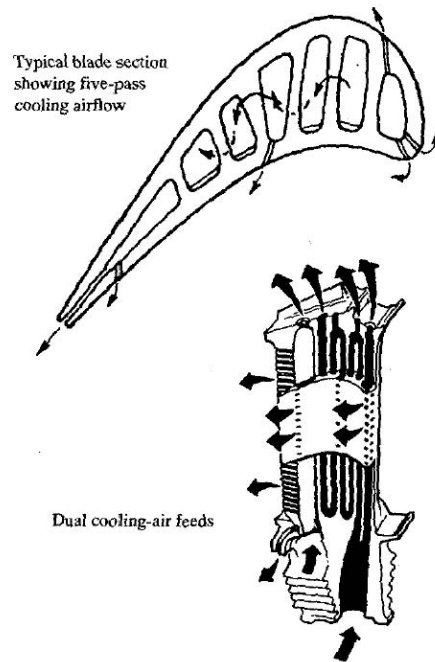


Figura 13.17: Esempio di paletta di turbina raffreddata.

- 13.4** Scrivere l'equazione di Eulero per le turbomacchine in funzione della velocità di rotazione della turbomacchina e delle componenti tangenziali della velocità del flusso nelle sezioni di ingresso e uscita.
- 13.5** Quali sono gli elementi principali che costituiscono uno stadio di una turbomacchina?
- 13.6** Un compressore è una macchina motrice o operatrice?
- 13.7** Una turbina è una macchina motrice o operatrice?
- 13.8** Cos'è il grado di reazione di una turbomacchina?
- 13.9** Quando lo stadio di una turbomacchina è detto ad azione?
- 13.10** Quali sono i compressori più comunemente impiegati nel campo aeronautico?
- 13.11** Si mettano a confronto le principali proprietà di compressori centrifughi e assiali. Qual'è il campo di applicazione dei primi e qual'è quello dei secondi?
- 13.12** Perché i primi stadi delle turbine più spinte hanno grado di reazione più basso?
- 13.13** Quali sono le turbine più comunemente impiegate nel campo aeronautico?
- 13.14** Quali sono i valori tipici dei rapporti di compressione ottenibili in uno stadio di compressore centrifugo? E in uno stadio di compressore assiale?
- 13.15** Si consideri uno stadio di compressore e uno stadio di turbina. La posizione relativa tra rotore e statore è la stessa nei due casi? Quale delle due parti precede l'altra? Perché?

13.16 Il ruolo dello statore è simile a quello di altri componenti statici presenti in un turbogetto. Con quale componente può essere confrontato lo statore di una turbina? E quello di un compressore?

Capitolo 14

Motori a combustione interna alternativi

I motori a combustione interna alternativi (o motori a pistoni) sono motori dello stesso tipo di quelli usati nelle automobili e vengono impiegati in aeronautica per fornire potenza ad un'elica. Sono stati i primi motori applicati nella propulsione aeronautica e gli unici fino agli anni '40 del secolo scorso. Oggi sono impiegati soltanto nell'aviazione leggera, nel campo delle piccole potenze. Verranno studiati brevemente mettendo in evidenza alcuni aspetti peculiari delle applicazioni aeronautiche. Le caratteristiche principali sono:

- Combustione interna (come nelle turbine a gas)
- Funzionamento ciclico: rispetto alle turbine a gas, le temperature di combustione sono più elevate perché la sollecitazione termica non è continua ma intermittente, e non ci sono parti rotanti sottoposte ad elevate temperature.
 - Miscele stechiometriche ($\alpha \simeq 15$)
 - Presenza di un sistema di raffreddamento

Vengono classificati secondo diversi criteri:

- in base al tipo di accensione:
 - accensione comandata (attraverso una scintilla, ciclo Otto-Beau de Rochas): la combustione avviene a volume sostanzialmente costante;
 - accensione spontanea (o per compressione, ciclo Diesel): la combustione avviene a pressione costante;
- in base al numero di corse effettuate dal pistone in un ciclo operativo:
 - motore a due tempi;
 - motore a quattro tempi;
- e in base al tipo di sistema di raffreddamento:
 - motori raffreddati ad aria;
 - motori raffreddati ad acqua.

14.1 Schema e nomenclatura

Il motore è costituito da uno o più **cilindri** (contenitori di forma cilindrica) all'interno di ciascuno dei quali si muove un **pistone** (o stantuffo) con un moto rettilineo alternativo. La parte superiore del cilindro è detta **testa**, vedi Fig. 14.1. Al pistone è quindi collegato un meccanismo biella–manovella che permette di trasformare il moto alternativo del pistone in moto rotatorio dell'albero motore. Nella testa del cilindro sono presenti le valvole che permettono di regolare l'immissione e l'espulsione della massa gassosa e, nei motori ad accensione comandata, un dispositivo per l'accensione della miscela (una o più candele in grado di produrre una scarica elettrica). Si ricorda di seguito la terminologia comunemente impiegata per indicare dimensioni e parametri caratteristici di motori a combustione interna alternativi:

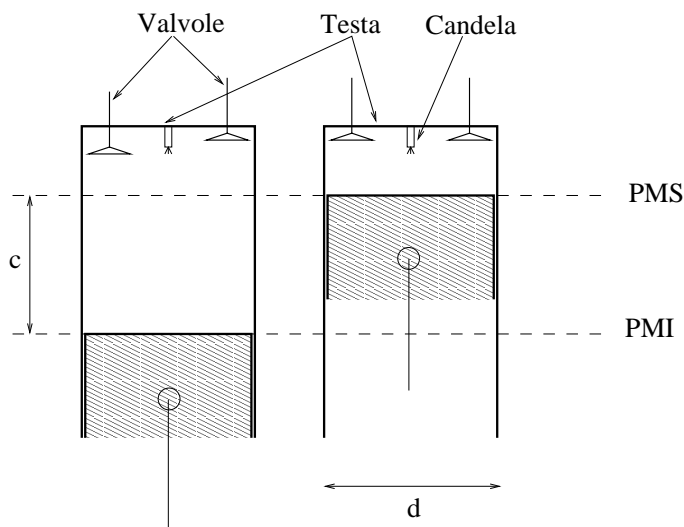


Figura 14.1: Definizioni di corsa, alesaggio, PMS e PMI.

Volume totale del cilindro \mathcal{V}_1 È il volume massimo a disposizione della miscela aria–combustibile all'interno del cilindro.

Volume della camera di combustione \mathcal{V}_2 È il volume minimo a disposizione della miscela aria–combustibile all'interno del cilindro.

Punto morto superiore (PMS) Indica la posizione del pistone più prossima alla testa del cilindro, quella in cui il volume a disposizione della miscela è pari a \mathcal{V}_2 .

Punto morto inferiore (PMI) Indica la posizione del pistone più lontana dalla testa del cilindro, quella in cui il volume a disposizione della miscela è pari a \mathcal{V}_1 .

Corsa (stroke) Distanza tra punto morto superiore e punto morto inferiore. È pari a due volte il raggio della manovella.

Diametro o alesaggio (bore) Diametro interno del cilindro.

Cilindrata Volume spostato dal pistone ($\mathcal{V}_1 - \mathcal{V}_2$)

Rapporto di compressione volumetrico r Si definisce come il rapporto tra volume totale del cilindro e volume della camera di combustione:

$$r = \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2} = \frac{\text{Volume inizio compressione}}{\text{Volume fine compressione}} \quad (14.1)$$

Per brevità viene in genere semplicemente indicato come rapporto di compressione.

14.2 Ciclo Otto ideale

D'ora in poi ci si riferirà soltanto all'applicazione più comune per i motori a combustione interna alternativi aeronautici, che è quella di un motore ad accensione comandata a 4 tempi basato sul ciclo Otto-Beau de Rochas (cui ci si riferirà per brevità come al ciclo Otto), per quanto siano stati anche utilizzati motori a due tempi e/o ad accensione per compressione. Con motore a quattro tempi si intende che un ciclo viene compiuto con quattro corse del pistone (ad ogni ciclo corrispondono due giri della manovella e quindi dell'albero motore). Ad ogni corsa del pistone ('tempo') corrisponde una fase diversa del ciclo compiuto dal motore. I quattro tempi sono i seguenti, vedi Fig. 14.2:

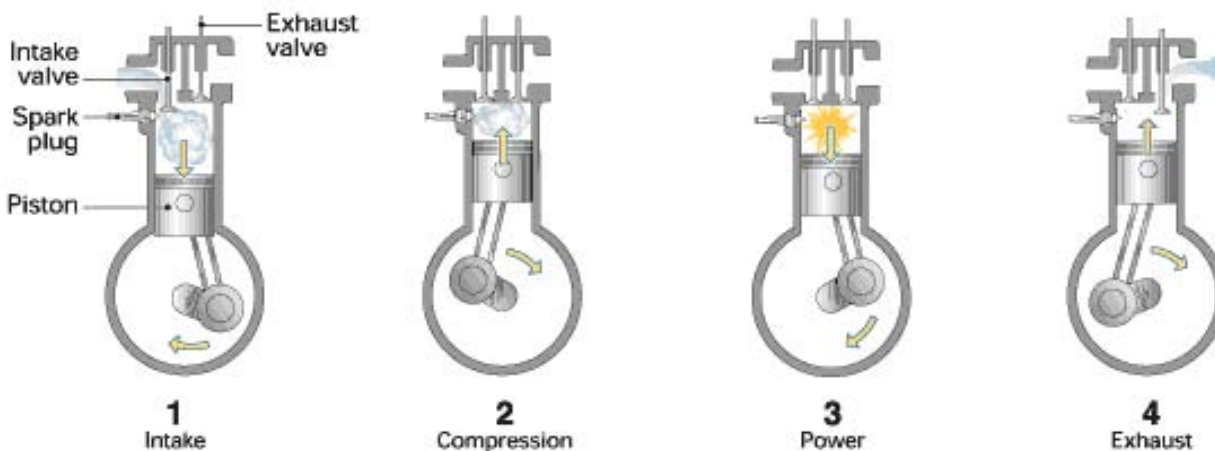


Figura 14.2: Fasi di un motore a combustione interna alternativo a 4 tempi.

1.) *Corsa di aspirazione.*

In questa fase la massa di gas che poi evolverà all'interno del cilindro può entrare in esso grazie all'apertura della valvola di aspirazione. Il pistone va quindi da PMS a PMI. Per aumentare la massa introdotta la valvola si apre prima di PMS e si chiude dopo PMI. Durante questa fase la massa di gas all'interno del cilindro aumenta mantenendo le proprietà (p, T) essenzialmente inalterate (almeno nel caso ideale). Tale corsa è quindi rappresentata da un punto (1) nel piano termodinamico $T-s$ (vedi Fig. 14.3b), mentre è rappresentato dalla linea $0 - 1$ nel piano $p - \mathcal{V}$ (pressione-volume

indicato, vedi Fig. 14.3a). Per quanto detto sono costanti infatti i valori di p e T (e quindi di ρ e del volume specifico v) mentre è

$$\mathcal{V} = vm_m \neq \text{costante} \quad (14.2)$$

poiché la massa della miscela m_m aumenta durante questo primo tempo, e \mathcal{V} varia da \mathcal{V}_2 a \mathcal{V}_1 .

2.) *Corsa di compressione.*

Questa fase avviene a valvole chiuse. Dopo la chiusura delle valvole la massa di miscela contenuta nel cilindro m_m è costante, e quindi v è proporzionale a \mathcal{V} ed entrambi indicano anche la posizione del pistone. La miscela all'interno del cilindro viene in questa fase compressa dal pistone che compie lavoro sul fluido spostandosi da PMI a PMS. Verso la fine della corsa inizia la combustione e quindi p aumenta ancora più rapidamente.

3.) *Corsa di espansione.*

Anche questa fase avviene a valvole chiuse. Il pistone viene spinto verso il basso dal gas che si espande, compiendo quindi lavoro sul pistone stesso. Poco prima di PMI si apre la valvola di scarico.

4.) *Corsa di scarico.*

Questa fase avviene a valvola di scarico aperta. I gas combusti escono dal cilindro sia perché hanno pressione più alta di quella ambiente, sia perché spinti dal pistone che va verso PMS.

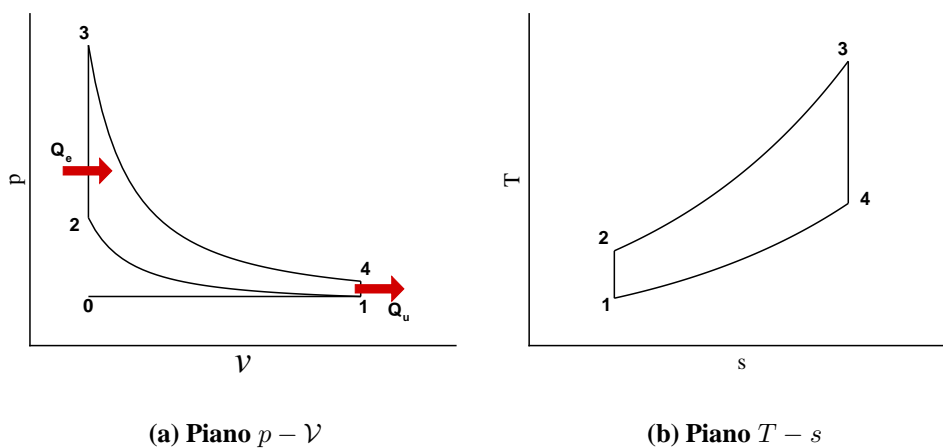


Figura 14.3: Ciclo Otto sui piani a) pressione–volume indicato (cioè volume del cilindro), e b) temperatura–entropia.

Il comportamento ideale del fluido in un motore ad accensione comandata è ben rappresentato dal ciclo Otto ideale, mostrato in Fig. 14.3 dalla trasformazione 1 – 2 – 3 – 4 – 1. In particolare, nei piani termodinamici $p - v$ (il quale, a parte un fattore di scala per l'asse delle ascisse, coincide con il piano $p - \mathcal{V}$, tranne che per la trasformazione 0 – 1 durante la quale la massa di miscela nel cilindro non è costante) e $T - s$ si possono identificare le seguenti quattro trasformazioni ideali subite dalla miscela aria-combustibile:

1-2 Compressione isentropica. Lavoro compiuto dal pistone $L_c = - \int_1^2 p dv$.

2-3 Combustione a volume costante. Introduzione, idealmente istantanea, della quantità di calore

$$Q_e = \int_2^3 c_v dT.$$

3-4 Espansione isentropica. Lavoro compiuto dal fluido $L_e = \int_3^4 p dv$.

4-1 Scarico a volume costante. Sottrazione, idealmente istantanea, della quantità di calore $Q_u =$

$$- \int_4^1 c_v dT.$$

Nelle corse di aspirazione e scarico le proprietà termodinamiche intensive (pressione p , temperatura T , e volume specifico $v = 1/\rho$) sono costanti, varia invece il volume \mathcal{V} .

Per calcolare le prestazioni fornite da un motore basato sul ciclo Otto ideale, si procede analogamente a quanto effettuato nel cap. 4 per il ciclo di una turbina a gas, assumendo per semplicità che la miscela sia costituita esclusivamente da aria (trascurando quindi gli effetti sulle proprietà del gas dovuti alla quantità, relativamente piccola, di combustibile presente nella miscela), che essa si comporti come un gas ideale e le sue proprietà (γ , c_p , c_v) restino costanti. Se si indica con m_m la massa di miscela che, chiusa la valvola di aspirazione, evolve nel cilindro, si ha:

$$\eta_{th,id} = \frac{m_m L}{m_m Q_e} = \frac{L}{Q_e} = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = 1 - \frac{Q_u}{Q_e} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1(T_4/T_1 - 1)}{T_2(T_3/T_2 - 1)} \quad (14.3)$$

ed essendo le trasformazioni 1 – 2 e 3 – 4 isentropiche, ed ancora $v_3 = v_2$ e $v_4 = v_1$:

$$\begin{cases} 1 - 2 : & T_2 v_2^{\gamma-1} = T_1 v_1^{\gamma-1} \\ 3 - 4 : & T_3 v_3^{\gamma-1} = T_4 v_1^{\gamma-1} \end{cases} \quad (14.4)$$

Il ciclo è simmetrico in quanto compreso tra trasformazioni dello stesso tipo a due a due, e quindi, come per il ciclo Brayton, vale la proprietà:

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \quad (14.5)$$

e quindi il rendimento si scrive come per il ciclo Brayton, ma mentre in quel caso veniva espresso in termini del rapporto di compressione β_c , nel caso del ciclo Otto si esprime in funzione del rapporto di compressione volumetrico r , essendo la trasformazione 4–1 isocora (cioè a volume specifico costante):

$$\eta_{th,id} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}} \quad (14.6)$$

Il comportamento del rendimento in funzione di r è mostrato in Fig. 14.4; come si può vedere esse cresce indefinitamente all'aumentare di r .

Una volta noto il rendimento del ciclo, si può esprimere il lavoro fornito dal motore in un ciclo come:

$$L_{u,id} = \eta_{th} Q_e = \frac{\eta_{th} m_f Q_f}{m_m} = \frac{\eta_{th} Q_f}{\alpha + 1} \quad (14.7)$$

avendo considerato il lavoro e il calore per unità di massa, ed avendo introdotto il rapporto aria-combustibile $\alpha = m_a/m_f$, con $m_m = m_a + m_f$. La potenza sviluppata dal motore può essere espressa come:

$$P_{u,id} = \frac{\text{lavoro fornito dal motore in un ciclo}}{\text{durata del ciclo}} \quad (14.8)$$

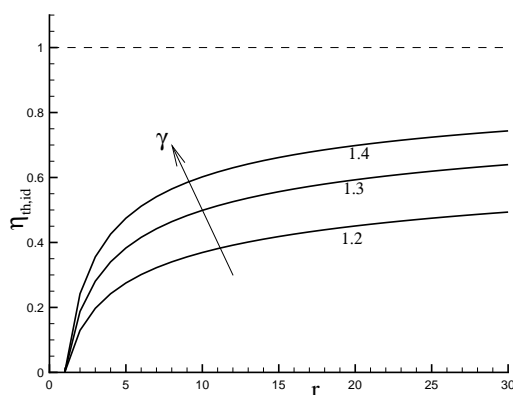


Figura 14.4: Rendimento termodinamico del ciclo Otto ideale.

e la durata del ciclo è data dall'inverso del numero di cicli per unità di tempo. Se con n si indica il numero di giri al minuto compiuti dalla manovella (cioè dall'albero motore), poiché devono essere effettuati due giri (quattro corse) per completare un ciclo, $n/2$ è il numero di cicli effettuati in un minuto, e quindi $n/(2 \cdot 60)$ il numero di cicli effettuati in un secondo. Quindi la durata del ciclo in secondi è:

$$t_{ciclo} = 2 \cdot 60/n \quad (14.9)$$

e la potenza:

$$P_{u,id} = \frac{m_m L_{u,id}}{t_{ciclo}} = \frac{\rho_1 \mathcal{V}_c \eta_{th} Q_f n}{2 \cdot 60 (\alpha + 1)} \quad (14.10)$$

avendo osservato che la massa della miscela può essere espressa come il prodotto della densità con cui essa viene immessa nel cilindro per la cilindrata:

$$m_m = \rho_1 \mathcal{V}_c \quad (14.11)$$

assumendo cioè che tutto il volume disponibile venga riempito con miscela fresca. Il consumo specifico ottenuto con un combustibile assegnato (ossia di dato potere calorifico Q_f) è invece semplicemente proporzionale all'inverso del rendimento termodinamico. Infatti:

$$BSFC_{id} = \frac{\dot{m}_f}{P_{u,id}} = \frac{m_f}{m_m L_{u,id}} = \frac{1}{\eta_{th,id} Q_f} \quad (14.12)$$

dove $m_f = \dot{m}_f t_{ciclo}$ è la massa di combustibile utilizzata in un singolo ciclo.

Dall'analisi del ciclo ideale si può quindi osservare subito che un aumento della potenza, insieme ad una riduzione del consumo specifico (cioè riferito alla potenza), può essere ottenuto attraverso un aumento del rapporto di compressione r , vedi (14.6). Si cerca quindi di realizzare motori per quanto possibile con elevati valori di r , tuttavia il valore massimo ammissibile per r è limitato da:

1. Pressione massima nel cilindro.

Essa cresce con r , e ciò comporta strutture più pesanti (in grado di resistere alle maggiori sollecitazioni).

2. Detonazione.

Per valori elevati di r si innesca il fenomeno della detonazione. Questa si manifesta come un'autoaccensione della miscela nella fase finale della compressione per effetto delle elevate temperature raggiunte, la quale provoca onde di pressione che si propagano rapidamente nel cilindro

provocando pressioni irregolari, surriscaldamento locale ed una diminuzione del rendimento. Le condizioni di innesco della detonazione dipendono anche dalle proprietà del combustibile adottato.

In conseguenza di tali limitazioni si ha tipicamente $r \lesssim 10$.

Dalla (14.10) si osserva anche che la potenza è proporzionale al numero di giri. In questo senso conviene aumentare il numero di giri di lavoro del motore, tuttavia anche questo è limitato da:

1. Velocità media del pistone. Essa può essere calcolata come (spazio percorso)/(durata di un ciclo):

$$\bar{u} = \frac{4c}{2 \cdot 60/n} = \frac{2nc}{60} \quad (14.13)$$

essendo c la corsa del pistone, e deve essere inferiore ad un valore massimo $\bar{u}_{max} \sim 15$ m/s, altrimenti si riducono eccessivamente rendimento e durata del motore. Per aumentare n mantenendo \bar{u} costante si può quindi contenere la corsa (a parità di cilindrata, perché non si riduca anche la potenza), il che porta ovviamente ad un maggiore alesaggio d . Poiché il miglior funzionamento del motore si ottiene quando $c/d \sim 1$, si può aumentare n a parità di cilindrata \mathcal{V}_c aumentando il numero di cilindri (diminuendo quindi il volume del singolo cilindro, e riducendo quindi c).

2. Velocità di rotazione dell'elica. Se n è troppo alto risulta necessario un rapporto di riduzione elevato tra albero motore ed elica.
3. Consumo specifico. Dallo studio dei cicli *reali* si può evincere che per avere un minimo consumo specifico occorre adottare valori di n relativamente bassi ($n \sim 2500$ rpm).

In conclusione, in campo aeronautico in genere $n \simeq 2000 \div 3000$ rpm¹.

14.3 Ciclo reale

Nella realtà, sia la macchina sia il fluido si comportano in modo diverso da quello idealmente assunto:

- Macchina
 - le trasformazioni non sono isentropiche né adiabatiche (in particolare perché si ha scambio termico attraverso le pareti)
 - il calore non viene acquistato attraverso scambio termico ma da combustione, e viene ceduto con espulsione del gas e non attraverso scambio termico.

¹Con *rpm* si indica “giri al minuto”.

- Fluido
 - è soggetto a perdite di carico per effetto della viscosità
 - muta la sua natura fisica (per effetto della combustione)
 - il calore specifico a volume costante c_v varia con la temperatura
 - la combustione non è né istantanea né completa

Di conseguenza il ciclo percorso nel piano $p - \mathcal{V}$ non è quello ideale delineato nella Fig. 14.3a, ma quello reale mostrato in Fig. 14.5. Il ciclo reale, tracciato nel piano $p - \mathcal{V}$, viene detto ciclo indicato².

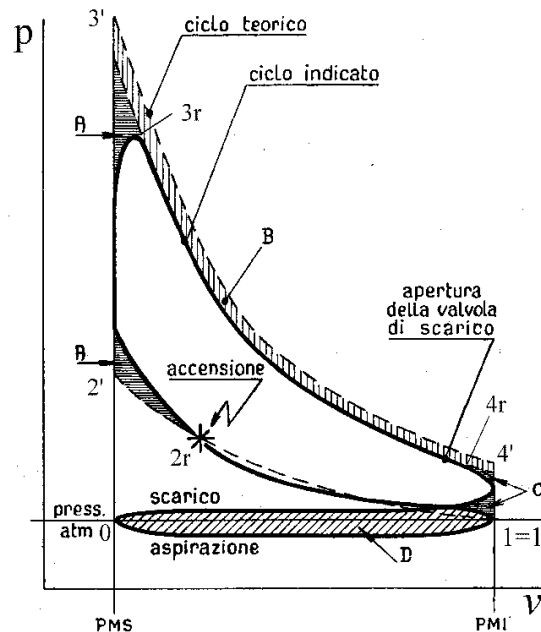


Figura 14.5: Ciclo Otto ideale e reale, sul piano indicato (da [4]).

L'evoluzione di quest'ultimo si distingue da quella ideale nelle seguenti fasi:

- Aspirazione.
Al PMS i gas combusti non sono ancora completamente espulsi: una parte si mescola con la miscela fresca, alterandone le proprietà.
- Compressione.
La trasformazione reale non è né adiabatica né reversibile.
- Combustione.
Non è istantanea come ipotizzato nel caso ideale, bensì l'accensione avviene prima che il pistone raggiunga PMS, e la cessione di calore continua anche, in parte, nella corsa di espansione.
- Espansione.
Si tratta ancora di una trasformazione non adiabatica né reversibile.

²Indicato = misurato da apparecchiature sperimentali, che in particolare registrano la pressione, ed il volume *del cilindro* (non il volume specifico del gas)

- Scarico.

I gas vengono espulsi a velocità relativamente alta, con conseguenti perdite di carico, per cui la pressione all'interno del cilindro all'apertura delle valvole di scarico dovrà essere maggiore di quella ambiente ($p_4 > p_a$).

Per queste ragioni, l'area racchiusa dal ciclo e quindi il lavoro fornito dal ciclo reale (indicato) $L_{u,ind}$ risulta inferiore a quello ideale $L_{u,id}$. Si definisce allora un rendimento reale, che ingloba tutti i fenomeni citati, come

$$\eta_r = \frac{L_{u,ind}}{L_{u,id}} \quad (14.14)$$

e di conseguenza si può esprimere il lavoro fornito da un ciclo, per unità di massa evolvente nel cilindro, come:

$$L_{u,ind} = \eta_r L_{u,id} = \eta_r \eta_{th,id} Q_e = \frac{\eta_r \eta_{th,id} \eta_b Q_f}{\alpha + 1} \quad (14.15)$$

avendo utilizzato l'espressione del ciclo ideale e avendo introdotto anche un rendimento di combustione η_b , come nel caso dei turbogetti (vedi cap. 10).

Parte di questo lavoro è speso per vincere le resistenze passive: il lavoro di pompaggio del fluido (indicato dall'area D in Fig. 14.5) dovuto alle differenze tra pressioni di aspirazione e scarico, e pressione ambiente (il pistone deve effettuare lavoro sul fluido per richiamarlo dall'ambiente durante la fase di aspirazione, e per espellerlo durante la fase di scarico); il lavoro necessario a vincere l'attrito tra le parti meccaniche in movimento; e il lavoro necessario per l'azionamento dei gruppi accessori (pompa acqua, pompa olio, ...). Il lavoro disponibile all'albero motore nel caso reale è quindi:

$$L_{u,r} = \eta_m L_{u,ind} \quad (14.16)$$

avendo introdotto il rendimento organico (o meccanico) η_m per tener conto simbolicamente del lavoro speso per vincere le resistenze passive citate.

La potenza fornita dal motore reale è data da:

$$P_{u,r} = \frac{L_{u,r}}{t_{ciclo}} \quad (14.17)$$

e utilizzando le (14.15) e (14.16):

$$P_{u,r} = \frac{m_m L_{u,r}}{t_{ciclo}} = \frac{\rho_1 \mathcal{V}_c \eta_m \eta_r \eta_{th,id} \eta_b Q_f n}{2 \cdot 60 (\alpha + 1)} = \frac{\rho_a \mathcal{V}_c \lambda_v \eta_m \eta_r \eta_{th,id} \eta_b Q_f n}{2 \cdot 60 (\alpha + 1)} \quad (14.18)$$

dove è stato introdotto anche il rendimento volumetrico λ_v . Questo coefficiente, minore di uno, tiene conto del fatto che nell'esprimere la massa della miscela m_m in funzione della cilindrata \mathcal{V}_c , bisogna considerare che la sua densità non sarà pari a quella atmosferica ma un po' più bassa, sia perché essa viene da condotti "caldi" (quindi avrà temperatura maggiore di quella atmosferica, $T_1 > T_a$), sia perché la sua velocità induce, come detto, perdite di carico (per cui $p_1 < p_a$). Il rendimento volumetrico è dunque definito come:

$$\lambda_v = \frac{m_{m,r}}{m_{m,id}} = \frac{\rho_1 \mathcal{V}_c}{\rho_a \mathcal{V}_c} = \frac{\rho_1}{\rho_a} \quad (14.19)$$

e quindi la massa della miscela è pari a

$$m_m = \rho_1 \mathcal{V}_c = \lambda_v \rho_a \mathcal{V}_c \quad (14.20)$$

Il consumo specifico (cioè per unità di potenza) del motore può essere ottenuto nel caso reale dalle relazioni scritte sopra per la massa della miscela (e quindi di combustibile attraverso α) e per la potenza utile:

$$BSFC_r = \frac{\dot{m}_f}{P_{u,r}} = \frac{m_f}{m_m L_{u,r}} = \frac{1}{(\alpha + 1) L_{u,r}} = \frac{1}{\eta_m \eta_r \eta_{th,id} \eta_b Q_f} \quad (14.21)$$

per le (14.15),(14.16), essendo m_f la massa di combustibile utilizzata per ciascun ciclo. È uso comune esprimere la potenza introducendo una grandezza fittizia denominata *pressione media effettiva*:

$$P_{u,r} = p_{me} \frac{V_c n}{2 \cdot 60} \quad (14.22)$$

La pressione media effettiva (che ha appunto le dimensioni di una pressione) indica il lavoro prodotto da un ciclo per unità di cilindrata. Si definiscono poi come *potenza indicata* e *pressione media indicata* i valori ottenuti dal ciclo senza tener conto della potenza spesa per azionare gli organi ausiliari (pompe, alternatori, ...) e per vincere gli attriti. Queste grandezze si ricavano dai corrispondenti valori reali dividendo per il rendimento organico η_m :

$$P_{u,ind} = P_{u,r} / \eta_m ; \quad p_{m,ind} = p_{me} / \eta_m \quad (14.23)$$

14.4 Comportamento del motore in quota

Un aspetto importante nel campo aeronautico è la diminuzione della potenza che si ha all'aumentare della quota. È stato visto infatti dalla (14.18) che la potenza è direttamente proporzionale alla densità ρ e, come è noto, la densità dell'aria esterna diminuisce all'aumentare della quota. In realtà la riduzione di potenza con la quota è più spinta di quella della ρ (che a sua volta decresce meno della p grazie alla contemporanea riduzione di T con la quota nella troposfera), infatti si riduce anche il rendimento volumetrico λ_v [3].

14.4.1 Rimedi alla diminuzione di potenza con la quota

Il motore che non presenta alcuna misura per contrastare la diminuzione della potenza con la quota viene indicato come *Motore Semplice*. Per annullare gli effetti negativi dell'altitudine si ricorre a motori *Adattati* o *Sovralimentati*.

Motori Adattati I motori adattati sono progettati per poter funzionare in modo soddisfacente alla quota z_a , e ciò si può ottenere con diverse configurazioni:

- *Motori alleggeriti*

All'aumentare di z si riducono le sollecitazioni sul motore, quindi si progetta il motore per resistere alle sollecitazioni alla quota z_a (quota di adattamento). Tale motore deve però essere parzializzato (strozzato) a quote inferiori ($z < z_a$) altrimenti la p_{max} , che è proporzionale a p_a , diventerebbe maggiore di quella sopportabile dalle strutture.

- *Motori surcompressi*

All'aumentare di z , come detto, si riduce la potenza. Per riottenere la potenza che si aveva a $z = 0$ si può pensare di aumentare r , con conseguente aumento del rendimento. Ciò tuttavia non si può fare con continuità, necessitando di una geometria variabile del cilindro.

- *Motori sovralesati*

In questa configurazione si adottano motori dalla cilindrata sovradimensionata, e si strozza l'alimentazione a $z < z_a$.

Motori sovralimentati Si utilizza un compressore nel circuito di alimentazione aria per rendere le condizioni di alimentazione meno dipendenti dalla pressione ambiente.

14.4.2 Motori sovralimentati

L'uso del compressore è la pratica corrente per combattere gli effetti negativi dovuti all'aumento della quota. Si cerca quindi di mantenere elevate le pressioni medie e la potenza aumentando la pressione della carica all'inizio della corsa di compressione. A seconda del sistema usato per muovere il compressore, e della configurazione del motore, si distinguono le seguenti possibilità:

- Sovralimentazione meccanica (supercharging)
- Sovralimentazione con turbocompressore (turbocharging)
- Sovralimentazione con turbocompressore e intercooler
- Sovralimentazione con turbocompressore a due stadi
- Sovralimentazione meccanica e con turbocompressore a due stadi
- Motore Compound
- Motore Turbocompound

Di queste configurazioni si descriveranno brevemente soltanto le prime due (che sono alla base di tutte le altre).

Motore con compressore comandato meccanicamente

La miscela che esce dal carburatore non va direttamente nel cilindro ma passa prima attraverso un compressore centrifugo; questo è mosso dall'albero motore attraverso un opportuno sistema di riduzione. Il compressore assorbe una quantità di potenza non trascurabile dall'albero motore. Si tratta di un sistema

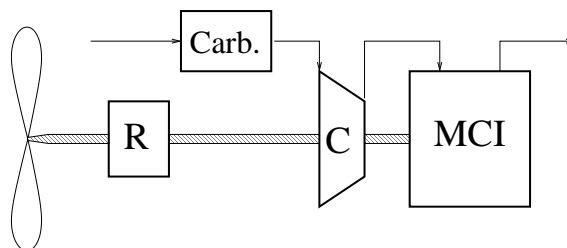


Figura 14.6: Schema di motore con compressore comandato meccanicamente.

di potenza per altitudini “medie” rispetto al caso di sovralimentazione con turbocompressore. Stabilita la pressione necessaria ad una certa quota, si possono avere due casi:

1. Se ad una certa quota la pressione di alimentazione con compressore è uguale a quella senza compressore a $z = 0$, tale quota è detta *Quota di Ristabilimento*.
2. Se ad una certa quota la pressione di alimentazione con compressore è maggiore di quella senza compressore a $z = 0$, tale quota è detta *Quota di Adattamento*.

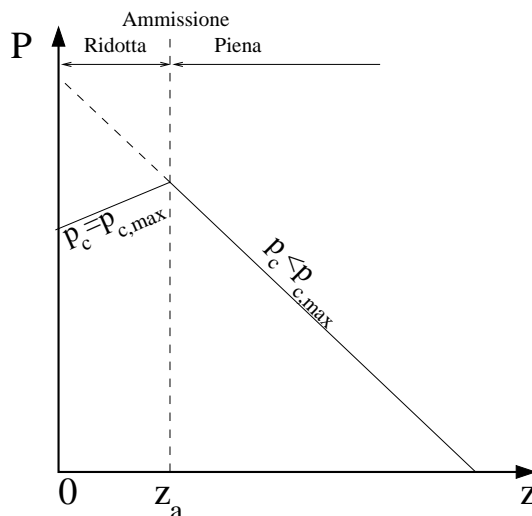


Figura 14.7: Andamento della potenza al variare della quota per un motore con compressore comandato meccanicamente.

È importante valutare come varia la potenza al di fuori di queste quote. Per accoppiamento diretto, ammissione costante e numero di giri al minuto n costante:

- se la quota di volo $z < z_a$, la pressione nel cilindro è più alta di quella a livello del suolo (senza sovralimentazione) e può raggiungere valori non sopportabili
- se $z > z_a$ la pressione è invece più bassa di quella al livello del suolo.

Il problema è quindi limitare le sovrappressioni alle quote inferiori a z_a . Convienne operare in modo che a quote inferiori a z_a la pressione di alimentazione sia costante e uguale a quella massima consentita. Questo può essere ottenuto con un dispositivo di strozzamento (che è poi la valvola a farfalla). Con p_c costante si ha tuttavia una riduzione della potenza a $z < z_a$ dovuta al fatto che ρ_1 diminuisce, essendo p_1 costante e crescendo T_1 al diminuire della quota. Inserendo un cambio meccanico che regoli la velocità di rotazione del compressore si possono avere diverse quote di ristabilimento ed evitare così la riduzione di potenza a bassa quota. Può essere ammissibile superare la p_{max} per brevi periodi di tempo (per esempio al decollo).

Motore con turbocompressore

Il compressore è comandato da una turbina mossa dai gas di scarico del motore, e calettata sullo stesso albero. Il gruppo turbina-compressore è separato dall'albero motore. La potenza necessaria per far funzionare la turbina è trascurabile rispetto a quella fornita dal motore. Questo sistema può essere di grande utilità per i motori a pistoni permettendo potenze elevate anche a quote di 6000 m; può essere usato anche per aumentare la potenza al decollo. La potenza fornita dalla turbina cresce con il numero di

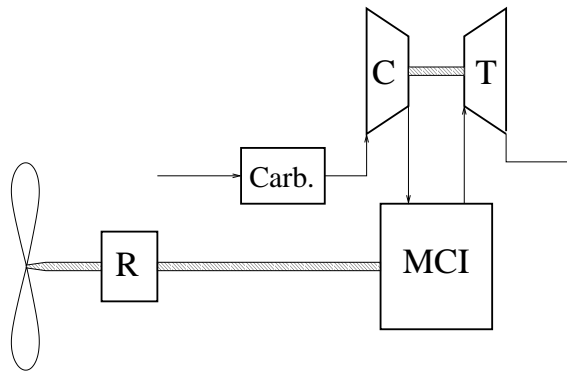


Figura 14.8: Schema di motore con turbocompressore.

giri, così come la pressione di alimentazione. Il gruppo turbina–compressore ha in genere compressore centrifugo, mentre la turbina può essere assiale o centripeta. In questa configurazione il compressore non sottrae potenza al motore (ma bisogna tener conto del fatto che la pressione allo scarico deve essere più elevata, per poter elaborare un salto entalpico nella turbina), ed inoltre il gruppo turbina–compressore è in una certa misura autoregolante (almeno per $z < z_a$) per cui non si ha diminuzione della potenza per $z < z_a$. Si osserva infine che è necessario un collettore dei gas di scarico per alimentare la turbina in modo continuo, e che per quote superiori a quella di adattamento la potenza diminuisce nuovamente con la quota.

14.5 Configurazioni dei motori aeronautici

Non si esaminano in questa sede i sistemi ausiliari: carburazione, distribuzione, accensione, lubrificazione, scarico, ... Per la configurazione ci si limita a ricordare che essa è determinata da numero, dimensioni e soprattutto disposizione dei cilindri, scelti in modo da soddisfare le esigenze aeronautiche.

- Numero dei cilindri: da 2 a 28;
- Diametro dei cilindri: da 80 a 160 mm con rapporto corsa/alesaggio circa unitario;
- Disposizione dei cilindri: determina la sezione frontale, l'integrazione con il veicolo dipende anche dal sistema di raffreddamento (ad aria od a liquido), vedi Fig. 14.9.

14.6 Sistema di raffreddamento

Come accennato all'inizio del capitolo, una delle classificazioni dei motori a combustione interna alternativi è quella basata sulla tipologia del sistema di raffreddamento dei cilindri. Si distinguono due famiglie:

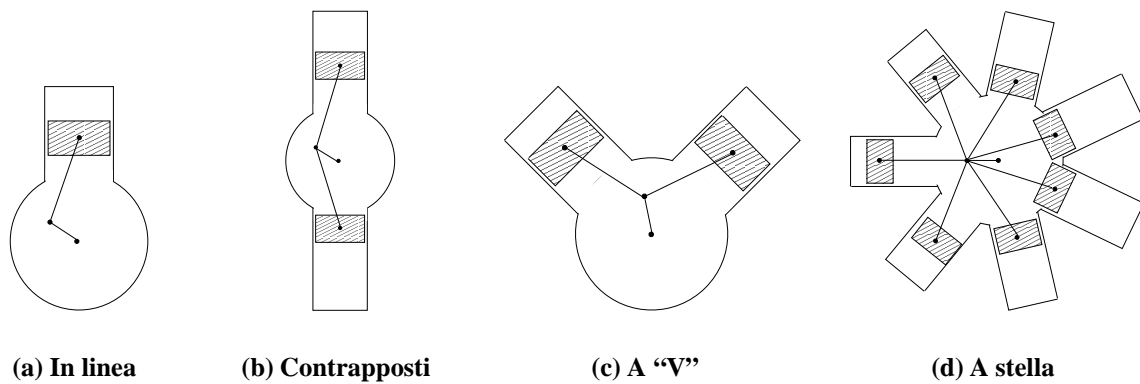


Figura 14.9: Disposizione dei cilindri.

	Vantaggi:	Problemi:
Motori raffreddati ad aria	Leggero	Dimensionamento ed orientamento alette Ingombro frontale
	Semplice	
	Manutenzione ridotta	
	No congelamento	
	Vantaggi:	Problemi:
Motori raffreddati a liquido	Raffreddamento più uniforme	Peso
	r maggiori	Circuito di raffreddamento
	Motori più compatti	Radiatore di raffreddamento
		Possibile congelamento del liquido

14.7 Indici di merito dei motori a pistoncini aeronautici

Gli indici di merito di alcuni motori a combustione interna alternativi impiegati in aeronautica (molti dei quali di rilevanza solamente storica) sono riportati in Tab. 14.1. Vengono di seguito riportati i valori tipici dei parametri caratteristici più importanti per le applicazioni aeronautiche. Tra di essi hanno ovviamente particolare rilievo il rapporto peso/potenza e l'ingombro frontale; il prevalere del turboelica per motori di notevole potenza è soprattutto dovuto alle sue migliori caratteristiche in proposito, oltre

Motore	Anno	Disp.		N.ro	Cilindrata	Potenza	Peso	
		Cilindri	Raffredd.	Cil.	(cm ³)	(kW)	(kg)	kg/kW
Wright	1903	In linea	Liquido	4	3300	9	81 *	9.0
Anzani	1910	Radiale	Aria	3	3100	22	55	2.5
Gnome	1908	Rotary	Aria	7	8000	37	75	2.0
Bentley BR2	1918	Rotary	Aria	9	25000	172	227	1.3
Rolls-Royce Condor	1918	a "V"	Liquido	12	35000	485	590 *	1.2
Wright J-5 Whirlwind**	1925	Radial	Aria	9	12900	164	232 *	1.4
Rolls-Royce Merlin	1936	a "V"	Liquido	12	27000	768	600 *	0.8
Mercedes-Benz D-B 601	1938	a "V"	Liquido	12	33900	974	700 *	0.7
Napier Sabre	1940	a "V"	Liquido	12	36700	1641	1135 *	0.7
Allison V-1710	1941	a "V"	Liquido	12	28000	933	724 *	0.8
Pratt & Whitney R-4360	1945	Radiale	Aria	28	71500	2238	1634	0.7
Continental O-200	1959	Opposti	Aria	4	3300	75	85	1.1
Lycoming O-540	1959	Opposti	Aria	6	8900	187	180	1.0
Lycoming XR-7755 mid	1940s	Radiale	Liquido	36	127100	2984	2750 *	0.9
Lycoming IO-540-K	1960s	Opposti	Aria	6	8900	224	200	0.9
Lycoming TIO-540-J	1960s	Opposti	Aria	6	8900	261	235	0.9

Tabella 14.1: Proprietà di alcuni motori a pistoni aeronautici.

che alle minori esigenze di manutenzione (ad esempio, sostituzione di tutte le candele dopo ogni volo), mentre il consumo specifico può invece risultare più basso per motori alternativi.

- *Rapporto Peso/Potenza.*
Risulta tipicamente più basso per motori di grande potenza, ed assume indicativamente i valori ~ 1 kg/kW per piccole potenze (~ 150 kW) e di ~ 0.7 kg/kW per grandi potenze (> 700 kW).
- *Ingombro Frontale* (potenza per unità d'area frontale).
Dipende dalla configurazione e dal tipo di raffreddamento (tipicamente $\sim 150 \div 1500$ kW/m²).
- *Peso Specifico* (peso per unità di cilindrata).
Dipende dalle dimensioni, dal tipo di raffreddamento, ... (tipicamente $\sim 20 \div 30$ kg/dm³).
- *Potenza specifica* (potenza per unità di cilindrata).
Dipende dalle dimensioni, dal tipo di raffreddamento, da r , ed assume tipicamente i valori $\sim 20 \div 30$ kW/dm³ per piccole potenze (~ 150 kW) e $\sim 50 \div 60$ kW/dm³ per grandi potenze (> 700 kW).
- *Consumo Specifico.*
Assume tipicamente i valori $\sim 0.27 \div 0.30$ (kg/h)/kW per piccole potenze (~ 150 kW) e $\sim 0.20 \div 0.27$ (kg/h)/kW per grandi potenze (> 700 kW).
- *Affidabilità.*

Domande di verifica

- 14.1 Qual'è oggi in aeronautica il campo di applicazione dei motori a pistoni?
- 14.2 Si descrivano le diverse fasi di un motore a 4 tempi.
- 14.3 Quanti giri dell'albero motore vengono compiuti in un ciclo di un motore a 4 tempi?
- 14.4 Cosa si intende per rapporto di compressione volumetrico?
- 14.5 Quali sono i principali vantaggi e svantaggi di un motore raffreddato a liquido rispetto ad uno raffreddato ad aria?
- 14.6 Da quale grandezza dipende il rendimento del ciclo Otto ideale?
- 14.7 Si esprimano la potenza e il consumo specifico di un motore a pistoni ideale in funzione del rendimento del ciclo Otto ideale corrispondente, della cilindrata, del numero di giri, del rapporto di miscela, della densità della miscela e del potere calorifico del combustibile.
- 14.8 In cosa differiscono un motore a cilindri "a stella" e uno a cilindri "in linea"?
- 14.9 A parità di valore della corsa, qual'è la grandezza che limita il numero di giri massimo ottenibile da un motore a pistoni?
- 14.10 Disegnare il ciclo ideale di un motore a quattro tempi ad accensione comandata (ciclo Otto) nel piano $p - v$.

- 14.11** Disegnare il ciclo ideale di un motore a quattro tempi ad accensione comandata (ciclo Otto) nel piano $T - s$.
- 14.12** Si esprimano la potenza e il consumo specifico di un motore a pistoni reale in funzione del rendimento del ciclo Otto ideale corrispondente, della cilindrata, del numero di giri, del rapporto di miscela, della densità della miscela, del potere calorifico del combustibile e dei rendimenti introdotti nella trattazione di questi motori.
- 14.13** Cosa indica il rendimento volumetrico?
- 14.14** Perché la potenza di un motore a pistoni diminuisce con la quota?
- 14.15** Indicare qualitativamente i principali rimedi alla diminuzione di potenza con la quota.
- 14.16** Disegnare lo schema di funzionamento di un motore sovralimentato con turbocompressore.
- 14.17** Cosa si intende con quota di adattamento?
- 14.18** Cosa si intende con quota di ristabilimento?
- 14.19** Disegnare lo schema di funzionamento di un motore sovralimentato con compressore comandato dall'albero motore.

Esercizi proposti

- 14.1** Calcolare potenza, pressione media effettiva, consumo specifico e le temperature e pressione massime raggiunte per un motore a combustione interna alternativo avente le seguenti caratteristiche:

- Operazione a punto fisso a livello del mare
- $r = 8.5$
- 6 cilindri
- $n = 2700$ giri/min
- $d = 133$ mm
- $c = 108$ mm
- $Q_f = 43.6$ MJ/kg e $\alpha = 15$
- Proprietà del fluido evolvente costanti e pari a quelle dell'aria

Si consideri il ciclo ideale e si calcoli la spinta generata da un'elica di diametro pari a 2.5 m.

R.

$P = 388$ kW; $p_{me} = 1915$ kPa; $BSFC = 0.144$ kg h^{-1} kW $^{-1}$; $T_3 = 4467$ K; $p_3 = 13347$ kPa; $F = 12.2$ kN.

- 14.2** Si confronti la potenza generata dal propulsore dell'esercizio precedente con quella generata dallo stesso propulsore, a parità di condizioni, ad una quota $z = 6000$ m.

R.

$P = 209$ kW.

Capitolo 15

Prestazioni degli endoreattori

È stato visto, per gli esoreattori, che la scelta del propulsore più adatto dipende dal particolare compito richiesto al velivolo. Una situazione analoga si verifica per gli endoreattori, per i quali, per valutare le prestazioni di un motore, bisogna anche considerare la missione che esso deve essere in grado di portare a termine. Pertanto in questo capitolo, dopo aver esaminato quali sono i componenti principali comuni a tutti gli endoreattori e la distribuzione della massa tra tali componenti, si studieranno gli aspetti principali del moto di un veicolo propulso ad endoreazione, con l'attenzione rivolta alle manovre più comuni che tali veicoli sono chiamati a svolgere. La stretta correlazione che sussiste tra le caratteristiche del sistema propulsivo e le missioni che esso può esplicare fa sì che sia necessaria un'analisi preliminare (per quanto semplificata), che considera il moto di un razzo visto come punto materiale, per comprendere gli sviluppi della progettazione di endoreattori.

La prima analisi semplificata, la più semplice, si riferisce al moto di un razzo¹ nello spazio, in assenza di forze aerodinamiche e gravitazionali. Essa porta all'equazione di Tsiolkowski (detta anche 'equazione del razzo'), la cui validità può peraltro essere estesa a molti casi pratici, e che permette significative considerazioni riguardo alle manovre che il veicolo può svolgere. Successivamente si accennerà al caso reale, all'effetto delle forze aerodinamiche, alle perdite gravitazionali, ed altre. Si rimanda invece ad un corso di meccanica del volo spaziale per l'analisi completa del moto, la quale può essere condotta mediante l'integrazione numerica delle equazioni che lo descrivono.

15.1 Componenti degli endoreattori

A seconda del tipo di endoreattore considerato (termico, chimico, elettrico, a propellente liquido o solido, . . .), i suoi componenti sono evidentemente diversi. Possiamo tuttavia individuare in ciascun endoreattore una parte dedicata all'immagazzinamento del propellente, una parte dedicata all'accelerazione del fluido propulsivo, una parte strutturale in grado di trasmettere le forze tra le varie parti, una parte costituita dal propellente stesso ed una parte costituita dal carico utile (o pagante, *payload*). A queste parti si aggiungono poi quelle specifiche di ciascuna famiglia di endoreattori, e quelle relative al controllo ed alla guida (sistemi di controllo e guida, motori di assetto, . . .). Queste parti principali di un endoreattore sono schematicamente illustrate in Fig. 15.1, dove il posizionamento e le dimensioni dei blocchi all'interno del razzo considerato sono puramente indicativi della presenza di masse attribuibili a strutture, motore, carico utile e propellente all'interno del veicolo. Per quantificare le prestazioni di un razzo, è comodo introdurre alcune definizioni, ed in particolare considerare la massa totale del razzo

¹Nel corso di questo capitolo si intenderà con la parola *razzo* un qualunque veicolo propulso da endoreattori.

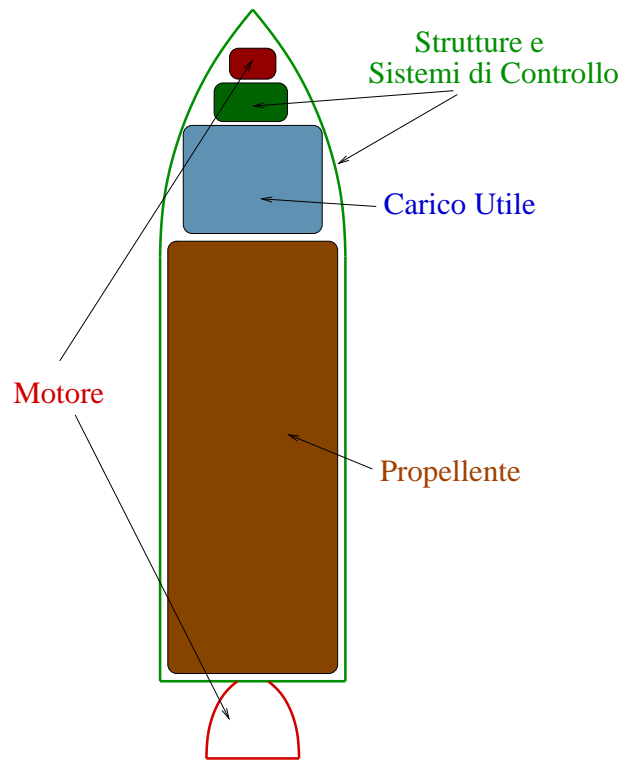


Figura 15.1: Schematizzazione delle parti costitutive principali, comuni a tutti gli endoreattori.

come la somma di quelle che possono essere attribuite a ciascuna delle parti principali costituenti il veicolo. Per il momento si considera il caso di un razzo monostadio², a singola accensione. Queste ipotesi semplificative, necessarie per chiarezza in questa fase, potranno in seguito essere superate consentendo di estendere la trattazione a casi più complessi. Si definiscono quindi, vedi Fig. 15.1 e Fig. 15.2:

Massa di Carico Utile o Payload Mass (m_u) massa del carico pagante (satellite, sonda interplanetaria, equipaggio, approvvigionamenti, eventuale stadio superiore, ...);

Massa di Propellente (m_p) massa del propellente (stivato allo stato solido, liquido o gassoso) che viene poi reso disponibile al motore come fluido propulsivo, dopo opportune trasformazioni (eventuali residui non utilizzati vanno computati nella massa inerte m_s);

Massa Strutturale o Inerte (m_s) massa della struttura portante del veicolo, del motore, dei sistemi di controllo e guida, delle strutture di immagazzinamento del propellente, di eventuali residui di propellente, ...: in sostanza, tutto ciò che non è né propellente, né carico utile;

Massa iniziale m_i (o totale m_0) massa complessiva dell'endoreattore prima dell'accensione del motore: risulta $m_i = m_u + m_s + m_p$;

Massa finale o Burnout Mass (m_f) massa totale allo spegnimento del motore (indicata anche con m_b); risulta $m_f = m_u + m_s = m_i - m_p$.

Una volta introdotte queste definizioni è anche comodo, come si vedrà in seguito, introdurre alcuni rapporti adimensionali tra le masse attribuibili a ciascuna parte (carico utile, propellente, strutture) o

²In seguito si parlerà di razzi multistadio. Qui è sufficiente ricordare che per veicolo monostadio si intende un veicolo dotato di un'unità propulsiva completa.

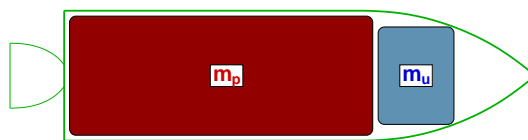


Figura 15.2: Distribuzione delle masse in un razzo.

stato (iniziale, finale) del razzo, in quanto le prestazioni di quest'ultimo dipendono dai *rapporti* tra le masse e non direttamente dalle masse stesse. Questi rapporti sono talvolta definiti in maniera lievemente differente (ma i concetti di fondo sono gli stessi); qui si adottano le definizioni:

$$K_u = \frac{m_u}{m_i}, \quad K_p = \frac{m_p}{m_i}, \quad K_m = \frac{m_i}{m_f}, \quad \varepsilon = \frac{m_s}{m_p + m_s} \quad (15.1)$$

che prendono il nome rispettivamente di rapporto di carico utile, rapporto di massa di propellente, rapporto di massa, mentre ε è detto coefficiente strutturale (indicato anche con K_s). Si noti che K_m risulta necessariamente maggiore di uno, mentre gli altri rapporti sono tutti minori di uno. L'adimensionalizzazione della massa strutturale rispetto alla massa di propellente è dovuta al fatto che, nel caso (peraltro usuale) in cui m_p è la parte più importante di m_i , la massa strutturale m_s è costituita in larga parte dalla struttura che contiene i propellenti, per cui m_s si può ragionevolmente considerare proporzionale a m_p , attraverso un coefficiente che, come si ricava subito dall'ultima delle (15.1), è strettamente legato ad ε :

$$m_s = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} m_p \quad (15.2)$$

15.2 Equazione di Tsiolkowski

Il moto di un razzo viene dapprima studiato sotto alcune ipotesi semplificative, la cui validità e il cui superamento verranno discussi in seguito. Tale ipotesi sono:

Veicolo monostadio

Si vedrà successivamente l'opportunità di utilizzare veicoli multistadio. Qui basta ricordare che per stadio si intende un'unità propulsiva completa.

Il propulsore viene acceso una sola volta

Questa ipotesi, pur non strettamente necessaria, semplifica alcune definizioni.

La spinta è l'unica forza agente sul veicolo

Questa ipotesi, apparentemente molto restrittiva, può essere soddisfatta con buona approssimazione in alcune applicazioni reali in cui, pur essendoci altre forze agenti sul veicolo, la risultante delle forze diverse dalla spinta è nulla (ad esempio, la risultante della forza di attrazione gravitazionale e della forza centrifuga agenti su un satellite in orbita circolare è nulla, mentre le forze aerodinamiche sono trascurabili).

La direzione della spinta è allineata con quella della velocità

Questa ipotesi (peraltro nient'affatto scontata, vedi § 15.3) consente di scrivere l'equazione del moto del razzo in forma scalare anziché vettoriale.

La velocità efficace d'uscita u_{eq} è costante

Questa ipotesi (anche questa discutibile, specie per il primo stadio che opera in un ampio campo di pressioni ambiente) consente di integrare l'equazione del moto in forma chiusa.

Come è stato visto in precedenza (cap. 3), la spinta generata da un endoreattore pu`o essere espressa come (3.10)

$$F = \dot{m}_n u_{eq} \quad (15.3)$$

dove la portata \dot{m}_n nell'ugello (*nozzle*) corrisponde alla diminuzione nell'unità di tempo della massa m_p di propellente rimasto a bordo, ossia

$$\dot{m}_n = - \frac{dm_p}{dt} \quad (15.4)$$

e dove u_{eq} è la velocità di efflusso equivalente (o velocità efficace di uscita), comprensiva del termine impulsivo e del termine di pressione (3.11). Nel caso in esame in cui la spinta è l'unica forza agente sul razzo, al generico istante t in cui la massa del veicolo è m , vale l'equazione della dinamica nella forma:

$$F = \dot{m}_n u_{eq} = m \frac{dV}{dt} \quad (15.5)$$

dove V è la velocità del razzo. Si osserva inoltre che la massa m del razzo diminuisce nel tempo a causa dell'espulsione del propellente e quindi, vedi anche (15.4)

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dm_p}{dt} = -\dot{m}_n \quad (15.6)$$

Quindi la (15.5) si può riscrivere come:

$$-u_{eq} \frac{dm}{dt} = m \frac{dV}{dt} \implies dV = -u_{eq} \frac{dm}{m} \quad (15.7)$$

che integrata dà:

$$\Delta V = - \int_i^f u_{eq} \frac{dm}{m} \quad (15.8)$$

Supponendo che u_{eq} sia costante (come p. es. si verifica nell'operazione nel vuoto, essendo costante la pressione ambiente), oppure che il suo valore sia ben rappresentato da un opportuno valore medio \bar{u}_{eq} , si ottiene:

$$\Delta V = \bar{u}_{eq} \ln \frac{m_i}{m_f} \quad (\text{Equazione di Tsiolkowski}) \quad (15.9)$$

dove quindi ΔV è la variazione di velocità indotta sul veicolo sottoposto alla sola spinta, m_i è la massa del veicolo prima dell'inizio dell'accensione del motore e m_f è la massa del veicolo allo spegnimento. Se dunque l'obiettivo della missione è quello di accelerare il veicolo (e cio'è il suo carico utile) dalla velocità V_i a V_f nelle condizioni ideali sopra descritte, si vede che ovviamente ci`o può essere realizzato con una quantità di propellente tanto più bassa quanto più è elevata la velocità di efflusso equivalente, od equivalentemente l'impulso specifico. La forma (15.9) pu`o essere riscritta come

$$\Delta V = \bar{u}_{eq} \ln K_m \quad (15.10)$$

oppure

$$K_m = \exp \left(\frac{\Delta V}{\bar{u}_{eq}} \right) \quad (15.11)$$

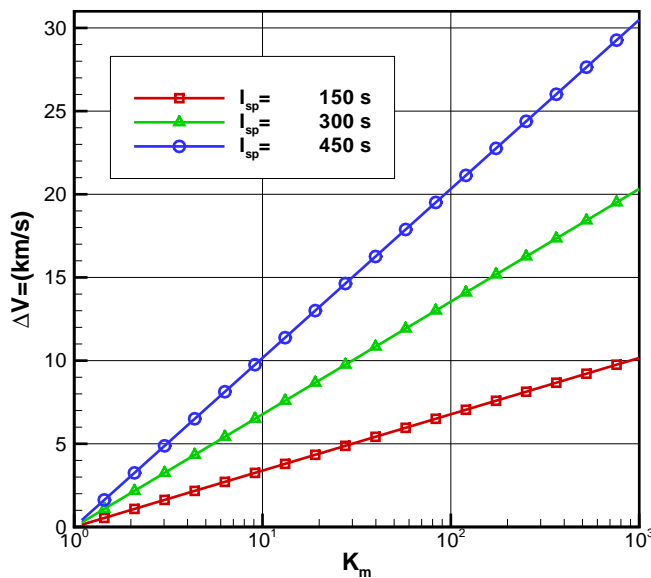


Figura 15.3: Equazione di Tsiolkowski, andamento di ΔV in funzione di K_m con I_{sp} come parametro.

dove K_m ovviamente cresce con m_p , e $u_{eq} = g_0 I_{sp}$. La relazione tra ΔV e K_m è mostrata graficamente in Fig. 15.3, dove si può notare che è stata adottata una scala lineare per ΔV , ed una scala logaritmica per K_m . Risulta quindi evidente che missioni ad alto ΔV richiedono rapporti di massa K_m molto elevati, che rendono problematica la realizzabilità della missione (almeno con la soluzione monostadio qui contemplata). La figura evidenzia anche la relazione lineare tra ΔV e I_{sp} (o equivalentemente u_{eq}). Manipolando la (15.9) attraverso la relazione $K_m = 1/(1 - K_p)$, derivata dalle definizioni dei rapporti di massa (15.1), si vede facilmente che

$$K_p = 1 - e^{-\Delta V/\bar{u}_{eq}} \quad (15.12)$$

che mostra che al crescere di ΔV , cresce anche la frazione della massa del razzo costituita da propellente. È importante osservare che nella (15.9) appare K_m , e non direttamente K_p , nell'argomento del logaritmo. Quindi anche la massa delle strutture e del carico utile, oltre alla massa del propellente, influenzano il valore di ΔV che il veicolo può realizzare. Nel caso limite in cui la massa del carico utile fosse nulla, e la massa delle strutture potesse essere ridotta a zero, il razzo sarebbe costituito esclusivamente da propellente ($K_p = 1$ e $m_f = 0$), per cui si avrebbe $K_m \rightarrow \infty$, e quindi si potrebbe conseguire un $\Delta V \rightarrow \infty$. Nella realtà, le masse delle strutture e del carico utile determinano un limite nel valore del ΔV effettivamente conseguibile da un razzo monostadio. Per mettere in evidenza questi limiti, si osserva che dalle definizioni dei rapporti di massa (15.1) si può ricavare che $1/K_m = K_u + \varepsilon(1 - K_u)$ e quindi la (15.9) può essere riscritta come:

$$\Delta V = -\bar{u}_{eq} \ln [K_u + \varepsilon(1 - K_u)], \quad \text{e per } K_u = 0 \quad \implies \quad \Delta V = \bar{u}_{eq} \ln(1/\varepsilon) \quad (15.13)$$

quindi, anche per carico utile nullo, sussiste un limite nel ΔV massimo che può essere ottenuto, dovuto al fatto che ε è diverso da zero. La Fig. 15.4 riporta il ΔV che può essere ottenuto, in funzione del rapporto

di carico utile, per un assegnato valore del coefficiente strutturale ($\varepsilon = 0.1$), con l'impulso specifico come parametro. Analogamente, la Fig. 15.5 riporta il ΔV che può essere ottenuto, in funzione del coefficiente strutturale, per un assegnato valore del rapporto di carico utile ($K_u = 0.05$), con l'impulso specifico come parametro. L'introduzione dei rapporti di massa consente un'analisi di massima di

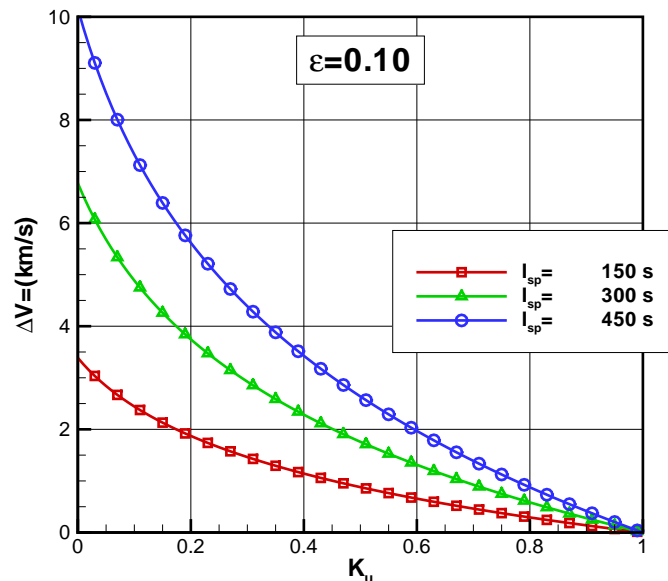


Figura 15.4: Equazione di Tsiolkowski, andamento di ΔV in funzione di K_u per assegnato ε , con I_{sp} a parametro.

un razzo, senza specificare in dettaglio le masse delle singole parti (in particolare, il valore assoluto delle masse in gioco diventerà importante solo quando si considererà l'effetto della forza aerodinamica). L'analisi fin qui svolta sottolinea come sia importante contenere la massa delle strutture e del motore, rappresentate insieme attraverso il coefficiente strutturale:

$$\varepsilon = \frac{m_s}{m_p + m_s} \quad (15.14)$$

È stato osservato che si può ragionevolmente ritenere che la massa delle strutture e del motore, m_s , sia proporzionale alla massa di propellente m_p . In realtà questa proporzionalità può essere considerata valida solo se il razzo è costituito in larga proporzione da propellente, cioè per K_p prossimi ad uno, corrispondenti a grandi incrementi di velocità. Per incrementi di velocità più contenuti i valori di ε risultano invece più alti, ossia la massa delle strutture non dipende solo dalla massa del propellente, ma anche dalle altre masse in gioco, vedi la Fig. 15.6 che riporta i valori tipici di ε per veicoli che adottano due diverse combinazioni ossidante/combustibile, e cioè ossigeno liquido/idrocarburo e ossigeno liquido/idrogeno liquido. Il coefficiente strutturale è in genere compreso tra 0.05 e 0.5 [2, 6]), ma è in genere più basso per razzi di grosse dimensioni (non superando solitamente il valore 0.15). Per un endoreattore chimico a propellente liquido ε è una misura dell'abilità del progettista nel progettare serbatoi e strutture di supporto leggeri. Negli endoreattori chimici a più alte prestazioni, alimentati con idrogeno liquido come combustibile, i valori di ε risultano più elevati rispetto ad altre soluzioni, per esempio ad idrocarburi, a causa della bassissima densità dell'idrogeno liquido (circa 70 kg/m^3 , contro tipicamente

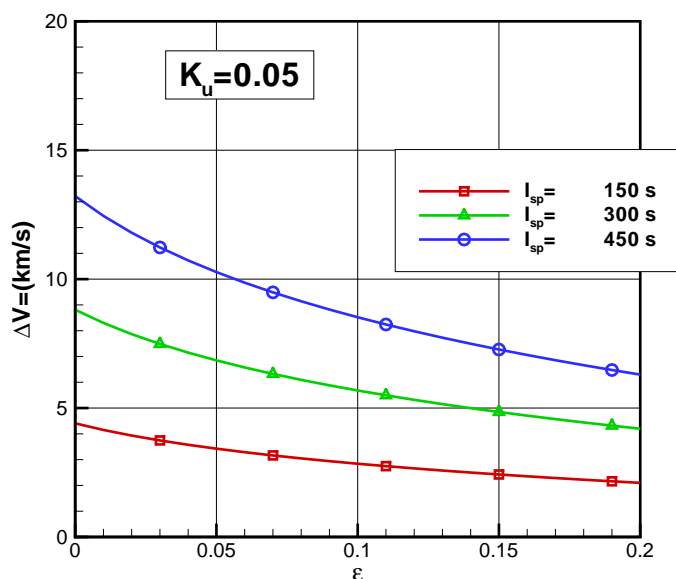


Figura 15.5: Equazione di Tsiolkowski, andamento di ΔV in funzione di ϵ per assegnato K_u , con I_{sp} a parametro.

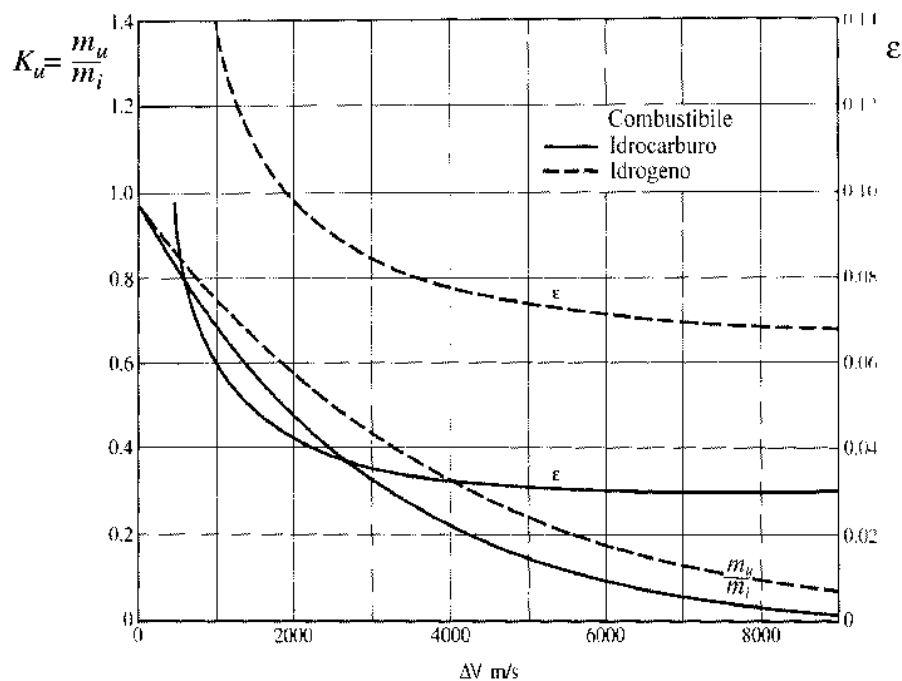


Figura 15.6: Andamento di ϵ (a destra) e K_u (a sinistra) in funzione di ΔV per endoreattori a propellente liquido utilizzando come combustibile un idrocarburo (linea piena) o idrogeno (linea tratteggiata). (Adattato da [6, pag. 408]).

810 kg/m³ per un idrocarburo liquido), che richiede serbatoi voluminosi, quindi pesanti, vedi ancora Fig. 15.6.

È utile ricordare qui gli ordini di grandezza dei valori generalmente assunti dagli altri coefficienti introdotti, per quanto essi siano una conseguenza del ΔV richiesto e del valore di ε conseguibile. Il rapporto di carico utile K_u tipicamente è compreso tra l'1 e il 20%. Il propellente nei lanciatori in genere costituisce *almeno* metà della massa dell'intero veicolo, potendo arrivare fino al 90%, quindi $0.5 < K_p < 0.9$. Anche il rapporto di massa, come K_u e K_p , è strettamente dipendente dalla missione considerata, ed in genere per un singolo stadio è compreso nel campo $2 < K_m < 10$.

L'equazione di Tsiolkowski è stata ottenuta sotto ipotesi piuttosto restrittive, per cui pu' sembrare più utile dal punto di vista teorico che pratico. In realtà, si vedrà nei prossimi paragrafi che la sua validità può essere facilmente estesa ad una gran parte delle manovre reali che gli endoreattori sono chiamati a svolgere.

15.3 Equazioni generali del moto di un veicolo propulso da endoreattore

L'equazione di Tsiolkowski è stata ricavata sotto alcune ipotesi: 1) veicolo monostadio; 2) il motore viene acceso una sola volta; 3) la spinta è l'unica forza agente sul veicolo; 4) la direzione della spinta è allineata con quella della velocità; e 5) $u_{eq} = \text{cost}$. In questo paragrafo si vedrà come estendere la validità di (15.9) anche ai casi in cui la spinta non sia l'unica forza agente sul veicolo, e non sia allineata con la direzione della velocità. Va ricordato tuttavia che in alcune manovre (come si vedrà in seguito) la risultante delle forze applicate sul veicolo è proprio la spinta e quindi la terza condizione è effettivamente soddisfatta.

Le forze che comunemente agiscono su un veicolo in volo sono la spinta, le forze aerodinamiche e la forza di attrazione gravitazionale, vedi Fig. 15.7. La spinta è stata espressa come $F = \dot{m}_n u_{eq}$. Per semplicità si adotta ancora l'ipotesi che la spinta sia diretta lungo l'asse del veicolo, e che l'angolo di incidenza aerodinamica α possa essere considerato pari all'angolo tra il vettore velocità e l'asse del veicolo (la situazione sarà invece in generale differente per un veicolo alato [15, pag. 127]). Inoltre, per il momento supponiamo di trascurare il moto di rotazione della Terra (successivamente saranno viste le implicazioni del moto di rotazione).

Le forze aerodinamiche sono, come di consueto, indicate come portanza e resistenza. La prima è la componente nel piano normale alla direzione del moto della risultante delle forze aerodinamiche agenti sul veicolo; la resistenza è invece la componente nella direzione del moto. Esse di solito sono espresse in termini di coefficienti di portanza e resistenza che, per un veicolo di forma assegnata, possono essere considerati funzione solo dell'angolo d'attacco e del numero di Mach di volo. Per i razzi vengono in generale riportati grafici di C_L e C_D (riferiti all'area della sezione trasversale massima del veicolo A ; questa convenzione viene mantenuta anche per gli stadi superiori) in funzione del Mach di volo M con l'angolo d'attacco α , inteso come l'angolo tra la direzione del moto e l'asse del veicolo, come parametro, vedi Fig. 15.8. L'angolo d'attacco, per un veicolo non alato, è in genere molto piccolo (al massimo 1°).

La forza di attrazione gravitazionale che l'astro (nel cui campo gravitazionale si trova il razzo) esercita sul veicolo è invece proporzionale alla massa del veicolo stesso e all'accelerazione di gravità locale (indicata con g , da non confondere con la costante g_0 pari al valore di g sulla superficie terrestre, vedi § 15.4.1) ed è diretta verso il centro di attrazione gravitazionale. Si introducono gli angoli ψ tra l'asse del veicolo e l'orizzontale, e α , tra l'asse del veicolo e la direzione della velocità, vedi Fig. 15.7, e di

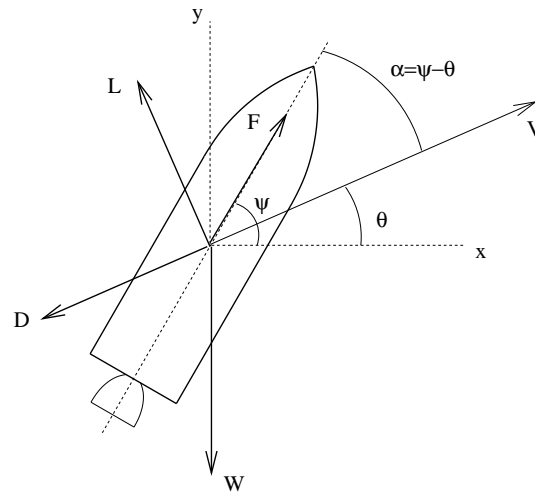


Figura 15.7: Forze agenti su un razzo in moto nell'atmosfera.

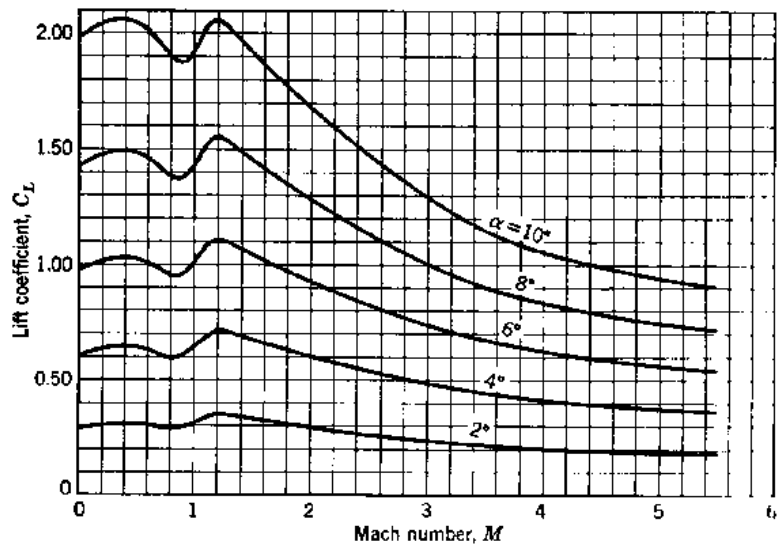
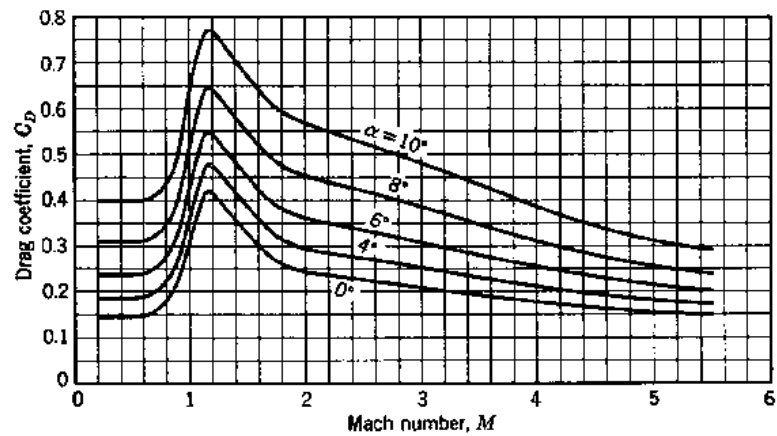


Figura 15.8: Coefficienti aerodinamici per un razzo vettore (da [15]).

conseguenza anche l'angolo $\theta = \psi - \alpha$ (tra la direzione della velocità e l'orizzontale locale). Supponendo il moto piano (cioè che non ci siano forze al di fuori del piano) si può riscrivere l'equazione del moto, vedi Fig. 15.7, tenendo conto di spinta, portanza, resistenza e peso, come

$$m \frac{dV}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{L} + \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (15.15)$$

La componente della risultante delle forze lungo la direzione del vettore velocità dà luogo ad un'accelerazione del razzo

$$m \frac{dV}{dt} = \dot{m}_n u_{eq} \cos \alpha - \frac{1}{2} \rho V^2 A C_D - mg \sin \theta \quad (15.16)$$

mentre si potrebbe dimostrare che la componente in direzione ortogonale alla velocità produce come effetto una deviazione della traiettoria, ossia un $d\theta/dt$. La (15.16) può essere riscritta nella forma

$$m \frac{dV}{dt} = \dot{m}_n u_{eq} - \dot{m}_n u_{eq} (1 - \cos \alpha) - \frac{1}{2} \rho V^2 A C_D - mg \sin \theta \quad (15.17)$$

Integrando (15.17) lungo la traiettoria, si arriva per la variazione di velocità effettiva ad un'espressione del tipo

$$\Delta V = (\Delta V)_{Tsiolkowski} - \underbrace{[(\Delta V)_{manovra} + (\Delta V)_{drag} + (\Delta V)_{grav}]}_{\text{"perdite" dovute alla presenza di altre forze: } (\Delta V)_{loss}} \quad (15.18)$$

Nel caso reale quindi, per conseguire la variazione di velocità desiderata, il rapporto di massa può essere ancora calcolato con la (15.9), ma il ΔV da considerare in tale equazione deve comprendere le perdite dovute alle forze gravitazionali, aerodinamiche e di manovra:

$$\begin{cases} (\Delta V)_{ideale} = (\Delta V)_{Tsiolkowski} = (\Delta V) & \text{nel caso ideale} \\ (\Delta V)_{reale} = (\Delta V)_{Tsiolkowski} = (\Delta V) + (\Delta V)_{loss} = (\Delta V)_{ideale} + (\Delta V)_{loss} & \text{nel caso reale} \end{cases} \quad (15.19)$$

Riassumendo, è evidente che nel caso reale, per realizzare la missione assegnata, il motore dovrà consumare una maggiore massa di propellente rispetto al caso ideale, poiché il K_m risulta maggiore. Per quanto riguarda l'entità dei vari termini di perdita che compaiono nella (15.18), occorre innanzitutto osservare che il $\Delta V_{manovra}$ sarebbe effettivamente molto piccolo nel caso finora considerato di 'Terra ferma', essendo limitato alle piccole deviazioni del vettore spinta dall'asse del razzo che sono necessarie durante la fase di salita per guidarlo lungo la traiettoria desiderata. Se però si considera la rotazione della Terra, la velocità assoluta del razzo risulterà essere la somma di una velocità relativa rispetto alla Terra, ed una velocità di *trascinamento* dovuta al moto di rotazione di quest'ultima. In prima approssimazione, si può considerare che l'atmosfera ruoti solidalmente con la Terra; quindi, sarà opportuno orientare l'asse del razzo secondo la direzione della velocità relativa, per minimizzare l'angolo di incidenza aerodinamica e quindi le relative perdite per resistenza (e sollecitazioni laterali, mal sopportate da una struttura allungata come un razzo). Questo comporta però il sussistere di un angolo tra la direzione della velocità assoluta e l'asse del razzo (e quindi la direzione della spinta), con conseguenti perdite di manovra. Questo angolo è particolarmente importante nella prima fase del lancio, quando la velocità relativa è bassa; in seguito diminuisce rapidamente, e può essere ridotto a zero una volta che il razzo è sostanzialmente uscito dall'atmosfera. A titolo di esempio, per il vettore Ariane 3 le perdite di questo tipo ammontavano a circa 800 m/s.

Le perdite aerodinamiche sono legate alla sezione frontale del razzo, quindi sistemi propulsivi che adottano propellenti a bassa densità (come l'idrogeno liquido, che richiede serbatoi voluminosi) daranno luogo a perdite più importanti. Inoltre, il lancio di satelliti in orbite basse comporta un arco di traiettoria entro l'atmosfera più lungo rispetto ad un lancio verso un'orbita alta, con conseguenti maggiori perdite aerodinamiche. Per il vettore Ariane 3, tali perdite ammontavano a circa 120 m/s, per inserzione in un'orbita di altezza 200 km.

Al contrario, le perdite gravitazionali risultano più alte per lanci in orbite alte, ed anzi crescono molto rapidamente con l'altezza dell'orbita. Questo può essere desunto osservando che

$$(\Delta V)_{grav} = \int_0^{t_b} g \sin \theta dt = \overline{g \sin \theta} t_b \quad (15.20)$$

dove con $\overline{g \sin \theta}$ è stato indicato un valor medio rappresentativo per prodotto $g \sin \theta$; ovviamente traiettorie di iniezione in orbite più alte comportano angoli θ (rispetto alla orizzontale locale) più alti, con conseguenti maggiori perdite. Dalla (15.20) si vede comunque che le perdite gravitazionali sono anche proporzionali a t_b , per cui si può tentare di ridurre le perdite in questione adottando brevi tempi di combustione. Questi comunque implicano non solo accelerazioni elevate, che impongono sforzi molto intensi alle strutture e alla strumentazione, ma anche portate di propellente elevate. A tal proposito va ricordato che le dimensioni, ed ancor più i pesi, delle macchine capaci di trattare tali portate costituiscono un vincolo importante. Infine, elevate accelerazioni, quindi velocità, negli strati densi dell'atmosfera provocano elevate perdite aerodinamiche. Tipici valori per t_b per gli endoreattori a spinta elevata fin ad oggi realizzati sono compresi tra 30 e 200 secondi. Per il vettore Ariane 3, le perdite gravitazionali per inserzione in un'orbita di altezza 200 km ammontavano a circa 830 m/s, ma già per un'orbita di altezza 800 km erano più di tre volte tanto (questa circostanza indica l'utilità della manovra di trasferimento alla Hohmann).

Complessivamente, le perdite propulsive per il vettore Ariane 3 per inserzione in un'orbita di 200 km di altezza ammontavano a $\Delta V_{loss} = 800 + 120 + 830 = 1750$ m/s. Nel caso più generale le perdite da considerare in un lancio in orbita bassa sono dell'ordine di 1600 – 2000 m/s anche se possono essere distribuiti in modo diverso tra perdite gravitazionali, aerodinamiche e di manovra, a seconda del tipo di traiettoria. In particolare, le perdite gravitazionali dipendono fortemente dall'altezza dell'orbita obiettivo, spaziando dagli 800 m/s in su.

15.3.1 Importanza e impiego dell'equazione di Tsiolkowski

L'equazione di Tsiolkowski ha dunque un campo di validità ben più ampio di quello che potrebbe apparire dalle condizioni restrittive che sono state ipotizzate per ricavarla. La prima di queste condizioni restrittive è quella sulle forze agenti, in quanto si è supposto che la spinta sia l'unica forza agente sul veicolo. In realtà è stato visto che introducendo le perdite aerodinamiche e gravitazionali si può ancora usare in ogni caso la (15.9), purché si consideri $(\Delta V)_{reale}$ in luogo del ΔV idealmente necessario per la manovra considerata. Bisogna anche notare che per alcune manovre comuni non è neppure necessario considerare $(\Delta V)_{reale}$ (invece di quello ideale) in quanto la risultante delle forze diverse dalla spinta può essere correttamente trascurata; si tratta delle manovre dette impulsive e cioè caratterizzate da t_b molto piccoli (p. es. $t_b \ll (\Delta V)_{id}/\bar{g}$), oppure di manovre nel vuoto ed in cui l'impulso è dato contemporaneamente nella direzione del vettore velocità e in direzione perpendicolare alla forza gravitazionale. Queste ultime manovre sono chiaramente possibili soltanto nel caso in cui la manovra viene effettuata in un punto in cui forza gravitazionale e vettore velocità sono perpendicolari (p. es. in qualunque punto di un'orbita circolare, nei punti di perigeo e apogeo di un'orbita ellittica, ..., vedi § 15.4.1).

Anche la condizione sulla singola accensione può essere facilmente rimossa purché si ridefiniscano opportunamente le masse in gioco. Se si considera il ΔV relativo ad una certa manovra che non consuma tutto il propellente a bordo, m_i è la massa totale all'inizio della manovra e m_f quella a fine manovra; la differenza m_p è il propellente consumato per la manovra. Il propellente che rimane a bordo, ed è necessario per manovre successive, può essere computato nel carico utile o nelle strutture, a seconda dei casi.

Sommando i ΔV necessari per le singole manovre si possono valutare in questo modo anche le masse necessarie a svolgere un'intera missione che preveda più accensioni. singola manovra. Allo stesso modo si vedrà che la stessa equazione potrà essere usata per l'analisi di razzi a più stadi; basterà considerare che ogni stadio è il carico utile del precedente (vedi § 15.5).

In conclusione si può affermare che:

L'equazione di Tsiolkowski permette di conoscere quali devono essere i rapporti di massa necessari per compiere una missione assegnata, una volta noto il valore del $(\Delta V)_{reale}$ e una volta selezionata la soluzione propulsiva (quindi, il valore di u_{eq} oppure, ciò che è la stessa cosa, dell'impulso specifico I_{sp}).

15.4 Manovre nello spazio

I più frequenti tipi di manovre che può essere necessario svolgere nel corso di missioni spaziali possono essere classificati come segue:

Lancio

Per lancio si intende l'accelerazione di un veicolo propulso da endoreattori a partire dalla superficie di un corpo celeste (che, se non specificato altrimenti, s'intende essere la Terra). L'obiettivo della manovra di lancio è di porre il carico utile in una traiettoria balistica, oppure un'orbita od ancora una traiettoria di fuga dalla Terra. Questa manovra presenta alcune specificità ben definite. Ad esempio, sicuramente non si potranno trascurare perdite aerodinamiche e gravitazionali, in quanto il volo avviene in parte attraverso l'atmosfera (almeno nella prima fase) e l'energia potenziale gravitazionale aumenterà dovendo il vettore muoversi verso quote più elevate. Inoltre, il propulsore dovrà essere in grado di fornire spinte elevate, infatti bisognerà che al decollo sia $F > m_i g_0$ perché il veicolo possa sollevarsi dal suolo. Se ne deduce che il lancio può essere più o meno impegnativo a seconda del pianeta, o satellite, da cui viene effettuato. Ad esempio, un lancio dalla superficie lunare è molto meno impegnativo rispetto ad uno dalla Terra, grazie alla ridotta attrazione gravitazionale e all'assenza di perdite aerodinamiche.

Correzione orbitale

Spesso l'inserimento in orbita di un satellite viene effettuato in più fasi: si raggiunge dapprima un'orbita intermedia (detta di parcheggio), e poi si effettua un trasferimento orbitale per raggiungere quella finale. Le correzioni orbitali nella maggior parte dei casi vengono effettuate con manovre di breve durata in condizioni in cui il vettore V è perpendicolare alla forza gravitazionale (per cui, almeno nell'approssimazione di manovra di durata tendente a zero, o come si usa dire, 'impulsiva', non si hanno perdite gravitazionali). Inoltre, poiché la manovra viene effettuata al di fuori dell'atmosfera, non si hanno perdite aerodinamiche. Pertanto, l'equazione di Tsiolkowski permette di stimare abbastanza accuratamente i rapporti di massa necessari. Il ΔV associato a tali manovre, seppure inferiore a quella del lancio, è strettamente legato alla particolare correzione richiesta.

Correzione dell'inclinazione del piano dell'orbita

Se il lancio viene effettuato da una base *non* situata lungo l'equatore, sussiste un vincolo sull'inclinazione, relativa al piano equatoriale terrestre, dell'orbita che pu' essere ottenuta. Ne segue che, per conseguire orbite equatoriali (come nel caso dei satelliti geostazionari), sar' a necessario dapprima lanciare il satellite in un'orbita di parcheggio inclinata, e poi bisognerà effettuare una manovra per correggere l'inclinazione del piano dell'orbita. Si tratta di manovre che possono essere piuttosto costose, di qui l'interesse ad adottare una base di lancio quanto più vicina possibile all'equatore.

Rientro nell'atmosfera

Nel caso di veicoli che, dopo un certo numero di orbite, devono rientrare a Terra per recuperare il carico utile o per essere riutilizzati, è necessaria una decelerazione che permetta di passare dall'orbita ad una traiettoria di rientro, secondo le modalità desiderate. In genere sono richieste a questo scopo modeste decelerazioni, tuttavia si tratta di ΔV superiori a quelli richiesti per il controllo orbitale ed il mantenimento dell'assetto.

Compensazione delle perturbazioni e controllo dell'assetto

Per effetto della pur debole resistenza indotta dall'atmosfera terrestre (per orbite di altezza limitata ad alcune centinaia di chilometri), e per la presenza di perturbazioni gravitazionali dovute a cause diverse (non sfericità e non omogeneità della Terra, attrazione dovuta alla Luna ed al Sole), è necessario effettuare manovre correttive per compensare tali perturbazioni, e poter restare quindi sull'orbita desiderata. Inoltre, è necessario avere la possibilità di controllare l'assetto del veicolo (p. es. per mantenere l'antenna rivolta verso la Terra, e permettere in tal modo le comunicazioni). Tali manovre sono effettuate con piccoli motori caratterizzati da piccole spinte, che per' devono essere applicate ripetutamente durante la vita del satellite (anche migliaia di volte).

Come si intuisce da questa breve descrizione, per poter quantificare i requisiti propulsivi delle manovre, è necessario richiamare alcune nozioni di meccanica orbitale.

15.4.1 Nozioni essenziali di meccanica orbitale

Il moto di un satellite, o più in generale di un'astronave, è governato dalle stesse leggi che governano il moto dei pianeti, tranne che per le (generalmente) brevi fasi in cui il sistema propulsivo del veicolo è in funzione, producendo quindi una spinta. Il moto di un'astronave (in un'orbita chiusa) in assenza di spinta, e al di fuori dell'atmosfera terrestre, è dunque governato dalle leggi di Keplero, cos' i enunciate per i pianeti:

1. Le orbite dei pianeti sono ellissi, di cui il Sole occupa uno dei fuochi.
2. Il segmento che congiunge il sole ed il pianeta spazza aree uguali in tempi uguali.
3. I quadrati dei tempi impiegati dai pianeti a descrivere le loro orbite (periodi orbitali) sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle orbite stesse.

Queste leggi, ricavate empiricamente da Keplero tra il 1609 e il 1619, non sono altro che conseguenze della legge di gravitazione universale introdotta successivamente da Newton nel 1687, che ha la forma

$$\mathbf{F}_g = - \frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} = - \frac{\mu_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} = -g_1 m_2 \hat{\mathbf{r}} \quad (15.21)$$

dove G è la costante di gravitazione universale ($6.67 \cdot 10^{11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$), $\mu_1 = Gm_1$ è la costante gravitazionale del corpo di attrazione, detta *costante di potenziale di sorgente* (dove la sorgente è la Terra per una satellite terrestre o per la Luna, il Sole per i pianeti, ...), $g_1 = \mu_1/r^2$ l'accelerazione di gravità locale generata dal corpo di attrazione, e $\hat{\mathbf{r}}$ è il versore del vettore \mathbf{r} , con direzione considerata positiva dalla massa m_1 verso la massa m_2 .

La dimostrazione delle leggi di Keplero può essere ottenuta attraverso manipolazioni matematiche della (15.21), ed esula dagli scopi di questo corso. Qui è importante ricordare che le conseguenze per il moto di un'astronave possono essere enunciate in un senso meno restrittivo di quello delle leggi di Keplero, che si interessavano solo al moto dei pianeti. Infatti, nel caso in cui il corpo è soggetto alla sola forza di gravità e per il quale vale la (15.21), essendo la massa m dell'astronave trascurabile rispetto a quella del corpo di attrazione, si può scrivere:

$$m \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{\mu m}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{\mu}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (15.22)$$

Dalla (15.22) si vede subito che il moto è indipendente dalla massa dell'astronave, ed inoltre si può dimostrare (vedi p.es. [1]) che:

1. $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{V} = \text{costante}$

L'esistenza di questa costante del moto (che poi è il momento angolare per unità di massa) implica che il moto è piano.

2. $r = [a(1 - e^2)] / [1 + e \cos \theta]$

Questa espressione per r implica che la traiettoria è una conica, la cui forma definita è tramite due parametri, di cui il primo può essere, per un'ellisse, il suo semiasse maggiore a ovvero, per una parabola od un'iperbole, il semilato retto p (distanza tra il fuoco della curva e la curva stessa, misurata in direzione normale all'asse della conica); il secondo parametro è l'eccentricità e . La conica è un'ellisse, una parabola o un'iperbole (Fig. 15.9) a seconda che e sia minore, uguale o maggiore di uno. La posizione dell'astronave lungo l'orbita ad un dato istante è definita dal valore di θ , che è l'angolo che forma il raggio vettore con il raggio vettore al pericentro (punto della traiettoria di minima distanza dal centro gravitazionale; detto anche perigeo nel caso di orbite terrestri, o più in generale periapside per orbite planetarie, e perielio per orbite solari).

3. $\mathcal{E} = \text{cost}$

L'energia meccanica totale per un'unità di massa, pari alla somma di energia cinetica e potenziale, è costante.

Si ricava qui solo l'ultima di queste tre relazioni. Moltiplicando scalarmente per \mathbf{V} la (15.22) e ricordando che $\mathbf{V} = d\mathbf{r}/dt$:

$$\mathbf{V} \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \mathbf{V} \cdot \frac{\mu \mathbf{r}}{r^3} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V} \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 0 \quad (15.23)$$

si osserva allora che:

$$\mathbf{V} \cdot \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}) = \frac{1}{2} \frac{dV^2}{dt} = V \frac{dV}{dt}, \quad \text{ed analogamente} \quad \mathbf{r} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = r \frac{dr}{dt} \quad (15.24)$$

di conseguenza la precedente relazione diventa:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \frac{\mu}{r^2} \frac{dr}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \mu \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{r} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = 0 \quad (15.25)$$

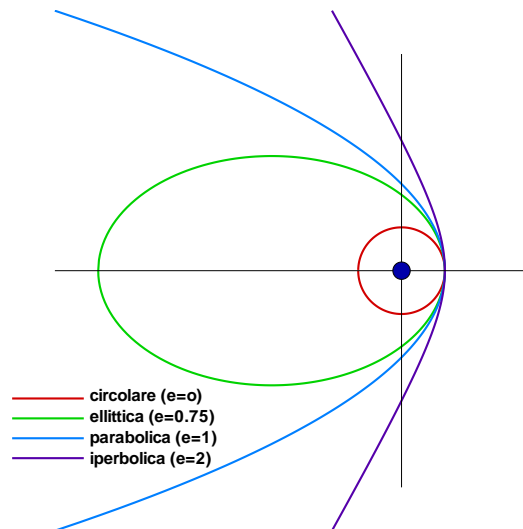


Figura 15.9: Esempio di orbita circolare, ellittica, parabolica ed iperbolica, tutte passanti per uno stesso punto del campo gravitazionale.

quindi

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0, \quad \text{con} \quad \mathcal{E} = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (15.26)$$

quindi energia meccanica costante, come volevasi dimostrare.

Per calcolare il valore della costante \mathcal{E} , si può ricorrere alla prima conseguenza della (15.22) ($h=\text{cost}$), supponendo per esempio che l'orbita sia ellittica ($e < 1$). In tal caso si possono definire due punti dell'orbita, il pericentro e l'apocentro, cioè il punto più vicino e quello più lontano dal centro gravitazionale, in cui la distanza dal centro gravitazionale r può essere espressa in funzione del semiasse a e dell'eccentricità e dell'orbita come:

$$r_p = a(1 - e), \quad r_a = a(1 + e) \quad (15.27)$$

Poiché r e V sono perpendicolari fra loro in questi punti si ha che:

$$\begin{cases} h = r_p V_p = r_a V_a \\ \mathcal{E} = \frac{1}{2} V_p^2 - \frac{\mu}{r_p} = \frac{1}{2} V_a^2 - \frac{\mu}{r_a} \end{cases} \quad (15.28)$$

Sostituendo le (15.27) in (15.28) si può ricavare ad esempio V_a in funzione di μ , a ed e , ed analogamente V_p , quindi si ottiene:

$$V_a = \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{1 - e}{1 + e} \right)} \quad V_p = \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right)} \quad (15.29)$$

e quindi sostituendo le (15.27) e (15.29) in (15.28) si ottiene per le costanti dell'orbita in questione:

$$h = \sqrt{\mu a (1 - e^2)}, \quad \mathcal{E} = -\frac{\mu}{2a} \quad (15.30)$$

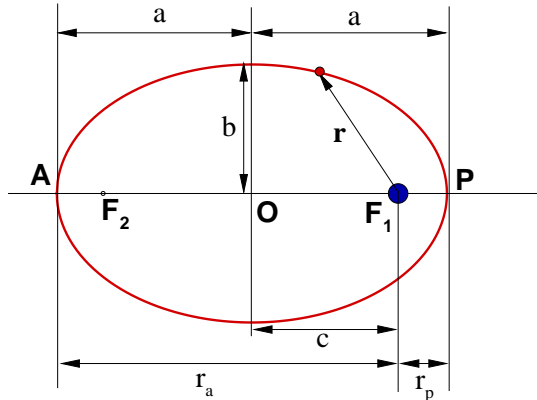


Figura 15.10: Orbita ellittica, fuochi (F_1, F_2), centro di attrazione (F_1), pericentro (P) e apocentro (A).

Questi risultati possono essere estesi anche al caso di traiettorie paraboliche, per le quali l'eccentricità assume il valore $e = 1$, oppure iperboliche, con valori $e > 1$. Per le ellissi sarà $\mathcal{E} < 0$, mentre il semiasse maggiore per le parabole risulta infinito, il che dà $\mathcal{E} = 0$; per le iperboli il semiasse maggiore risulta negativo, con la conseguenza che $\mathcal{E} > 0$. Incidentalmente, il fatto che per traiettorie paraboliche il semiasse maggiore risulti infinito, e negativo per le iperboli, fa spesso (sempre nel caso delle parabole) preferire l'uso del semilato retto precedentemente definito come parametro per identificarne la forma, al posto di a .

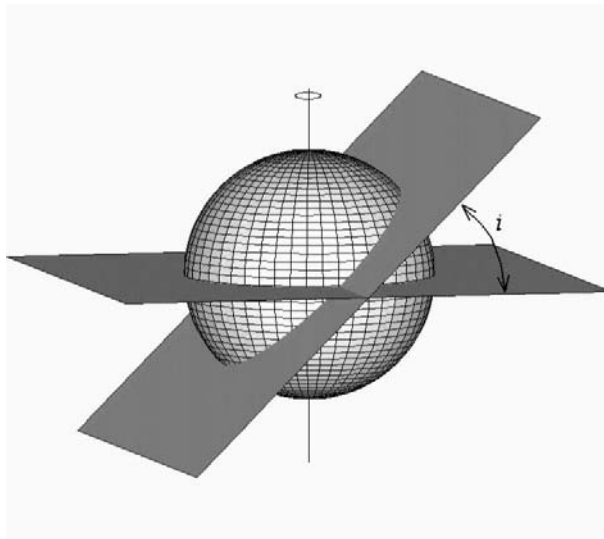


Figura 15.11: Inclinazione del piano orbitale.

Tra i diversi parametri che definiscono un'orbita, ne va ricordato uno che può avere un peso molto importante nella determinazione del ΔV . Si tratta dell'inclinazione i del piano orbitale, misurata rispet-

to ad un piano di riferimento, vedi Fig. 15.11. Nel caso di orbita terrestre (detta anche geocentrica) il piano di riferimento è quello equatoriale, mentre nel caso di orbite attorno al Sole (eliocentriche) il piano di riferimento è quello dell'eclittica (piano dell'orbita terrestre). L'importanza di tale parametro è dovuta al fatto che tra le orbite più interessanti e più utilizzate nel campo delle telecomunicazioni (ma non solo) ci sono le orbite dette geostazionarie, che, per essere tali, devono essere equatoriali ($i = 0$).

15.4.2 Trasferimento alla Hohmann

Come primo esempio di manovra spaziale si considera un trasferimento da orbita bassa ad orbita alta, tramite una manovra detta 'alla Hohmann' che comprende due accensioni del motore, la prima per passare dall'orbita di partenza ad un'orbita di trasferimento (verso l'orbita finale), e la seconda da quest'ultima verso quella finale. In particolare, si considererà il caso del trasferimento di un satellite terrestre da un'orbita circolare a bassa quota ad un'orbita circolare a quota più elevata. Poiché l'energia lungo ciascuna orbita è costante:

$$\mathcal{E} = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r}, \quad (\text{energia cinetica} + \text{energia potenziale}) \quad \mathcal{E} = -\frac{\mu}{2a} \quad (15.31)$$

per passare da un'orbita bassa ad un'orbita alta (quindi caratterizzata da un semiasse maggiore più grande) è necessario conferire energia. Infatti se viene fornito un ΔV impulsivo (cioè in un intervallo di tempo molto breve rispetto al periodo dell'orbita) nel punto di manovra, si consegue un'energia meccanica $\mathcal{E}' > \mathcal{E}$ e quindi un semiasse maggiore $a' > a$. Si può quindi determinare il ΔV minimo necessario per portare il veicolo su un'orbita di trasferimento che raggiunga (almeno in un punto) l'orbita alta. In particolare tale orbita di trasferimento di minima energia dovrà essere un'orbita ellittica tangente alle due orbite circolari di partenza e di arrivo. Per calcolare il ΔV necessario per passare dall'orbita di partenza all'orbita di trasferimento, e poi dall'orbita di trasferimento all'orbita finale, si ricorda che la velocità orbitale per orbite circolari ed ellittiche è data da:

$$\text{velocità orbitale} \begin{cases} V = \sqrt{\frac{\mu}{r}} & \text{orbita circolare} \\ V = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} & \text{orbita ellittica (di trasferimento)} \end{cases} \quad (15.32)$$

La valutazione del ΔV necessario alla manovra di cambio di orbita attraverso un trasferimento alla Hohmann viene descritta con un esempio, relativo al trasferimento da un'orbita bassa (LEO= *Low Earth Orbit*) a $z = 322$ km di quota all'orbita geostazionaria (GEO= *Geosynchronous Earth Orbit*). L'orbita geostazionaria è un'orbita circolare equatoriale di periodo orbitale pari a quello della rotazione della Terra attorno al suo asse³, pari a $23^{\text{h}} 56^{\text{min}} 4^{\text{s}}$, ed ha la proprietà che il satellite in tale orbita rimane sempre nella stessa posizione rispetto alla superficie terrestre. La quota dell'orbita geostazionaria si può calcolare dalla prima delle (15.32) imponendo che $2\pi r = Vt$ dove t è il periodo orbitale e quindi

³La quota della GEO è tale che il periodo orbitale è uguale ad un giorno sidereo, cioè al periodo di rotazione della Terra; esso differisce dal giorno solare perché nel corso di 24 ore la Terra si muove anche nella sua orbita attorno al Sole, compiendo quindi $1 + 1/365.25$ rotazioni.

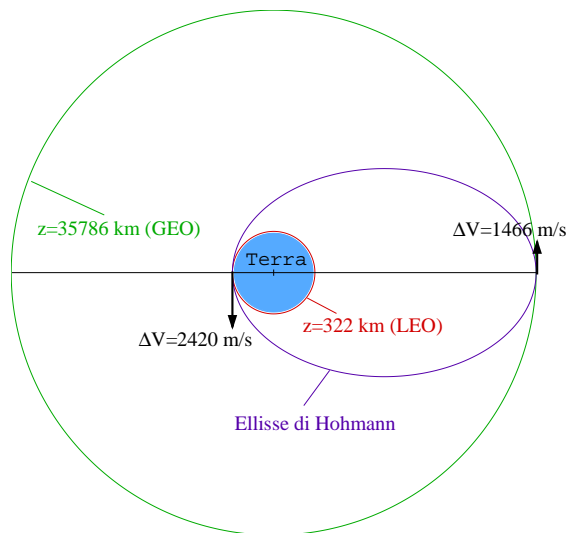


Figura 15.12: Esempio di trasferimento orbitale alla Hohmann.

ottenendo:⁴

$$r = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{t}{2\pi}\right)^2} \quad (15.33)$$

ricordando che la costante gravitazionale terrestre⁵ è $\mu = m_{\oplus}G = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ si ottiene $r = 42164 \text{ km}$ e quindi $z = 35786 \text{ km}$ essendo $r_{\oplus} = 6378 \text{ km}$ il raggio equatoriale della Terra. Conoscendo quindi il raggio equatoriale della Terra, la quota ($z = 322 \text{ km}$) dell'orbita bassa di partenza (LEO), per cui $r_{LEO} = 6700 \text{ km}$, e quella ($z = 35786 \text{ km}$) dell'orbita alta di arrivo (GEO), si ottengono le relative velocità orbitali: $V_{LEO} = 7713 \text{ m/s}$ e $V_{GEO} = 3075 \text{ m/s}$. L'orbita di trasferimento tangente alle due orbite circolari LEO e GEO è un'orbita ellittica con semiasse maggiore:

$$a = \frac{1}{2} (r_{LEO} + r_{GEO}) = \frac{1}{2} (6700 + 42164) \text{ km} = 24432 \text{ km} \quad (15.34)$$

Da questa e da (15.32) si possono calcolare le velocità V_p sull'orbita ellittica al perigeo (dove $r = r_{LEO}$) e all'apogeo V_a (dove $r = r_{GEO}$). Si ottiene $V_p = 10133 \text{ m/s}$ e $V_a = 1609 \text{ m/s}$. Di conseguenza è necessaria una manovra impulsiva con $\Delta V = 10133 - 7713 = 2420 \text{ m/s}$ al perigeo, ed una manovra impulsiva con $\Delta V = 3075 - 1466 = 1466 \text{ m/s}$ all'apogeo, per un totale $\Delta V = 3886 \text{ m/s}$.

15.4.3 Immissione di un satellite in orbita bassa

Per valutare il ΔV necessario all'immissione di un satellite in orbita, cioè ad effettuare il 'lancio' di un satellite, operiamo qui una semplificazione della manovra al fine di determinare il ΔV ideale. Si suppone innanzitutto che l'effetto della resistenza atmosferica sia trascurabile, e quindi si possa disegnare la traiettoria di lancio in maniera ideale. La presenza dell'atmosfera fa sì che le reali traiettorie di lancio siano in effetti molto diverse da quella qui ipotizzata. Si considera dunque un lancio per mezzo di due manovre, intervallate da una fase non propulsa: una prima manovra impulsiva nei pressi della base di

⁴Dalla III legge di Keplero il quadrato del periodo orbitale è proporzionale al cubo del semiasse maggiore.

⁵Il valore della accelerazione di gravità si può ottenere come $g = \mu / r_{\oplus}^2$.

lancio, che porti il veicolo su un'orbita di trasferimento ellittica (che passa quindi per la base di lancio) e che sia tangente all'orbita circolare che si vuole raggiungere (di altezza ancora $z = 322$ km); questa è seguita da una fase non propulsa fino al raggiungimento dell'apogeo dell'orbita di trasferimento; infine si ha una seconda manovra impulsiva appunto all'apogeo dell'orbita di trasferimento, necessaria a portare il veicolo alla velocità orbitale richiesta dall'orbita di altezza z citata.

Si considera il caso in cui non vi siano vincoli sull'inclinazione dell'orbita finale; in tal caso si può calcolare il ΔV richiesto per l'immissione in orbita facendo riferimento ad un trasferimento alla Hohmann. L'unica differenza sarà che la velocità iniziale non sarà quella relativa ad un satellite in orbita circolare ad una distanza dal centro gravitazionale pari al raggio terrestre, ma la velocità che il vettore ha in quanto solidale alla superficie terrestre (moto di rotazione della Terra intorno al suo asse). Supponendo anche di essere all'equatore, dove questa velocità, è massima si ha che la velocità iniziale è $V_i = 465$ m/s. L'ellisse di trasferimento sarà quindi caratterizzata da $r_p = 6378$ km e $r_a = 6378 + 322 = 6700$ km. Si calcola quindi facilmente che $a = 0.5(r_p + r_a) = 6539$ km e quindi dalla (15.32) che $V_p = 8002$ m/s e $V_a = 7617$ m/s. Considerando la velocità iniziale V_i , e che la velocità orbitale dell'orbita circolare di arrivo è, come nel paragrafo precedente, $V_f = 7713$ m/s, si ottiene che per la prima manovra impulsiva è necessario $(\Delta V)_1 = 8002 - 465 = 7537$ m/s e per la seconda $(\Delta V)_2 = 7713 - 7617 = 96$ m/s, per un totale quindi $(\Delta V)_{ideale} = 7633$ m/s. Il ΔV totale ideale per raggiungere l'orbita bassa è quindi all'incirca pari alla sua velocità orbitale. Passando dal caso ideale a quello reale, occorre modificare la traiettoria rispetto a quella ideale appena discussa, per evitare velocità troppo elevate negli strati più densi dell'atmosfera (vedi sotto). Bisogna quindi aggiungere il ΔV_{loss} relativo alle perdite, che nel paragrafo § 15.3 era stato quantificato per il lanciatore Ariane 3 in circa 1750 m/s (ovviamente può variare un poco da lanciatore a lanciatore, mantenendosi comunque nell'intorno di questo valore), raggiungendo quindi circa 9400 m/s. Si noti che la reale traiettoria di lancio sarà costituita da un primo tratto verticale che riduce al minimo la lunghezza dell'arco di traiettoria all'interno degli strati più densi dell'atmosfera, seguita da una deviazione della traiettoria che porta fino all'inserimento nell'ellisse di trasferimento indicata nella manovra di lancio ideale. Si sottolinea inoltre che le caratteristiche di buona parte della traiettoria devono anche essere ottimizzate rispetto alle caratteristiche del lanciatore stesso, in quanto la manovra reale è tutt'altro che impulsiva, non solo perché non conviene conseguire velocità troppo alte nell'atmosfera (per la conseguente resistenza aerodinamica), ma anche perché i limiti strutturali del veicolo, degli strumenti alloggiati nel carico utile, e di un eventuale equipaggio umano, e soprattutto la massa dei motori necessaria ad avere una data spinta, impongono restrizioni sulle accelerazioni massime conseguibili.

Nella manovra di lancio ideale descritta sopra, non sono state considerate correzioni dell'inclinazione del piano orbitale. L'inclinazione dell'orbita finale sarà dunque pari a quella dell'orbita ellittica di trasferimento, e quest'ultima avrà un'inclinazione determinata dal piano individuato dai vettori \mathbf{r} e \mathbf{V} alla fine del lancio "impulsivo". Il primo vettore (\mathbf{r}) è la congiungente il centro della Terra con la base di lancio, mentre il secondo (\mathbf{V}) potrà essere scelto arbitrariamente (almeno in teoria), tenendo presente che a seconda della direzione scelta si potrà sfruttare più o meno vantaggiosamente l'effetto della rotazione terrestre. Seguendo il sistema di riferimento indicato in Fig. 15.13, si osserva che in generale si può scrivere:

$$\begin{cases} \mathbf{V} = V_i \hat{\mathbf{i}} + V_j \hat{\mathbf{j}} + V_k \hat{\mathbf{k}} \\ \mathbf{r} = r \cos L \hat{\mathbf{i}} + r \sin L \hat{\mathbf{k}} \end{cases} \quad (15.35)$$

dove L è la latitudine della base di lancio. Ricordando che il momento angolare è $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{V} = -\hat{\mathbf{i}} r \sin L V_j + \hat{\mathbf{j}} r (\sin L V_i - \cos L V_k) + \hat{\mathbf{k}} \cos L V_j$, e che quindi questo è diretto come la normale al piano orbitale, ed ancora che l'inclinazione dell'orbita i non è altro che l'angolo formato da \mathbf{h} con l'asse

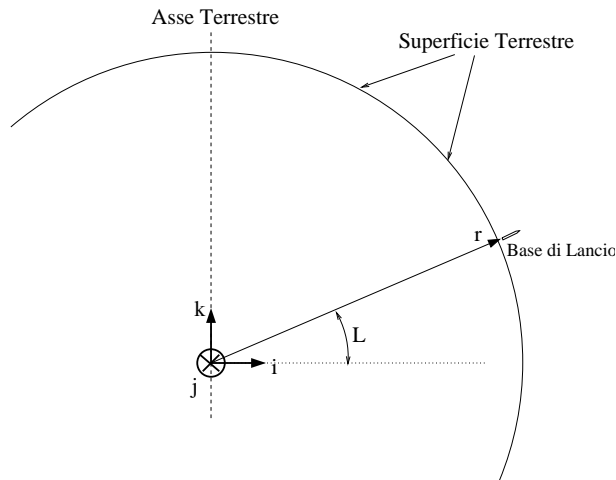


Figura 15.13: Sistema di riferimento per l'individuazione del piano orbitale.

terrestre, si ha

$$\mathbf{h} \cdot \hat{\mathbf{k}} = h \cos i \quad (15.36)$$

quindi sostituendo a quest'ultima le (15.35):

$$\cos i = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{k}}}{h} = \frac{r V_j \cos L}{h} = \left[\frac{V_j}{\sqrt{V_j^2 + (V_i \sin L - V_k \cos L)^2}} \right] \cos L \quad (15.37)$$

Il termine che moltiplica $\cos L$ nell'ultima espressione ricavata è evidentemente minore di uno, per cui:

$$\cos i \leq \cos L \quad \Rightarrow \quad i \geq L \quad (15.38)$$

e in particolare $i = L$ se \mathbf{V} è perpendicolare al piano meridiano della base di lancio, o se comunque la componente nel piano meridiano è parallela a \mathbf{r} .

Quanto ricavato indica chiaramente che non è possibile lanciare un satellite in un'orbita di inclinazione inferiore alla latitudine della base di lancio, e ciò è vero tanto nel caso ideale che in quello reale. Infatti (a meno che non si considerino razzi con superfici alari portanti) anche le forze gravitazionali e aerodinamiche agiscono sempre nel piano (la prima è diretta come \mathbf{r} e la seconda come \mathbf{V}). Di conseguenza, se l'obiettivo è avere un'orbita finale di inclinazione inferiore alla latitudine (come è p. es. nel caso si intenda raggiungere un'orbita geostazionaria, che deve essere equatoriale, $i = 0^\circ$) bisognerà effettuare una successiva manovra per correggere l'inclinazione del piano orbitale.

Il carico utile di solito viene immesso dal lanciatore in un'orbita di trasferimento. Il passaggio dall'orbita di trasferimento a quella finale viene in genere effettuato dal propulsore del satellite stesso, detto motore d'apogeo, perché è appunto all'apogeo dell'orbita di trasferimento che dovrà assolvere al suo compito più impegnativo, quello di circolarizzare l'orbita.

15.4.4 Correzione dell'inclinazione del piano orbitale

Poiché basi di lancio in genere non si trovano sull'equatore, vedi Tab. 15.1, dovendo inserire satelliti in orbita equatoriale si rende necessaria la manovra di correzione dell'inclinazione del piano orbitale. Verrà qui effettuata una stima del ΔV necessario, per quanto molto semplificata. Ancora una volta

Base	Latitudine
Baikonur (Tyuratam, Kazakistan, base russa)	45.6 N
Kourou (Guiana, Francia)	5.2 N
Kennedy Space Center (KSC, Cape Canaveral, USA)	28.5 N
San Marco (Kenya, base italiana)	2.9 S
Tanegashima (Giappone)	30.2 N

Tabella 15.1: Principali basi di lancio, e loro latitudine.

si considera una manovra impulsiva, che dovrà necessariamente avvenire in un punto dello spazio in cui l'orbita iniziale e quella finale si intersecano. Si assume per semplicità che l'orbita iniziale sia circolare di quota z e inclinazione i , e che si voglia passare ad un'orbita circolare alla stessa quota ma di inclinazione nulla. I punti di intersezione delle due orbite sono necessariamente localizzati sulla linea dei nodi dell'orbita inclinata, essendo la linea dei nodi l'intersezione del piano orbitale con quello equatoriale. Si vede allora subito da Fig. 15.14 che essendo la velocità orbitale in modulo la stessa prima

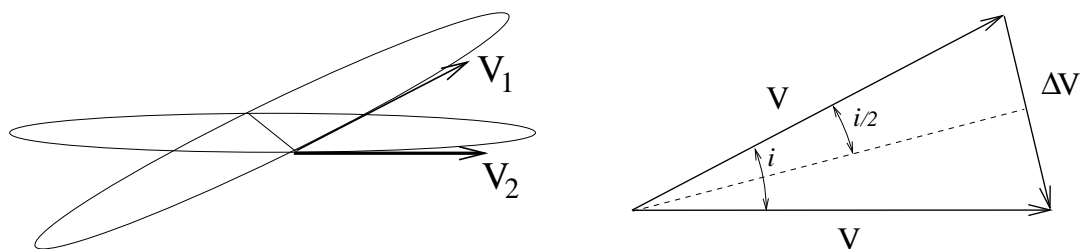


Figura 15.14: ΔV per una manovra di correzione dell'inclinazione del piano orbitale.

e dopo la correzione d'inclinazione, il valore del ΔV necessario è dato da:

$$\Delta V = 2V \sin \frac{i}{2} \quad (15.39)$$

È interessante notare la proporzionalità tra il valore della velocità orbitale e il ΔV richiesto per la modifica del piano orbitale. Ciò significa che conviene effettuare tali manovre a quote elevate, ove la velocità orbitale è più bassa. Si noti ad esempio che per rendere equatoriale un'orbita inclinata di 28.5° (latitudine della base di Cape Canaveral, USA) alla quota dell'orbita geostazionaria è necessaria una manovra di $\Delta V = 1514 \text{ m/s}$. Si tratta quindi di una manovra aggiuntiva di entità tutt'altro che non trascurabile, in quanto è dello stesso ordine di grandezza della manovra di apogeo che è stata considerata nell'esempio del trasferimento orbitale, per un ΔV totale quindi pari a $\Delta V = 1466 + 1514 = 2980 \text{ m/s}$. La dipendenza dalla velocità orbitale del ΔV necessario al cambio di orbita fa sì che la manovra può essere svolta in modo più efficiente cambiando prima il piano dell'orbita ellittica (con una manovra da svolgersi all'apogeo, ove la V è minima, ed in particolare minore della velocità di orbitazione circolare

a tale quota) e solo successivamente passare all'orbita circolare. In tal caso, nell'esempio precedente (orbita di trasferimento inizialmente inclinata di 28.5°) il 'costo' di cambio di piano e circolarizzazione è ridotto, essendo $V_a = 1609$ m/s, a $\Delta V = 1466 + 792 = 2258$ m/s, valore inferiore di ben $V_a = 722$ m/s. Un'ulteriore riduzione del ΔV necessario si può ottenere svolgendo contemporaneamente le due manovre (accelerazione per inserimento in orbita e cambio di piano, vedi Fig. 15.15), come si può dedurre dalla composizione delle velocità, in quanto in un triangolo un lato è sempre più corto della somma dei rimanenti due. Il vettore ΔV da fornire ha dunque modulo inferiore, e nell'esempio

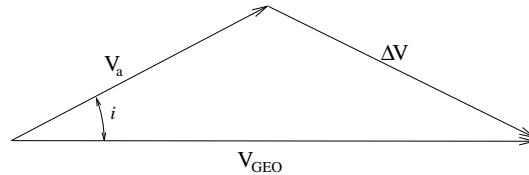


Figura 15.15: ΔV per una manovra di modifica del piano orbitale e circolarizzazione dell'orbita.

precedente si ha $\Delta V = 1830$ m/s con un risparmio ulteriore di 428 m/s.

15.4.5 ΔV ideali e reali per le più comuni missioni spaziali

La breve descrizione delle manovre studiate fornisce un ordine di grandezza delle prestazioni richieste al sistema propulsivo per ciascuna di esse. I valori riportati in Tab. 15.2 indicano invece l'ordine di grandezza del ΔV totale richiesto per svolgere le principali missioni spaziali. Come si può notare, le perdite hanno un ruolo determinante e modificano significativamente i requisiti propulsivi della missione.

Missione	$(\Delta V)_{id}$	$(\Delta V)_{reale}$
Orbita terrestre bassa (LEO)	7.9	9.2
Orbita geostazionaria (GEO)	11.7	13.0
Fuga dal campo gravitazionale terrestre	11.2	12.5
Viaggio a/r Terra–Marte	17.5	20.0

Tabella 15.2: Prestazioni richieste al sistema propulsivo per le principali missioni spaziali (in termini di ΔV).

15.5 Stadiazione

I rapporti di massa ricavati dall'equazione di Tsiolkowski, con le variazioni di velocità stimate sopra per raggiungere un'orbita, indicano a prima vista che tale manovra risulta problematica con le attuali tecnologie. Infatti, supponendo di voler ottenere un $\Delta V = 10$ km/s con un propellente ad elevato

impulso specifico (per il quale si possa considerare $\bar{I}_{sp} = 400$ s, cioè $\bar{u}_{eq} \simeq 4000$ m/s) si ottiene che deve essere $K_m \geq 12$, il che equivale a dire $K_p \gtrsim 92\%$. Resta quindi soltanto l'8% della massa iniziale disponibile per carico utile e strutture, e con le tecnologie attuali non è possibile realizzare un tale vettore, pur assumendo carico utile nullo (tanto più che il coefficiente strutturale risulta più elevato per i propellenti che hanno I_{sp} più elevato).

Per superare questo limite tecnologico sono stati introdotti i lanciatori multistadio. Il concetto alla base di questo sistema di lancio è quello di liberarsi delle strutture necessarie ad immagazzinare il propellente man mano che questo è consumato, evitando così di dover accelerare le relative masse, ormai diventate inutili. Il primo stadio accelera quindi il suo carico utile, costituito dagli stadi successivi (secondo, terzo, ...) più il *payload* vero e proprio, fino ad una certa velocità, quindi si distacca dal veicolo. A questo punto entra in funzione il propulsore del secondo stadio che accelera il suo carico utile (terzo stadio, etc., e payload) fino ad un certo valore di velocità e quindi si distacca. Il processo si ripete fino al carico utile dell'ultimo stadio, che è il vero carico utile della missione. La stadiazione qui descritta si definisce in serie (od in tandem) ed è quella indicata nel primo dei 4 esempi di Fig. 15.16.

Il seguente semplice esempio quantifica i vantaggi della stadiazione. Si suppone di essere in grado di costruire unità propulsive complete simili tra loro, e caratterizzate ciascuna dallo stesso impulso specifico e dallo stesso rapporto di massa. Quindi ciascuno degli N stadi fornisce un

$$(\Delta V)_i = g_0 I_{sp} \ln K_m \quad (\forall i, \text{ con } i = 1, 2, \dots, N) \quad (15.40)$$

Di conseguenza, il ΔV conseguito dal veicolo multistadio è

$$\Delta V = \sum_{i=1}^N (\Delta V)_i = N g_0 I_{sp} \ln K_m \quad (15.41)$$

Supponendo di poter costruire uno stadio completo con $K_p = 80\%$, quindi $K_m = 5$, indipendentemente dalle dimensioni dello stadio stesso, con il sistema della stadiazione si riesce ad ottenere un ΔV che è N volte quello del singolo stadio. Ciò equivale a dire che con questo sistema si riescono (teoricamente) a realizzare rapporti di massa pari a K_m^N , quindi per esempio se $N = 3$, con $K_m = 5$ per il singolo stadio, si può ottenere l'equivalente di $K_m = 125$ per il veicolo completo! Ovviamente nella realtà le cose vanno un po' diversamente; tra l'altro, la configurazione può essere ottimizzata per ciascuna missione, con caratteristiche dei diversi stadi che possono essere diverse. Sono state inoltre proposte e realizzate diverse configurazioni, vedi Fig. 15.16, come quella della stadiazione in parallelo e mista (è il caso p. es. della famiglia Ariane). Per il futuro si pensa a veicoli di lancio totalmente (o parzialmente) riutilizzabili, in cui il singolo stadio possa tornare interamente alla base di partenza (vedi esempio più a destra in Fig. 15.16).

Domande di verifica

- 15.1 Sotto quali ipotesi è valida l'equazione di Tsiolkowski?
- 15.2 Ottenere l'equazione di Tsiolkowski a partire dall'espressione della spinta e dall'equazione del moto.
- 15.3 La massa complessiva di un veicolo propulso ad endoreazione viene di solito ripartita in tre contributi. Quali sono questi contributi?

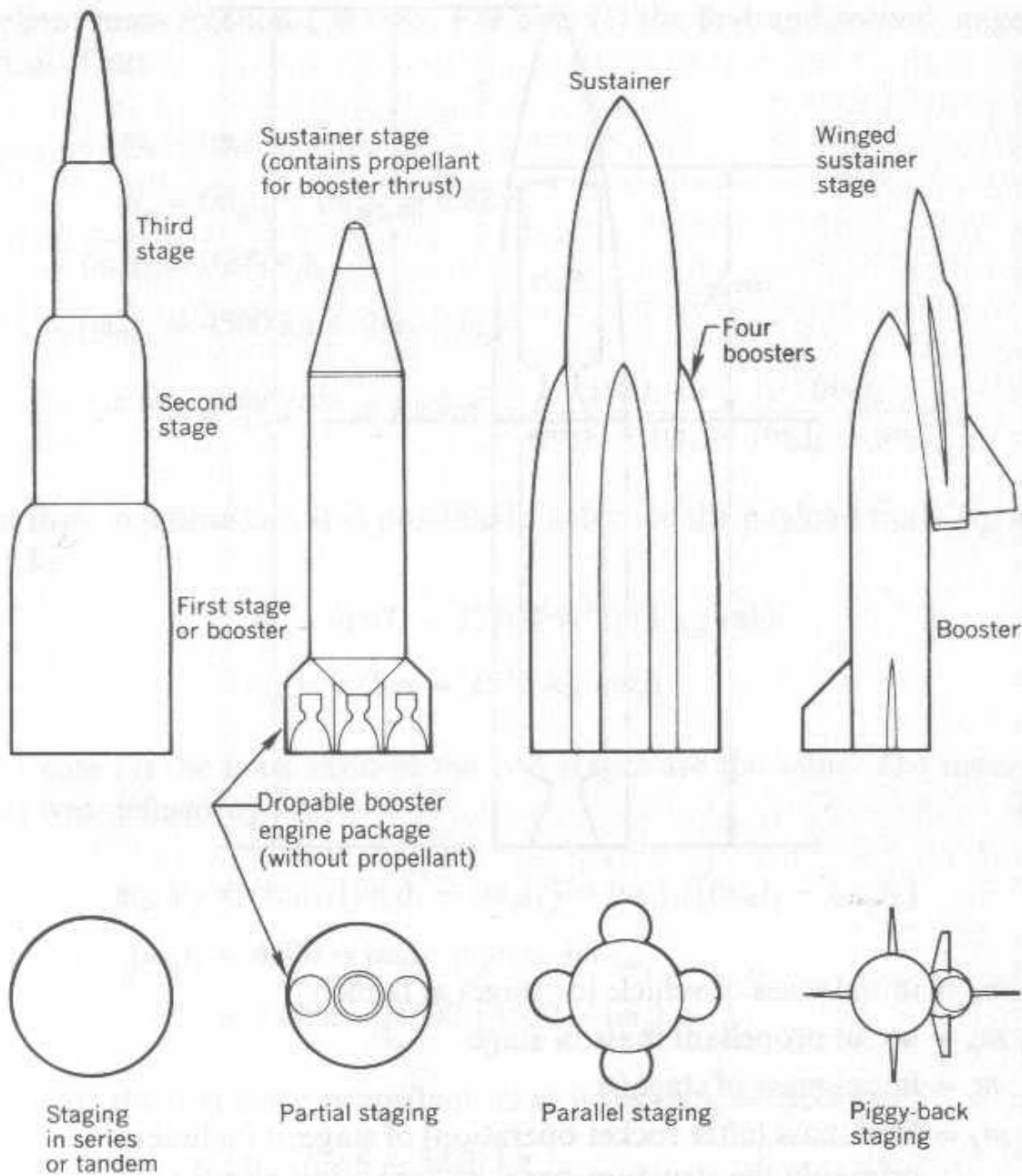


Figura 15.16: Diverse configurazioni di veicoli multistadio (da [15]).

- 15.4** Si considerino due endoreattori aventi lo stesso propellente (e quindi lo stesso impulso specifico). Supponendo che essi abbiano lo stesso rapporto di carico utile K_u , è vero che producono la stessa variazione di velocità ΔV ?
- 15.5** Quale parametro limita la massima variazione di velocità ottenibile da un endoreattore? (Si consideri che la massima variazione di velocità si ottiene per rapporto di carico utile nullo).
- 15.6** Qual'è il valore massimo ottenibile di K_p per un endoreattore avente coefficiente strutturale pari a $\varepsilon = 10\%$?

- 15.7** Se l'obiettivo di una missione spaziale è quello di ottenere una determinata variazione della velocità del veicolo, si è visto che in realtà il propulsore deve essere in grado di fornire un ΔV (inteso come quello che realizzerebbe lo stesso propulsore in condizioni ideali) maggiore. Perché?
- 15.8** In quali condizioni si possono considerare trascurabili le perdite gravitazionali?
- 15.9** Descrivere il trasferimento alla Hohmann.
- 15.10** Quali sono le principali manovre che vengono svolte nelle missioni spaziali?
- 15.11** Si esprima la frazione di massa di propellente in funzione del ΔV e di I_{sp} nel caso ideale, in cui vale l'equazione di Tsiolkowski.
- 15.12** Si esprima l'energia meccanica in funzione della velocità e della posizione di un astronave in moto in un campo gravitazionale.
- 15.13** Una delle costanti del moto di un astronave in un campo gravitazionale è l'energia meccanica. Qual'è il valore di questa costante?
- 15.14** Le traiettorie che possono essere percorse da un corpo soggetto alla sola forza di gravità sono piane. Quali sono le curve che possono essere disegnate da tali traiettorie?
- 15.15** Indicare come distinguere dai valori del semiasse maggiore a e dell'eccentricità e i diversi tipi di orbita possibili.
- 15.16** Cosa si intende per velocità di fuga?
- 15.17** Qual'è il valore dell'energia meccanica di un'orbita parabolica?
- 15.18** Per quale ragione è preferibile lanciare un satellite geostazionario da una base di lancio equatoriale?
- 15.19** Si ipotizzi di voler cambiare l'inclinazione (riferita al piano equatoriale) dell'orbita circolare percorsa da un satellite artificiale. A parità di angolo di inclinazione, tale manovra è più costosa se l'orbita è bassa (~ 300 km) o se l'orbita è alta (p. es. ~ 10000 km)?
- 15.20** Per quale ragione si considerano razzi multistadio?
- 15.21** Per raggiungere l'orbita terrestre bassa (LEO=*Low Earth Orbit*, $z \sim 300 - 400$ km) è necessario un ΔV "reale" di almeno 9 km/s. Considerando che idealmente è necessario un ΔV pari a ~ 7.9 km/s, spiegare cosa si intende per ΔV "reale", e perché esso è superiore a quello ideale.
- 15.22** Si supponga di voler selezionare l'orbita di una stazione spaziale internazionale che dovrà essere raggiunta con costi simili dalle basi di lancio di Europa, USA, Giappone e Russia. Sapendo che la latitudine di queste basi è, rispettivamente, di 5° , 28° , 30° e 45° , che caratteristica dovrebbe avere l'orbita?

Esercizi svolti

- 15.1** Si calcoli il rapporto tra le variazioni di velocità ottenute da due veicoli, il primo propulso da endoreattore a propellente liquido e il secondo da endoreattore a propellente solido. Entrambi i veicoli hanno massa iniziale pari a $m_i = 510000$ kg e carico utile $m_u = 10000$ kg. La manovra avviene in assenza di forze diverse dalla spinta. L'endoreattore a propellente liquido ha impulso specifico superiore del 60% a quello dell'endoreattore a propellente solido ($I_{sp,liq} = 1.6 I_{sp,sol}$), mentre la massa inerte è del 30% superiore ($m_{s,liq} = 1.3 m_{s,sol}$). È inoltre noto il coefficiente strutturale dell'endoreattore a propellente solido, $\varepsilon_{sol} = 0.080$.

SOLUZIONE

L'esercizio si risolve applicando l'equazione di Tsiolkowski.

$$\frac{\Delta V_{liq}}{\Delta V_{sol}} = \frac{I_{sp,liq}}{I_{sp,sol}} \cdot \frac{\ln(m_i/m_{f,liq})}{\ln(m_i/m_{f,sol})} = 1.6 \frac{\ln(m_i/m_{f,liq})}{\ln(m_i/m_{f,sol})}$$

Dalla conoscenza del coefficiente strutturale si può calcolare la massa strutturale dell'endoreattore a propellente solido:

$$\varepsilon_{sol} = \frac{m_{s,sol}}{m_{s,sol} + m_{p,sol}} = 0.080$$

$$\text{dove: } m_{s,sol} + m_{p,sol} = m_i - m_u = 500000 \text{ kg} \implies m_{s,sol} = 40000 \text{ kg}$$

$$\text{dai dati: } m_{s,liq} = 1.3 m_{s,sol} = 52000 \text{ kg}$$

$$\implies m_{f,liq} = m_u + m_{s,liq} = 62000 \text{ kg}; \quad m_{f,sol} = m_u + m_{s,sol} = 50000 \text{ kg}$$

$$\implies \frac{\Delta V_{liq}}{\Delta V_{sol}} = 1.45$$

- 15.2** Si calcoli il periodo dell'orbita della stazione spaziale internazionale (orbita circolare alla quota $z = 400$ km). Per effettuare il calcolo si ricorda che la costante gravitazionale terrestre è $\mu_{\oplus} = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ ed il raggio medio terrestre $r_{\oplus} = 6371$ km.⁶

SOLUZIONE

La stazione, essendo su un'orbita circolare alla quota z , si muove a velocità V :

$$V = \sqrt{\frac{\mu_{\oplus}}{r_{\oplus} + z}} = 7673 \text{ m/s}$$

Per compiere un'orbita dovrà percorrere la distanza $2\pi r$ alla velocità V , quindi: $t = \frac{2\pi(r_{\oplus} + z)}{V} = 5545 \text{ s}$, cioè $t = 92^{\text{min}} 25^{\text{s}}$

- 15.3** Si confronti la massa di propellente necessaria per ottenere lo stesso ΔV (pari a 5000 m/s) con uno o due stadi, per lo stesso carico utile di 2000 kg. Si considerino stadi simili tra loro (stesso K_m , ε e K_u) ed alla soluzione monostadio, con: $I_{sp} = 450$ s e $\varepsilon = 0.1$.

SOLUZIONE

MONOSTADIO

⁶Notare che il raggio medio della Terra è di 6371 km, mentre il raggio equatoriale è di 6378 km.

$$K_u = \frac{e^{-\Delta V/(g_0 I_{sp})} - \varepsilon}{1 - \varepsilon} = 0.247$$

$$m_i = m_u / K_u = 8097 \text{ kg, essendo } m_u = 2000 \text{ kg}$$

$$m_s + m_p = m_i - m_u = 6097 \text{ kg} \Rightarrow m_s = \varepsilon(m_s + m_p) = 610 \text{ kg}$$

$$m_p = m_i - m_u - m_s = 5487 \text{ kg}$$

BISTADIO

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = g_0 I_{sp,1} \ln K_{m,1} + g_0 I_{sp,2} \ln K_{m,2}$$

ma essendo $I_{sp,1} = I_{sp,2} = I_{sp}$ e $K_{m,1} = K_{m,2} = K_m$ si ha:

$$\Delta V = 2g_0 I_{sp} \ln K_m$$

$$K_{u,1} = K_{u,2} = \frac{e^{-\Delta V/(2g_0 I_{sp})} - \varepsilon}{1 - \varepsilon} = 0.519$$

$$m_{u,2} = m_u = 2000 \text{ kg}$$

$$m_{i,2} = m_{u,1} = m_{u,2} / K_{u,2} = 3854 \text{ kg}$$

$$m_{s,2} + m_{p,2} = m_{i,2} - m_{u,2} = 1854 \text{ kg}$$

$$m_{s,2} = \varepsilon(m_{s,2} + m_{p,2}) = 185 \text{ kg}$$

$$m_{p,2} = 1669 \text{ kg}$$

$$m_{i,1} = m_{u,1} / K_{u,1} = 7426 \text{ kg}$$

$$m_{s,1} + m_{p,1} = m_{i,1} - m_{u,1} = 3572 \text{ kg}$$

$$m_{s,1} = \varepsilon(m_{s,1} + m_{p,1}) = 357 \text{ kg}$$

$$m_{p,1} = 3215 \text{ kg}$$

$$m_p = m_{p,1} + m_{p,2} = 4884 \text{ kg}$$

La massa totale viene quindi ridotta dell'8.3% e la massa di propellente dell'11%.

- 15.4** Si supponga di poter realizzare un lanciatore monostadio con le seguenti caratteristiche: $I_{sp} = 400 \text{ s}$, $\varepsilon = 0.02$ e \dot{m}_p costante durante tutta la fase propulsa. Considerando che il ΔV reale per raggiungere l'orbita bassa (LEO) è pari a 9.1 km/s , si calcoli il rapporto di carico utile che è possibile ottenere. Perché un tale lanciatore escluderebbe la presenza di un equipaggio umano o di apparecchiature delicate a bordo?

SOLUZIONE

$$K_m = e^{\Delta V/(g_0 I_{sp})} = 10.2$$

$$K_u = \frac{1/K_m - \varepsilon}{1 - \varepsilon} = 0.08$$

La spinta è costante ($F = \dot{m}_p g_0 I_{sp} = F_i = F_f$), inoltre al momento del lancio la forza risultante sul veicolo è $\mathcal{F} = m_i a_i = F_i - W = F_i - m_i g_0$, quindi perché il veicolo si sollevi, cioè $a_i \geq 0$,

deve essere $F_i \geq m_i g_0$.

Nella fase finale del lancio l'accelerazione sarà pari ad a_f , che nel caso in cui il veicolo si muove ancora lungo la verticale  :

$$a_f = \frac{\mathcal{F}}{m_f} = \frac{F_f - m_f g_f}{m_f} = \frac{F_f}{m_f} - g_f$$

supponendo che $g_f \sim g_0$ (in realt  $g_f < g_0$) si ha:

$$a_f = \frac{F_i}{m_f} - g_0 \geq g_0 \left(\frac{m_i}{m_f} - 1 \right) = g_0 (K_m - 1) = 9.2 g_0$$

L'accelerazione impartita al carico utile nella parte finale della fase propulsa   quindi troppo elevata perch  possa essere sopportata da un equipaggio o da apparecchiature delicate.

Nel caso in cui alla fine della manovra la traiettoria sia orizzontale l'accelerazione   ancora maggiore:

$$a_f = \frac{F_i}{m_f} \geq g_0 \frac{m_i}{m_f} = g_0 K_m = 10.2 g_0$$

Esercizi proposti

- 15.5** La risultante delle forze applicate ad una nave spaziale in moto al di fuori dell'atmosfera sia pari alla sola spinta del motore. Il sistema propulsivo   costituito da un endoreattore a propellenti immagazzinabili (monometilidrazina e tetrossido di azoto) che nel vuoto d'ha $I_{sp} = 280$ s. Calcolare la massa di propellente necessaria a realizzare una variazione di velocità pari a 2 km/s con una manovra impulsiva, se la massa del veicolo (strutture e carico utile) a fine manovra   pari a 1000 kg.

RISULTATI

$$m_p = 1072 \text{ kg.}$$

- 15.6** Si calcoli la quota e la velocità orbitale dell'orbita geostazionaria (la costante gravitazionale terrestre   $\mu_{\oplus} = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, il raggio equatoriale terrestre $r_{\oplus} = 6378$ km e il periodo di rotazione della Terra attorno al suo asse di $t_{\oplus} = 23^{\text{h}}56^{\text{min}}04^{\text{s}}$).

RISULTATI

$$z = 35786 \text{ km; } V = 3.075 \text{ km/s.}$$

- 15.7** Si calcoli la quota e la velocità orbitale dell'orbita stazionaria rispetto alla superficie del pianeta Marte (la costante gravitazionale di Marte   $\mu_{\text{Mars}} = 4.29 \cdot 10^{13} \text{ m}^3/\text{s}^2$, il raggio di Marte   $r_{\text{Mars}} = 3400$ km e il periodo di rotazione del pianeta   $t_{\text{Mars}} = 24^{\text{h}}37^{\text{min}}$).

RISULTATI

$$z = 17036 \text{ km; } V = 1.449 \text{ km/s.}$$

- 15.8** Calcolare la massa di propellente necessaria ad innalzare un satellite di 5000 kg da un'orbita circolare equatoriale bassa ($z = 250$ km) all'orbita geostazionaria ($z = 35786$ km) mediante manovre impulsive di un endoreattore a idrogeno e ossigeno liquidi, caratterizzato da $I_{sp} = 450$ s e $\varepsilon = 0.10$ (la costante gravitazionale terrestre   $\mu_{\oplus} = 3.986 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ e il raggio terrestre $r_{\oplus} = 6378$ km).

RISULTATI

$$m_p = 8476 \text{ kg.}$$

- 15.9** Supponendo che la massima accelerazione cui può resistere la strumentazione del satellite dell'esercizio 8 sia pari a 3 volte l'accelerazione gravitazionale a livello del mare ($3g_0$), si confronti il tempo necessario a compiere le manovre (considerate impulsive nell'esercizio 8) con i periodi orbitali dell'orbita di partenza (per la prima manovra) e di arrivo (per la seconda).

RISULTATI

$$t_1 = 154.6 \text{ s } (t_{o1} = 5370 \text{ s}) \quad \text{e} \quad t_2 = 59.4 \text{ s } (t_{o2} = 86164 \text{ s})$$

Capitolo 16

Accelerazione del fluido propulsivo negli endoreattori termici

Negli endoreattori termici la spinta viene generata trasformando l'energia termica, fornita al fluido propulsivo da reazioni chimiche al suo interno o da riscaldamento esterno, in energia cinetica. Le modalità di accelerazione del flusso sono quindi le stesse per tutti gli endoreattori termici e, all'interno di questo gruppo, per tutti gli endoreattori chimici. Il componente che permette l'espansione del fluido propulsivo con la conversione di energia termica in energia cinetica del getto è detto ugello, e sebbene possa essere studiato con la stessa teoria già vista per gli ugelli dei propulsori aeronautici, esso presenta caratteristiche diverse, soprattutto a causa dei maggiori rapporti di espansione che caratterizzano i getti degli endoreattori. Infatti in questi ultimi non ci sono, per la pressione in camera di combustione, gli stessi limiti degli esoreattori (essenzialmente imposti dal valore della pressione atmosferica e dalle capacità del compressore); inoltre la pressione ambiente può scendere ad un valore praticamente nullo (nel vuoto).

Come si è visto nel cap. 3, la spinta fornita da un endoreattore può essere espressa in funzione delle proprietà del getto nella sezione di uscita dell'ugello. Lo scopo principale dello studio che verrà sviluppato in questo capitolo è quello di vedere come le caratteristiche progettuali dell'ugello di un endoreattore influenzano la spinta e la velocità efficace d'uscita (o l'impulso specifico). Sebbene la gran parte delle derivazioni e discussioni del capitolo siano valide per qualunque endoreattore termico e cioè anche per endoreattori nucleari, resistogetti, arcogetti ed endoreattori solari termici, l'attenzione sarà rivolta principalmente alla famiglia di endoreattori termici di gran lunga più diffusa, che è quella degli endoreattori chimici.

16.1 Ugello Ideale

Per analizzare le prestazioni degli endoreattori in funzione delle proprietà dell'ugello propulsivo, si considera il caso di ugello ideale (endoreattore ideale [15, pag. 41]), cioè avente caratteristiche tali da soddisfare un certo numero di ipotesi semplificative. In questo caso i principi base della fluidodinamica all'interno di un ugello propulsivo sono espressi matematicamente in forma semplificata e quasi-monodimensionale, e permettono di descrivere analiticamente il comportamento del flusso, ancorché ideale. Quest'analisi permette di ottenere una stima delle prestazioni di un endoreattore chimico reale con un errore compreso in genere tra l'1 e il 6% [15, pag. 42], per cui risulta giustificata per una valutazione preliminare. Un endoreattore ideale è dunque quello che soddisfa le seguenti ipotesi:

- Il fluido propulsivo è costituito dai prodotti di combustione, che sono considerati come costituenti di un gas termicamente e caloricamente perfetto, non reagente e omogeneo (i dettagli del processo di combustione sono quindi ignorati).
- Il flusso è stazionario.
- Sulle superfici normali alle linee di corrente le proprietà del flusso sono assunte costanti (modello monodimensionale, più esattamente quasi-monodimensionale in quanto le proprietà del flusso dipendono dalla variazione dell'area della sezione, e quindi da effetti pluridimensionali, anche se trattati con teoria monodimensionale).
- La velocità del flusso nella sezione di ingresso dell'ugello è trascurabile, e le sue condizioni sono uniformi nello spazio e nel tempo.
- Il flusso è isentropico, a meno che non siano presenti urti; in particolare non si tiene conto dell'attrito e degli scambi di calore (flusso non viscoso e adiabatico).

Avendo ipotizzato che la miscela di gas si comporti come un unico gas caloricamente e termicamente perfetto, vale l'equazione di stato

$$p = \rho RT, \quad \text{con} \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} \quad (16.1)$$

dove \mathcal{R} è la costante universale dei gas e \mathcal{M} è il peso molecolare medio della miscela. Pertanto, assegnate due variabili di stato termodinamico (p. es. p_c e T_c in camera di combustione) sono automaticamente note tutte le altre grandezze di stato, p. es. ρ_c dalla (16.1).

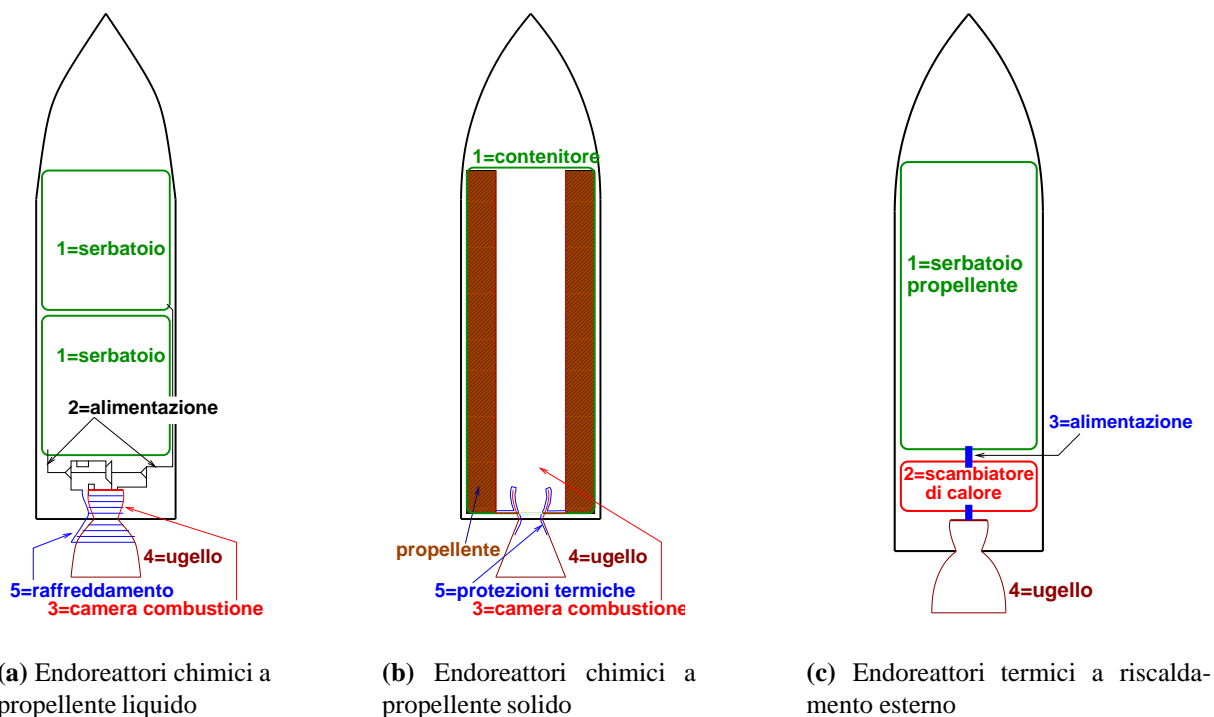


Figura 16.1: Componenti degli endoreattori termici.

In tali ipotesi è utile innanzitutto riscrivere le equazioni di conservazione di massa, quantità di moto ed energia. Riprendendo lo schema di un condotto quasi-monodimensionale a sezione non costante, vedi Fig. 16.2,

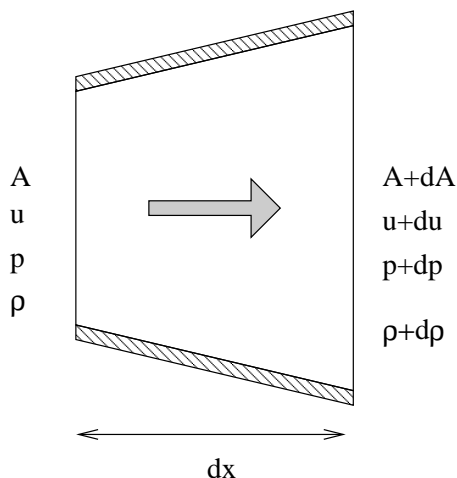


Figura 16.2: Schema di condotto per il calcolo di flusso quasi-monodimensionale.

ricordando l'ipotesi di flusso stazionario, la portata entrante nel condotto deve essere uguale a quella uscente. Pertanto in termini differenziali e finiti si ha, rispettivamente:

$$\rho u A = (\rho + d\rho)(u + du)(A + dA) \Rightarrow d(\rho u A) = 0 \quad \Longrightarrow \quad \dot{m} = \rho u A = \text{cost} \quad (16.2)$$

Analogamente per la quantità di moto

$$\begin{aligned} \dot{m}(u + du) - \dot{m}u &= pA + \left(p + \frac{dp}{2}\right)dA - (p + dp)(A + dA) \\ &\Longrightarrow \quad dp + \rho u du = 0 \end{aligned} \quad (16.3)$$

e per l'energia

$$\begin{aligned} \dot{m} \left\{ e + \frac{u^2}{2} + d \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right\} - \dot{m} \left(e + \frac{u^2}{2} \right) &= p u A - (p + dp)(u + du)(A + dA) \\ \dot{m} d \left(e + \frac{u^2}{2} \right) + d(p u A) &= 0, \quad \Longrightarrow \quad \dot{m} d \left(e + \frac{u^2}{2} \right) + d \left(\dot{m} \frac{p}{\rho} \right) = 0 \\ \dot{m} d \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) &= 0, \quad \Longrightarrow \quad dh_0 = 0 \end{aligned} \quad (16.4)$$

avendo introdotto l'energia interna specifica e , l'entalpia specifica $h = e + p/\rho$, e l'entalpia specifica totale $h_0 = h + u^2/2$. Sostituendo le ultime due nella relazione di Gibbs $T ds = dh - dp/\rho$ si ottiene facilmente che il flusso risultante è isentropico. Inoltre, dall'equazione della quantità di moto, utilizzando opportunamente l'equazione di stato e quella di conservazione dell'energia, si ottengono le equazioni di Poisson per un flusso isentropico:

$$Tds = dh - dp/\rho \quad \underbrace{\implies}_{dp + \rho u du = 0} \quad Tds = dh + u du = dh_0 = 0 \quad (16.5)$$

$$dh - dp/\rho = 0 \quad \implies \quad \frac{T}{T_c} = \left(\frac{p}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (16.6)$$

Avendo supposto la velocità del flusso trascurabile nella sezione di ingresso dell'ugello (le cui condizioni termodinamiche verranno quindi in seguito assimilate a quelle in camera di combustione) si ha che il valore costante di entalpia totale, e quindi anche quelli di temperatura e pressione totali, è ovunque pari a quello della sezione di ingresso, ossia questi valori sono pari a quelli statici in camera di combustione: $h_0 = h_c, T_0 = T_c, p_0 = p_c, \dots$

Dall'equazione dell'energia si ottiene dunque una semplice espressione per la velocità del fluido propulsivo nella generica sezione dell'ugello, una volta noto il valore di una variabile di stato termodinamico (la seconda è s , che come detto è costante). In particolare, se si considera la sezione di efflusso, indicata al solito con l'indice e :

$$u_e = \sqrt{2(h_c - h_e)} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} RT_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)}, \quad \text{essendo } h = c_p T, \quad \text{e } c_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \quad (16.7)$$

$$u_e = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{RT_c}{\mathcal{M}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (16.8)$$

Questa equazione permette di dedurre importanti considerazioni sulle grandezze da cui dipende la velocità, ed il suo valore massimo ottenibile per assegnate condizioni in camera di combustione¹. Si osserva innanzitutto che u_e cresce all'aumentare del rapporto di espansione p_c/p_e e del termine RT_c , e che dipende anche dal valore di γ . Si osserva inoltre che per $p_c/p_e \rightarrow \infty$ la velocità di efflusso tende asintoticamente ad un valore massimo, detto velocità limite. La velocità limite si raggiunge (teoricamente, vedi sotto) quando tutta l'energia termica è stata trasformata in energia cinetica; si può quindi scrivere:

$$u_{lim} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{RT_c}{\mathcal{M}}}, \quad \implies \quad u_e = u_{lim} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (16.9)$$

È facile vedere che la velocità limite decresce al crescere di γ . Si può notare però che il rapporto u_e/u_{lim} cresce al crescere di γ , vedi Fig. 16.3, per cui sebbene anche u_e decresca all'aumentare di γ , tale diminuzione è inferiore a quella che caratterizza la u_{lim} . Il quadrato del rapporto u_e/u_{lim} , il cui andamento in funzione del rapporto di espansione è mostrato in Fig. 16.3, dove si può notare l'andamento asintotico al crescere di p_c/p_e , viene anche indicato con η in quanto ha la stessa espressione del rendimento di un ciclo turbogas ideale caratterizzato da identico rapporto di pressioni. Va osservato che la velocità limite in realtà non potrà mai essere raggiunta, in quanto al diminuire della pressione del gas ad un certo punto esso liquefa, e comunque prima ancora cadono le ipotesi sul gas (caloricamente e termicamente perfetto). L'espressione della velocità limite, ricordando la sua relazione con la velocità

¹Notare che qui si indica genericamente come camera di combustione quella che è la sezione di ingresso dell'ugello, dove non necessariamente avviene combustione. Quest'ultimo è ad esempio il caso di endoreattori nucleari termici, in cui le condizioni in camera di combustione sono in realtà i valori di ristagno del fluido propulsivo (idrogeno) scaldato dal reattore.

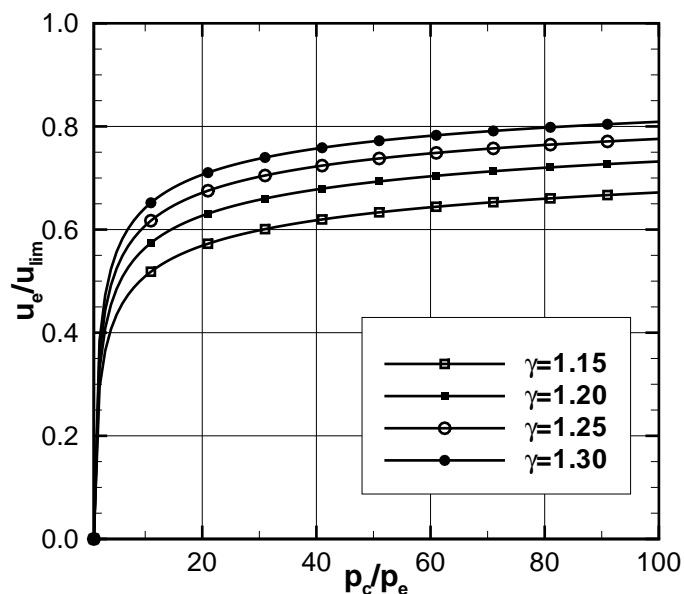


Figura 16.3: Andamento del rapporto tra velocità di efflusso e velocità limite in funzione del rapporto di espansione.

di efflusso equivalente, indica chiaramente che un aumento della temperatura del gas (di solito associato ad un corrispondente incremento dell'energia rilasciata) od una diminuzione del peso molecolare del fluido propulsivo (di solito ottenuta usando gas a basso peso molecolare ad alto contenuto di idrogeno) migliorano le prestazioni dell'endoreattore; questa influenza è più determinante di quanto non lo siano il rapporto di pressione e il valore di γ . Sussistono chiaramente limiti sulla massima temperatura totale dei gas, dati dalla scelta dei propellenti (e conseguente calore di reazione, e calore specifico dei prodotti), dal fatto che al di sopra di 2800 K circa le reazioni di dissociazione cominciano ad assorbire parte del calore di reazione, e la frazione di specie dissociate cresce al crescere ulteriore della temperatura, e infine bisogna tener conto dei limiti strutturali determinati dai materiali che costituiscono camera di combustione e ugello. Va osservato che la dipendenza da γ non offre possibilità di utilizzazione pratica.

Le equazioni ricavate con la teoria monodimensionale consentono di esprimere anche la portata in funzione delle grandezze caratteristiche dell'ugello; basta ovviamente calcolare la portata in corrispondenza della sezione di gola. Si nota infatti che l'ugello di un endoreattore funziona sempre (a stazionario) in condizioni saturate poiché, vista l'assenza di una correlazione tra pressione in camera di combustione e pressione ambiente, e vista l'assenza di una precedente espansione in turbina, il rapporto p_c/p_a è sempre superiore a 2 e quindi al p_c/p_* identificato dalla (12.8) (quest'ultimo valore è al massimo 2.07 per fluido propulsivo con $\gamma = 1.67$ e decresce al decrescere di γ essendo dell'ordine di $1.7 \div 1.8$ per i propellenti più comuni). In condizioni di saturazione le condizioni in gola sono tali che $M_t = 1$, e quindi la portata può essere calcolata in funzione dell'area di gola come

$$\dot{m} = \rho_* u_* A_* = \rho_t u_t A_t \quad (16.10)$$

dove A_t è l'area della sezione di gola, mentre u_t , la velocità nella sezione di gola, può essere espressa come

$$u_t = a_t = \sqrt{\gamma RT_t} = \sqrt{\gamma RT_c \left(\frac{T_t}{T_c} \right)} = \sqrt{\gamma RT_c \left(\frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2} \right)} = \sqrt{\gamma RT_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/2} \quad (16.11)$$

e infine la densità nella sezione di gola ρ_t si ricava come

$$\rho_t = \rho_c \left(\frac{\rho_t}{\rho_c} \right) = \frac{p_c}{RT_c} \left(\frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_t^2} \right)^{1/(\gamma-1)} = \frac{p_c}{RT_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (16.12)$$

Utilizzando le espressioni appena ricavate si può riscrivere l'espressione della portata in funzione delle condizioni in camera di combustione (p_c , T_c), dell'area della sezione di gola A_t e delle proprietà del fluido propulsivo (γ , R):

$$\dot{m} = \frac{p_c}{RT_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/(\gamma-1)} \sqrt{\gamma RT_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{1/2} A_t = \frac{p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (16.13)$$

che si riscrivere nella forma più comunemente usata per esprimere la portata in un endoreattore, e che sarà più volte ripresa nel seguito:

$$\dot{m} = \frac{\Gamma p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} \quad (16.14)$$

Questa forma sintetica è ottenuta introducendo una nuova funzione Γ i cui argomenti sono tutti termini dipendenti da γ :

$$\Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (16.15)$$

Si osserva che Γ varia poco con γ , assumendo valori compresi tra 0.63 e 0.67 per γ compresi tra 1.1 e 1.3, vedi Fig. 2.7. L'espressione (16.14) mette in rilievo la proporzionalità diretta tra \dot{m} e p_c , A_t e la massa molare \mathcal{M} (si ricorda che $R = \mathcal{R}/\mathcal{M}$), e quella inversa tra \dot{m} e $\sqrt{T_c}$. Riguardo alle dipendenze funzionali della portata, va osservato che il valore di \dot{m} che si stabilisce è funzione delle condizioni in camera di combustione (p. es. condizioni di iniezione dei propellenti liquidi, o caratteristiche del propellente solido, a seconda dei casi) e dell'area di gola, e quindi il valore di p_c dipenderà anch'esso dal valore di A_t . I valori di T_c , \mathcal{M} e γ sono invece sostanzialmente propri del propellente considerato (in effetti dipendono anch'essi lievemente dalla pressione).

16.2 Parametri caratteristici di un endoreattore

Avendo ricavato nel paragrafo precedente le relazioni che permettono di esprimere portata e velocità di efflusso in funzione dei valori delle grandezze in camera di combustione, del rapporto d'area e delle

proprietà del fluido propulsivo, si vuole ora vedere come queste variabili influenzano le prestazioni dell'endoreattore. Queste ultime sono identificate essenzialmente da spinta e velocità equivalente (o impulso specifico); l'introduzione di appropriati coefficienti permetterà poi di evidenziare meglio la dipendenza dalle caratteristiche dei diversi organi del sistema propulsivo.

Si considera innanzitutto l'espressione della spinta dell'endoreattore (3.8)

$$F = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e \quad (16.16)$$

In questa equazione si possono sostituire le espressioni ricavate sopra per u_e e \dot{m} . Prima di fare questo è però utile svolgere alcune considerazioni sulla (16.16) riguardo al rapporto di espansione che consente la massima spinta. Si è visto infatti che per un endoreattore si considera sempre ugello saturato, ed in particolare ugello convergente-divergente per permettere di sfruttare al meglio l'elevato rapporto tra pressione in camera e pressione ambiente. Ci si chiede allora quale sia il valore del rapporto di pressioni (che a sua volta, come è stato visto, è funzione del rapporto di espansione geometrico, tra area di efflusso e area di gola, $\epsilon = A_e/A_t$) che permette la massima spinta a parità di altre condizioni. Si ricava facilmente che ciò avviene quando l'ugello è adattato, infatti essendo \dot{m} costante, differenziando la (16.16) si ottiene:

$$dF = \dot{m} du_e + (p_e - p_a) dA_e + A_e dp_e \quad (16.17)$$

e quindi, ricordando la (16.3)

$$\begin{aligned} dF &= \rho_e u_e A_e du_e + A_e dp_e + (p_e - p_a) dA_e \\ &= (\rho_e u_e du_e + dp_e) A_e + (p_e - p_a) dA_e = (p_e - p_a) dA_e \end{aligned} \quad (16.18)$$

dF/dA_e si annulla, e la spinta ha un massimo², per A_e tale che $p_e = p_a$, che è la condizione detta di *ugello adattato*. In questa condizione il termine di pressione si annulla e la spinta è quindi puramente impulsiva. Consideriamo innanzitutto l'espressione della spinta per un ugello adattato. Ricordando le (16.8) e (16.14) si ha:

$$F = \dot{m}_p u_e = \Gamma p_c A_t \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (16.19)$$

È interessante osservare che la spinta è indipendente da \mathcal{M} e da T_c , mentre è direttamente proporzionale al prodotto $p_c A_t$ e ad un termine adimensionale dipendente da γ e dal rapporto di espansione.

Per il caso generale di ugello *non* adattato occorre considerare anche il termine di spinta di pressione

$$F = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e = \Gamma p_c A_t \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + (p_e - p_a) A_e \quad (16.20)$$

Si intuisce quindi che è comodo prendere come valore di riferimento per la spinta il prodotto $p_c A_t$, ed introdurre di conseguenza un coefficiente adimensionale C_F che indica qual'è la prestazione del sistema propulsivo in termini di generazione della spinta, a parità di pressione in camera di combustione e area di gola. Tale coefficiente è detto coefficiente di spinta ed è definito quindi come

$$C_F = \frac{F}{p_c A_t} \quad (16.21)$$

²Si vede facilmente che $d^2F/dA_e^2 < 0$ essendo $dp_e/dA_e < 0$ e $dp_a/dA_e = 0$, per cui l'estremo in questione è effettivamente un massimo.

Esso quantifica le proprietà di espansione dell'ugello, come si può osservare riscrivendone l'espressione completa

$$C_F = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c} \right) \quad (16.22)$$

Quindi C_F dipende da γ , dal rapporto d'area $\epsilon = A_e/A_t$, dal rapporto tra pressione in camera di combustione e pressione ambiente p_c/p_a , e dal rapporto di espansione p_c/p_e . Quest'ultimo, almeno finché l'ugello è saturato e il flusso al suo interno isentropico, è funzione soltanto di γ e del rapporto d'area ϵ , il quale può essere espresso in funzione del rapporto di pressioni attraverso la (2.32), esprimendo il numero di Mach all'uscita per mezzo del rapporto tra pressione totale in camera p_c e pressione all'uscita p_e [$p_c/p_e = (1 + \delta M_e^2)^{\gamma/(\gamma-1)}$]:

$$\epsilon = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{2/\gamma} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{(\gamma-1)/\gamma} \right]}} \quad (16.23)$$

e quindi il coefficiente di spinta C_F risulta essere funzione di $(\gamma, \epsilon, p_c/p_a)$. Tornando all'espressione della spinta, si può dire che, essendo per definizione $F = C_F p_c A_t$, risulta che la spinta è:

- indipendente dal peso molecolare del gas \mathcal{M} e dalla temperatura T_c ;
- dipendente linearmente da A_t ;
- dipendente un po' più che linearmente da p_c (che è anche in C_F);
- lineare con C_F , che a sua volta decresce con γ ed ha un massimo al variare di ϵ quando questo è tale che $p_e = p_a$.

Per capire meglio il comportamento del coefficiente di spinta si possono osservare i diagrammi riportati in Fig. 16.4 e Fig. 16.5. Nel primo il valore di C_F nel caso adattato è riportato in funzione del rapporto di espansione p_c/p_e con γ a parametro. Il grafico mostra che C_F cresce con p_c/p_e , ed inoltre assume valori tanto più elevati quanto più basso è il valore di γ . Si nota ancora, dalle linee tracciate ad ϵ costante, che a parità di ϵ il valore di p_c/p_e cresce con γ ; tuttavia ciò non compensa l'effetto precedente, per cui anche a parità di ϵ il valore di C_F è tanto più alto quanto più basso è il valore di γ .

Gli andamenti di C_F in funzione di ϵ riportati in Fig. 16.5 per il caso generale (ugello non necessariamente adattato) sono spesso mostrati per analizzare il comportamento di un ugello, avente un assegnato rapporto di aree, al variare della quota. Tale diagramma è relativo ad un assegnato valore di γ ($=1,2$), e le linee tracciate nel grafico possono pensarsi ciascuna riferita ad una quota, individuata dal rapporto p_c/p_a indicato a fianco di essa. Se si considera un ugello di geometria assegnata, cioè un assegnato valore di ϵ , ad ogni quota (cioè ad ogni linea $p_c/p_a = \text{cost}$) corrisponde un valore di C_F dato dall'intersezione della linea $p_c/p_a = \text{cost}$ con la linea verticale corrispondente ad ϵ . Si nota che C_F cresce al crescere di z (cioè all'aumentare di p_c/p_a), fino a raggiungere un valore massimo nel vuoto ($p_c/p_a \rightarrow \infty$). Se invece si studia il comportamento di C_F ad una quota assegnata (ossia rapporto p_c/p_a assegnato) e al variare del rapporto di espansione ϵ , si nota che il C_F ha un massimo per il rapporto di espansione tale che $p_e = p_a$, cioè per ugello adattato. È interessante anche notare i valori limite indicati nel grafico.

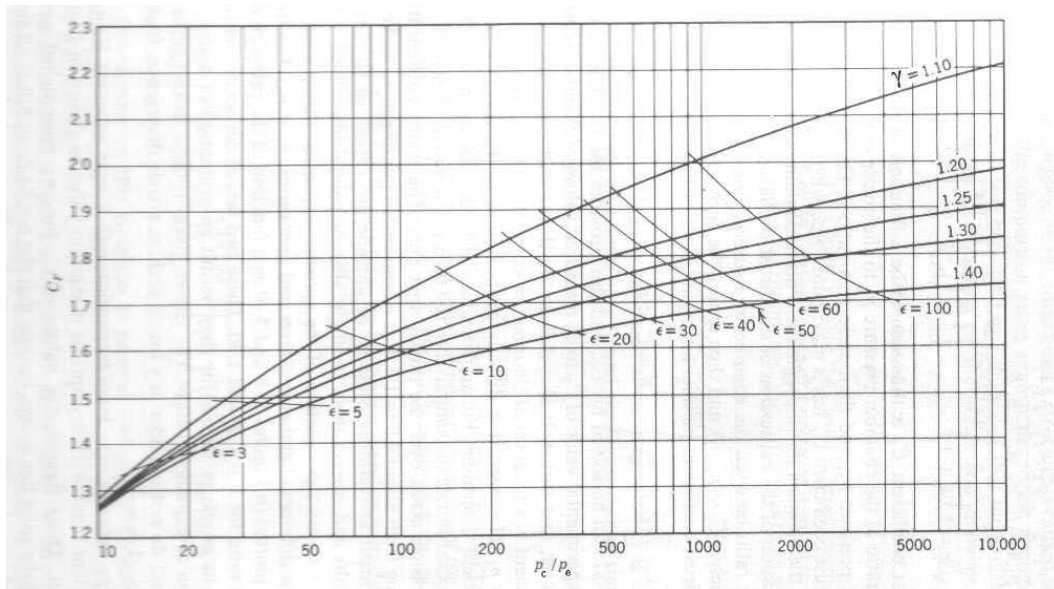


Figura 16.4: Coefficiente di spinta di un ugello *adattato* in funzione del rapporto di espansione e del rapporto tra i calori specifici (adattata da [15]).

Nella parte superiore si nota la curva che rappresenta l'andamento di C_F al variare di ϵ nel vuoto, che tende ad un valore finito (quello tale che tutta l'energia disponibile si è trasformata in energia cinetica) al tendere di ϵ all'infinito. Nella parte inferiore si nota la discontinuità dovuta alla *linea di separazione* che

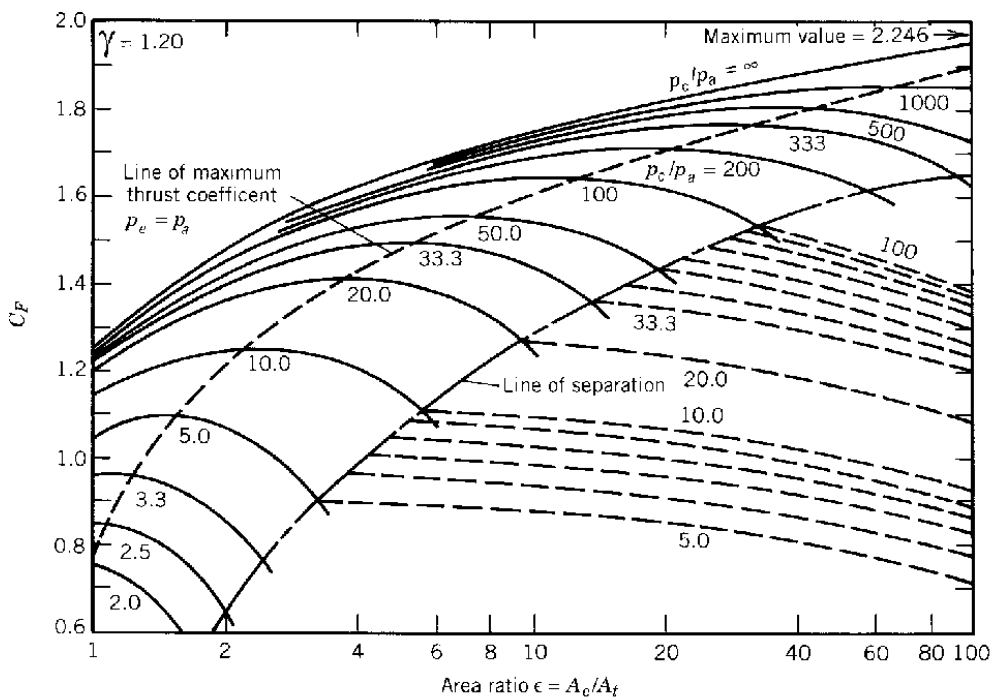


Figura 16.5: Coefficiente di spinta in funzione del rapporto di espansione e del rapporto p_c/p_a per $\gamma = 1.2$ (adattata da [15]).

mostra le condizioni al di là delle quali la sovraespansione è tale da produrre una separazione del flusso all'interno del divergente, e quindi le ipotesi avanzate all'inizio, di flusso isentropico, non sono più valide. Le linee tratteggiate stanno tuttavia ad indicare che se non fosse per problemi legati alla stabilità di funzionamento in condizioni di flusso separato, la separazione avrebbe l'effetto positivo di "adattare" in qualche modo il rapporto d'area alla pressione ambiente (la curva tratteggiata si pone su valori di C_F più elevati di quelli che si otterrebbero proseguendo la linea continua). Va infine menzionata la linea che unisce i massimi dei C_F ottenuti per ciascun valore di p_c/p_a . Tale linea indica l'andamento del C_F per un ugello ideale adattato, ed è l'obiettivo cui ci si vorrebbe avvicinare per ugelli che debbano operare in condizioni ambiente variabili.

Si osservi dalla Fig. 16.5 che il vantaggio offerto da un ugello adatto è assolutamente impercettibile quando il rapporto tra pressione a monte dell'ugello e pressione ambiente è molto basso, diciamo uguale o inferiore a tre. Quest'ultima situazione è quella usuale per un esoreattore, e ci spiega perché per essi non abbia senso adottare ugelli convergenti-divergenti (tranne che eventualmente nei turbogetti con postbruciatore e negli autoreattori).

L'altro parametro caratteristico degli endoreattori termici, oltre a C_F , è la velocità caratteristica c^* . Se infatti si riprende l'espressione della velocità efficace d'uscita, si può scrivere questa grandezza (o equivalentemente I_{sp}) come

$$u_{eq} = \frac{F}{\dot{m}_n} = \frac{p_c A_t}{\dot{m}_n} \frac{F}{p_c A_t} = \underbrace{\left(\frac{p_c A_t}{\dot{m}_n} \right)}_{\text{velocità caratteristica } c^*} C_F = c^* C_F \quad (16.24)$$

e quindi la velocità efficace d'uscita può essere scissa nel prodotto di C_F e di un'altro termine, che ha le dimensioni di una velocità, ed è detto appunto *velocità caratteristica*. Ricordando l'espressione della portata (16.14) si vede che:

$$c^* = \frac{p_c A_t}{\dot{m}_n} = \frac{\sqrt{RT_c}}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma} \sqrt{\frac{RT_c}{\mathcal{M}}} \quad (16.25)$$

La velocità caratteristica dipende dalle caratteristiche del propellente e della combustione (o del riscaldamento), ed è una misura dell'energia disponibile per l'accelerazione del flusso nell'ugello. Il coefficiente di spinta è invece una misura di quanta parte dell'energia disponibile viene convertita in energia cinetica. Osservando le (16.22), (16.24) e (16.25) si può dire in generale che la velocità efficace d'uscita dipende linearmente da c^* e da C_F , e, viste le dipendenze funzionali di c^* e C_F , ciò vuol dire anche che u_{eq} :

- cresce con T_c e decresce con \mathcal{M} ;
- ha un massimo al variare di ϵ quando questo è tale che $p_e = p_a$;
- cresce lievemente con p_c grazie all'aumento del termine di pressione in C_F .

In base a questi risultati si può osservare che, *una volta scelta* la combinazione di propellenti (e quindi temperatura in camera di combustione, massa molare e rapporto dei calori specifici dei prodotti della combustione), le prestazioni dipendono essenzialmente dal rapporto di espansione dell'ugello. La scelta di quest'ultimo dipende dalla particolare missione considerata, la quale può imporre vincoli di progetto diversi, come ad esempio accade per ugelli di lanciatori, e per ugelli di motori operanti nello spazio:

• Sistemi di Lancio

L'ugello deve operare in condizioni di pressione ambiente variabile, p. es. per un primo stadio, dalla pressione atmosferica a livello del mare fino a quella della quota di spegnimento.

- **Sistemi Spaziali**

L'ugello deve operare nel vuoto, si richiede quindi il massimo rapporto di espansione possibile, vedi Fig. 16.5. Il limite è quello per cui l'aumento del peso dell'ugello ha un effetto negativo superiore a quello positivo dell'incremento di spinta e velocità efficace di uscita. Un altro limite è dato dall'ingombro, che deve ottemperare i vincoli imposti dal sistema di lancio utilizzato (a tale scopo sono stati proposti ugelli estensibili).

16.3 Geometria degli ugelli

È stato visto che nelle ipotesi di flusso quasi-monodimensionale isentropico l'unica variabile geometrica di interesse è l'area della sezione. Per un ugello reale dovrà invece anche essere definito il suo profilo (cioè come l'area della sezione varia in funzione dell'ascissa), e la scelta di quest'ultimo può avere un effetto piuttosto importante sulle prestazioni. Il progetto effettivo di un ugello richiede di specificare l'intera sua forma, e di solito si considerano anche le variazioni di pressione e velocità lungo superfici normali alle linee di corrente. Oltre a questi effetti di bi- o tridimensionalità che si hanno nel caso reale, nella realizzazione pratica vanno considerati altri aspetti quali l'effetto dell'attrito, degli scambi termici, della presenza di reazioni chimiche nel flusso, ed altri effetti minori.

Innanzitutto va posto in rilievo che nella grande maggioranza dei casi si hanno ugelli a sezione circolare, anche se in alcuni casi particolari può essere conveniente adottare altre sezioni (soprattutto per quanto riguarda la sezione di uscita) che permettono una migliore integrazione con la base del veicolo. In effetti, la sezione circolare ha il vantaggio di essere a simmetria assiale, e di presentare il minimo ingombro trasversale. Per profilo dell'ugello si intende qui la linea ottenuta dall'intersezione della superficie dell'ugello con il generico piano radiale, avendo quindi supposto geometria assialsimmetrica. È stato visto

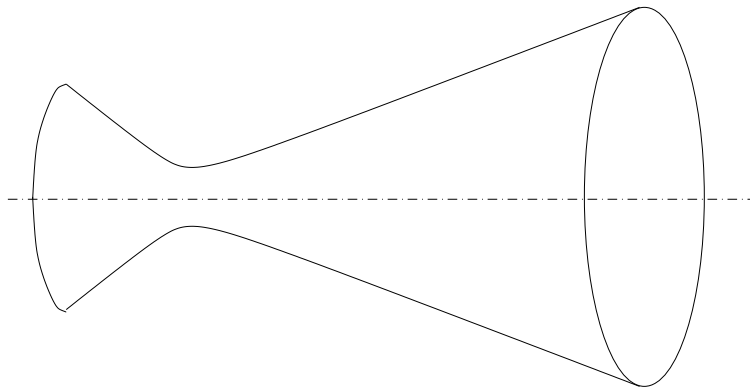


Figura 16.6: Ugello convergente-divergente tronco-conico a sezione circolare.

che gli ugelli di endoreattori sono sempre del tipo convergente-divergente. Si analizzano di seguito separatamente le diverse regioni dell'ugello.

16.3.1 Convergente e regione di gola

L'esatta forma del convergente non è materia di eccessiva importanza, in quanto in questa regione il flusso è subsonico, ed è sottoposto ad un gradiente favorevole di pressione (negativo, che ostacola quindi la possibilità di separazione del flusso dalla parete), e perciò qualunque superficie regolare dà buoni

risultati. Il rapporto di contrazione è governato dalle proprietà della camera di combustione e dalla limitazione delle perdite di pressione totale nella fase di adduzione di calore (o di massa). Infatti il rapporto tra l'area massima e l'area di gola determina la velocità sulla sezione di ingresso dell'ugello, che coincide con la sezione d'uscita del combustore, nel quale avvengono le reazioni chimiche e di conseguenza l'adduzione di calore. Come è stato visto nel cap. 2, vedi Tab. 2.1, tanto maggiore è la velocità del flusso al quale viene ceduto calore, tanto più elevata è la perdita di pressione totale e quindi tanto minore il rapporto pressione totale a monte dell'ugello/pressione ambiente, con conseguente deterioramento delle prestazioni per l'effetto su C_F , vedi Fig. 16.5. Per questa ragione è opportuno che il rapporto di contrazione sia sufficientemente elevato, tale da dare basse velocità in camera, e contenere quindi le perdite di pressione totale in fase di rilascio dell'energia. Nella pratica questo rapporto di contrazione è compreso tra 1.5 e 4.

L'angolo medio di convergenza è elevato, tipicamente $30^\circ \div 45^\circ$ per avere ugelli corti, quindi leggeri, e nella zona di gola il profilo viene tipicamente raccordato a quello del divergente con un arco di circonferenza il cui raggio di curvatura è un poco più grande del raggio di gola (fino a $2 \div 3$ volte). Il disegno della gola è importante perché definisce la portata dell'ugello. In genere il profilo della gola deriva dal raccordo di due archi di circonferenza, uno per la regione convergente subsonica ed uno per quella divergente supersonica, di raggio diverso tra loro ma aventi la stessa tangente nel punto di area minima, la gola. Gli effetti della curvatura si fanno sentire sempre di più al diminuire del raggio di curvatura a monte della gola. In particolare, l'area di gola effettiva si riduce al diminuire di questo raggio (per effetti di 'vena contratta'), e con essa la portata smaltita. Sulla scelta del profilo hanno un notevole peso le considerazioni riguardanti la facilità di fabbricazione, gli scambi termici, etc., ...

16.3.2 Divergente

La parte più critica da progettare è invece il divergente. Infatti, essendo il flusso supersonico, anche trascurando l'effetto dello strato limite, un disegno poco attento può portare alla generazione di onde d'urto, che possono provocare perdite di prestazioni sostanziali. Diversi profili sono stati proposti e realizzati per il divergente supersonico, in Fig. 16.7 si esaminano quelli di maggiore interesse.

Divergente conico e perdite per divergenza

La geometria più semplice per il divergente è certamente quella conica (o meglio, tronco-conica) disegnata in Fig. 16.6. La forma semplice permette una facile fabbricazione e pertanto il divergente conico è quello preferito quando l'aspetto critico non è tanto la massima prestazione ma l'affidabilità e l'economicità di progetto, sviluppo e realizzazione.

Assegnato il rapporto d'area, e la geometria della regione di gola, il divergente conico è definito da un solo parametro, l'angolo di semiapertura del cono α . È evidente che si cercherà di considerare coni con α maggiore possibile, ciò infatti consente ugelli corti e quindi riduce peso e attrito (sia interno che esterno), oltre che la superficie da raffreddare. A parità di area di uscita infatti l'area laterale è proporzionale a $1/\sin \alpha$. Tuttavia le controindicazioni di α elevati sono:

- rischio di separazione del getto (ma solo per α molto grandi);
- (soprattutto) perdite di divergenza.

Infatti bisogna considerare che solo la componente in direzione assiale della quantità di moto impartita al flusso propulsivo è utile ai fini della spinta, e quindi se il gas viene espulso con componenti significative in direzione radiale si può avere una significativa riduzione della spinta rispetto a quella stimata

	Cone	Contoured or Bell-Shaped	Plug	Expansion-Deflection
Shape				
Flow with underexpansion at altitude				
Flow with overexpansion, (Sea level)				
Mass flow distribution at exit				

Figura 16.7: Principali tipologie di ugelli e loro caratteristiche di efflusso (da [15]).

dall'analisi quasi-monodimensionale. Per verificare quanto possono essere importanti queste perdite, si può notare che per un ugello conico, abbastanza lungo, è rappresentativa del flusso nella sezione di uscita una schematizzazione secondo cui il gas viene espulso con velocità a avente modulo costante, ma diretta lungo il raggio di una sfera centrata nel vertice del cono, vedi Fig. 16.8. Sia $OA=OB=l$ e

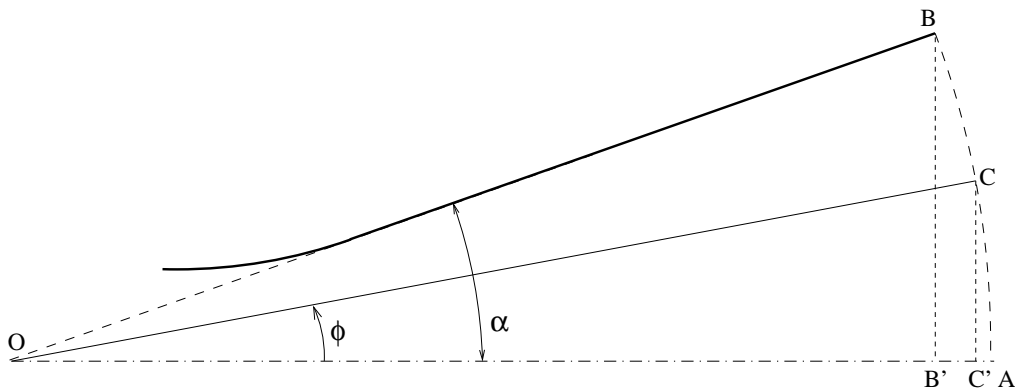


Figura 16.8: Definizioni geometriche per il calcolo delle perdite di divergenza di un ugello conico.

$CC'=r = l \sin \phi$. La superficie della calotta sferica lungo cui si ha $u_e = \text{cost}$ ha area:

$$A'_e = \int_0^\alpha 2\pi r l d\phi = 2\pi l^2 \int_0^\alpha \sin \phi d\phi = 2\pi l^2 (1 - \cos \alpha) \tag{16.26}$$

La sezione trasversale considerata nel caso quasi-monodimensionale ha invece area $A_e = \pi l^2 / \sin^2 \alpha$ e quindi:

$$A'_e = A_e \frac{2(1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha} = A_e \frac{2}{1 + \cos \alpha} \quad (16.27)$$

Nelle ipotesi fatte la portata è data da

$$\dot{m} = \rho_e u_e A'_e \quad (16.28)$$

Si nota che in prima approssimazione si può infatti considerare $u'_e = u_e$, e così pure per le altre variabili, vista la piccola differenza tra A_e e A'_e . La spinta quindi risulta

$$F = \int_{A'_e} \rho_e (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i}) dA + \int_{A'_e} (p_e - p_a)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}) dA \quad (16.29)$$

e sostituendo ai dA le espressioni ricavate da Fig. 16.8

$$F = \int_0^\alpha \rho_e (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})(\mathbf{u} \cdot \mathbf{i})(2\pi l^2 \sin \phi) d\phi + (p_e - p_a) \int_{A'_e} \cos \phi (2\pi l^2 \sin \phi) d\phi \quad (16.30)$$

da cui

$$F = \int_0^\alpha 2\pi \rho_e u_e^2 l^2 \sin \phi \cos \phi d\phi + \pi l^2 \sin^2 \alpha (p_e - p_a) \quad (16.31)$$

Si osserva che $\pi l^2 \sin^2 \alpha = A_e$, per cui

$$F = \int_0^\alpha 2\pi \rho_e u_e^2 l^2 \sin \phi \cos \phi d\phi + \pi l^2 \sin^2 \alpha (p_e - p_a) \quad (16.32)$$

Essendo poi $\dot{m} = \rho_e u_e A'_e$ si ottiene:

$$F = \rho_e u_e^2 A_e + (p_e - p_a) A_e = \dot{m} u_e \frac{A_e}{A'_e} + (p_e - p_a) A_e \quad (16.33)$$

e quindi

$$F = \lambda \dot{m} u_e + (p_e - p_a) A_e, \quad \text{dove} \quad \lambda = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (16.34)$$

La conclusione è che la spinta impulsiva è ridotta per effetto della divergenza, che introduce un fattore λ , evidentemente minore di uno. Il calcolo dettagliato (senza cioè ricorrere all'ipotesi semplificativa di flusso conico) della spinta di ugelli conici, mostra che effettivamente λ è un buon indicatore delle perdite di divergenza, tanto migliore quanto più sono verificate le ipotesi di flusso conico, cosa che avviene quanto più si è lontani dal vertice del cono, vedi Fig. 16.9.

Per limitare le perdite per divergenza gli ugelli con divergente tronco-conico presentano generalmente angoli di semi-apertura limitati tra i 12° e i 18° . Per angoli inferiori gli ugelli risultano troppo lunghi (quindi pesanti ed affetti da attrito), per angoli superiori le perdite di divergenza iniziano ad essere troppo elevate.

Ugelli a campana o contornati

Con tali ugelli si vogliono ridurre le perdite di divergenza, tipiche degli ugelli tronco-conici, pur mantenendo una lunghezza (e quindi un peso) dell'ugello limitato. Tali ugelli, vedi Fig. 16.7 e Fig. 16.10, presentano elevati angoli di semiapertura ($30 \div 60^\circ$) nella zona immediatamente a valle della sezione di

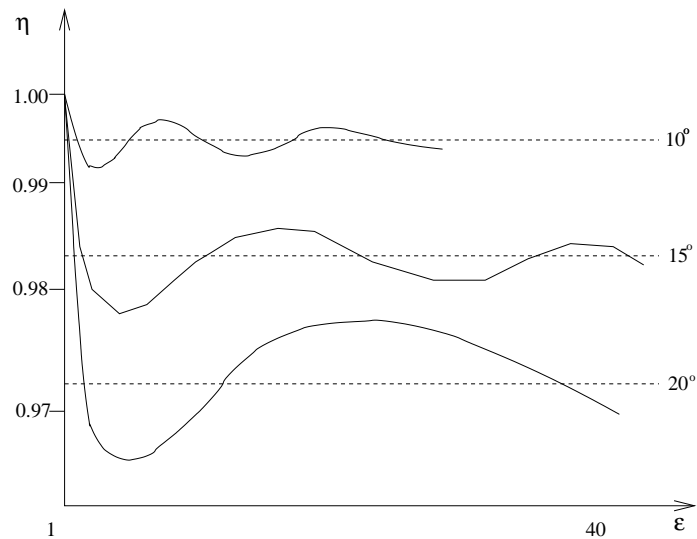


Figura 16.9: Rapporto η tra la spinta di un ugello conico e quella calcolata con l'approssimazione quasi-monodimensionale, al variare del rapporto d'area ϵ . Si nota che per ϵ elevati η tende al valore λ dato dalla (16.34), e indicato dalle linee tratteggiate.

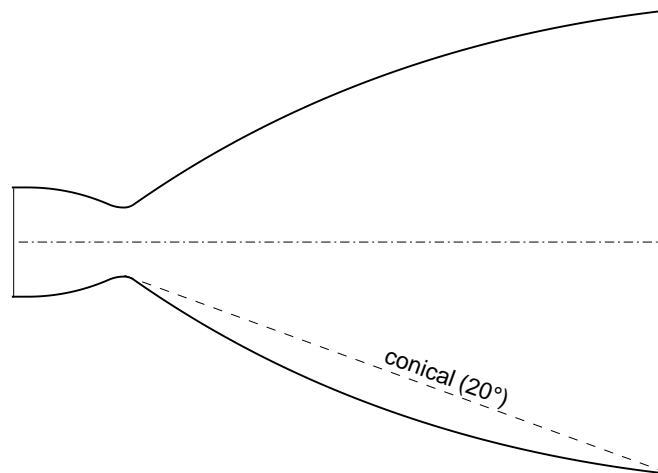


Figura 16.10: Ugello contornato (o a campana).

gola, seguiti da un profilo che gradualmente diminuisce l'angolo di divergenza fino a giungere a valori molto bassi ($2 \div 8^\circ$) nella sezione di efflusso dell'ugello. La progettazione di una geometria di questo tipo può essere effettuata grazie a modelli bidimensionali, che consentono di disegnare la parte concava, in cui si riduce l'angolo di divergenza, in modo da compensare le onde di espansione che vi giungono, senza generare onde di compressione che potrebbero dar luogo ad urti. In generale si riescono ad ottenere, rispetto all'ugello conico, minori perdite di spinta per divergenza a parità di lunghezza e di rapporto d'area. In particolare, il confronto con un ugello conico con angolo di semiapertura di 15° , riportato in Fig. 16.11, mostra che gli ugelli contornati sono più corti di quelli conici a parità di rapporto d'area, ed hanno il vantaggio di presentare perdite di divergenza inferiori. Va rilevato che nel caso di endoreattori a propellente solido si preferiscono comunque ugelli tronco-conici perché la presenza di particelle solide all'interno del fluido propulsivo (flusso bifase) provoca il danneggiamento delle superfici nel caso in cui esse siano concave (come nel caso del profilo "a campana").

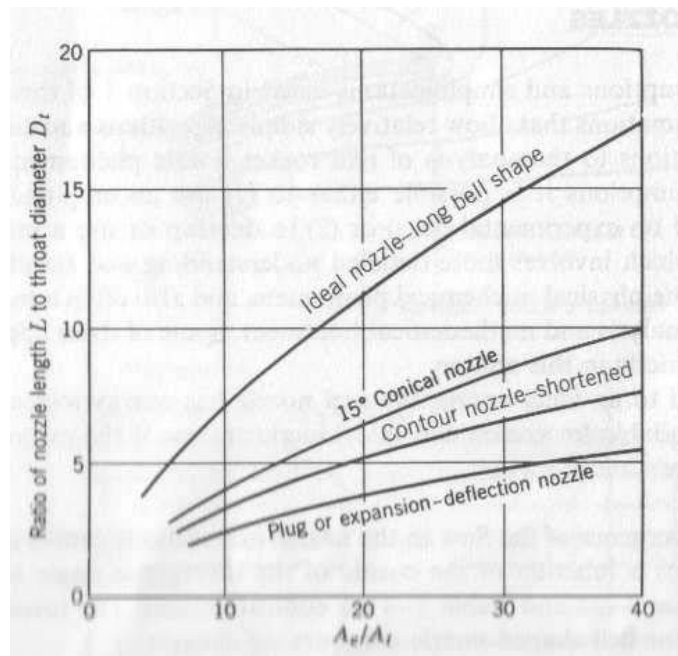


Figura 16.11: Confronto della lunghezza di vari tipi di ugelli a parità di rapporto d'area (da [15]).

Ugelli non convenzionali

Lo sviluppo degli ugelli convenzionalmente utilizzati, e cioè degli ugelli conici ed a campana, ha portato a raggiungere prestazioni per questi ugelli molto elevate e prossime ai limiti di queste configurazioni. Per migliorare ulteriormente le prestazioni si rende quindi necessario lo studio di possibili configurazioni non convenzionali. La motivazione alla base della ricerca di migliori prestazioni è la richiesta di una riduzione del costo di immissione del carico utile in orbita, e questo sia per sistemi di lancio tradizionali (a perdere) sia per sistemi di lancio totalmente riutilizzabili, siano questi ultimi monostadio o bistadio.

Il limite principale degli ugelli convenzionali è che essi sono caratterizzati da un'unica quota di adattamento; a questo limite ne vanno però aggiunti altri. Ad esempio, almeno un parziale adattamento alla quota potrebbe essere ottenuto in regime sovraespanso, quando la sovraespansione è tale da provocare la separazione del flusso. Tuttavia, l'instabilità del flusso separato fa sì che oggi non si considera accettabile il funzionamento in tale regime (almeno in condizioni stazionarie). Bisogna poi considerare, per operazione nel vuoto, che per ugelli convenzionali sono richieste grandi dimensioni per assicurare gli elevati rapporti d'espansione richiesti per ottenere elevati valori della velocità efficace d'uscita. Un parziale superamento di tali limiti è oggi allo studio con lo sviluppo di ugelli convenzionali con sistemi per il controllo della separazione, e con sistemi a geometria variabile (per esempio sistemi a coni allungabili o *extendible cones*).

Configurazioni non convenzionali permettono invece di aggirare alcuni limiti degli ugelli convenzionali. Ad esempio, gli ugelli ad espansione esterna come gli ugelli a spina (*plug nozzles* o *aerospikes*), od ugelli a espansione-deflessione, vedi Fig. 16.7 permettono un adattamento alla quota di lavoro (al di sotto di quella di progetto) grazie all'interazione con l'aria esterna. Le principali configurazioni studiate sono:

A.) Ugelli che si adattano alla quota di lavoro:

- Ugelli a spina
- Ugelli a espansione–deflessione

Per essi, l'interazione con l'aria esterna cambia il rapporto di espansione 'efficace' dell'ugello.

B.) Ugelli con diverse modalità di funzionamento:

- Ugelli a doppia campana
- Ugelli a doppio funzionamento

consentono il funzionamento adattato a due diverse quote mediante opportune combinazioni di geometrie e propellenti.

16.4 Ugelli reali

Nei paragrafi precedenti sono stati esaminati alcuni aspetti, trascurati nelle ipotesi di ugello ideale. Essi possono avere un ruolo importante nella progettazione, insieme ad altri più sotto citati:

- Divergenza del flusso nella sezione di uscita;
- Rapporto di contrazione del convergente e possibili perdite di pressione totale;
- Strato limite (perdite per attrito $\sim 0.5-1.5\%$);
- Presenza di particelle solide e goccioline (flusso bifase, perdite fino al 5%);
- Instabilità di combustione;
- Reazioni chimiche;
- Transitori;
- Raffreddamento.

Domande di verifica

16.1 Cosa si intende per velocità limite di efflusso di un ugello?

16.2 Da cosa dipende la velocità limite?

16.3 Qual'è la relazione tra velocità di efflusso e velocità limite?

16.4 Perché negli endoreattori si considerano sempre ugelli convergenti–divergenti?

16.5 Qual'è la relazione tra portata e pressione in camera di combustione?

16.6 Scrivere l'espressione della portata in un ugello supersonico ideale (cio'è isentropico e saturato) in funzione delle caratteristiche del fluido propulsivo e delle grandezze in camera di combustione.

16.7 Qual'è la definizione di coefficiente di spinta?

- 16.8** Qual'è la definizione di velocità caratteristica?
- 16.9** Scrivere l'espressione della velocità efficace d'uscita in termini di velocità caratteristica e coefficiente di spinta.
- 16.10** Da quali grandezze dipende il coefficiente di spinta?
- 16.11** Qual'è l'effetto di un aumento della temperatura in camera di combustione sulla velocità efficace d'uscita? Quale quello di un aumento della pressione in camera di combustione? E quello di un aumento del peso molecolare medio della miscela?
- 16.12** Qual'è l'effetto di un aumento della temperatura in camera di combustione sulla spinta? Quale quello di un aumento della pressione in camera di combustione? E quello di un aumento del peso molecolare medio della miscela?
- 16.13** Qual'è il limite degli ugelli conici? Quando si possono rivelare vantaggiosi?
- 16.14** Qual'è il rapporto di espansione che massimizza il coefficiente di spinta di un endoreattore operante nell'atmosfera?
- 16.15** In base a quali considerazioni viene scelto il rapporto di espansione dell'ugello di un endoreattore operante nel vuoto?
- 16.16** Perché per gli endoreattori termici a fissione nucleare (come pure in quelli solari termici ed elettrotermici) è stato considerato l'idrogeno come fluido propulsivo?
- 16.17** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dalla pressione in camera di combustione?
- 16.18** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dalla pressione ambiente?
- 16.19** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dalla temperatura in camera di combustione?
- 16.20** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dal peso molecolare medio del fluido propulsivo?
- 16.21** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dal rapporto dei calori specifici γ ?
- 16.22** Quali dei parametri di prestazione (F , u_{eq} , C_F , c^*) dipendono dal rapporto d'area A_e/A_t ?

Esercizi svolti

- 16.1** Un endoreattore con un ugello convergente con sezione minima di 10 cm di diametro produce una spinta pari a 13 kN quando viene provato a livello del mare. Calcolare la pressione in camera di combustione, supponendo che essa sia superiore a 200 kPa. Si consideri $\gamma = 1.3$. Quanto vale la spinta impulsiva? E quella di pressione?

SOLUZIONE

$$F = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e$$

$$p_c/p^* = (1 + \delta)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.83$$

$$p^* > p_a \Rightarrow \text{ugello saturato } A_e = A_t, p_e = p^*, u_e = a^*$$

$$F = [\rho^*(a^*)^2 + p^* - p_a]A_t \quad \text{ma} \quad a^2 = \gamma p/\rho$$

$$F/A_t = (\gamma + 1)p^* - p_a \Rightarrow p^* = 764 \text{ kPa}; \quad p_c = 1400 \text{ kPa}$$

$$\text{Spinta impulsiva } F_{imp} = \dot{m}_p u_e = \gamma p^* A_t = 7800 \text{ N}$$

$$\text{Spinta di pressione } F_{pres} = (p_e - p_a)A_e = (p^* - p_a)A_t = 5200 \text{ N}$$

- 16.2** Un endoreattore ad idrogeno ed ossigeno liquidi consuma 40 kg di H₂ ogni secondo. Il rapporto di miscela tra ossidante e combustibile è di 5 kg di O₂ per ogni kg di H₂. La temperatura totale dei gas prodotti dalla combustione è di 3000 K e la pressione totale nell'ugello (adiabatico e isentropico) è di 10 MPa. Assumendo per la miscela dei prodotti della combustione $\gamma = 1.2$ e $R = 690 \text{ J/kg/K}$ si calcoli (a) la spinta fornita dall'endoreattore a livello del mare ($p_a = 100 \text{ kPa}$) nel caso di ugello convergente; (b) la spinta nel caso di ugello adattato; (c) assumendo $Q_p = 12.5 \text{ MJ/kg}$ calcolare P_{av} , P_j , P_p , P_d nel caso di $V = 0$ e di $V = 1000 \text{ m/s}$.

SOLUZIONE

(a) Poiché $p_0/p_a = 100$ l'ugello è saturato quindi $F = \dot{m}_p a^* + (p^* - p_a)A_t$.

Dai dati si ha che $\dot{m}_p = \dot{m}_{H_2} + \dot{m}_{O_2} = 6 \cdot (\dot{m}_{H_2}) = 240 \text{ kg/s}$.

Inoltre: $p^* = 5.645 \text{ MPa}$; $T^* = 2727 \text{ K}$; $\rho^* = 3 \text{ kg/m}^3$; e $a^* = 1503 \text{ m/s}$.

Quindi $A_t = \dot{m}_p / (\rho^* a^*) = 0.0532 \text{ m}^2$.

La spinta è: $F = (360.7 + 295.2) \text{ kN} = 655.9 \text{ kN}$ con $u_{eq} = 2733 \text{ m/s}$

- (b) La spinta è $F = \dot{m}_p u_e$ dove \dot{m}_p è quella già calcolata essendo l'ugello saturato. Si calcola il numero di Mach nella sezione di uscita, sapendo che deve essere $p_e = p_a$:

$$p_0/p_e = 100 = (1 + \delta M_e^2)^{\gamma/(\gamma-1)} \Rightarrow M_e = 3.398.$$

Di qui: $T_e = 1392 \text{ K}$; $a_e = 1074 \text{ m/s}$; $u_e = 3648 \text{ m/s}$ e $F = 875.5 \text{ kN}$

(+33.5%rispetto ad (a)).

- (c)

– $P_{av} = 3.0 \text{ GW}$ (3.12 GW se $V = 1000 \text{ m/s}$)

– $P_d = 1.6 \text{ GW}$ (0.84 GW se $V = 1000 \text{ m/s}$)

– $P_p = 0.0 \text{ GW}$ (0.87 GW se $V = 1000 \text{ m/s}$)

– $P_j = 1.6 \text{ GW}$ (1.71 GW se $V = 1000 \text{ m/s}$)

- 16.3** Determinare l'area della sezione di gola, l'area della sezione di efflusso, il coefficiente di spinta e la velocità caratteristica dell'ugello di un endoreattore che nel funzionamento adattato al livello del mare fornisce spinta pari a 500 kN e impulso specifico pari a 300 s. Il propellente ha peso molecolare pari a $\mathcal{M} = 15 \text{ kmol/kg}$ e $\gamma = 1.4$, e la temperatura di combustione è $T_c = 3300 \text{ K}$.

SOLUZIONE

Essendo noti spinta e impulso specifico si può calcolare da questi la portata di propellente:

$$\dot{m} = F/(g_0 I_{sp}) = 169.9 \text{ kg/s}.$$

Ricordando l'espressione della portata ($\dot{m} = \Gamma p_c A_t / \sqrt{RT_c}$) si osserva che per calcolare A_t l'unico

dato mancante è p_c , essendo γ un dato del problema,

$$\Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = 0.684; \text{ e}$$

$$R = \mathcal{R}/\mathcal{M} = 8314/15 = 554.3 \text{ J/K/kg}$$

$$\text{Per calcolare } p_c \text{ si ricorda che } u_e = u_{lim} \sqrt{1 - (p_e/p_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\text{e quindi } u_{lim} = \sqrt{2\gamma RT_c/(\gamma - 1)} = 3578 \text{ m/s,}$$

$$u_e = g_0 I_{sp} = 2943 \text{ m/s e } p_c/p_e = 51.96$$

$$\text{Essendo } p_e = p_a = 100 \text{ kPa si ottiene } p_c = 5.196 \text{ MPa e } A_t = 0.0646 \text{ m}^2$$

Per calcolare A_e bisogna conoscere M_e , che si può ottenere dal rapporto

$$p_c/p_e = (1 + \delta M_e^2)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\text{Si ha quindi } M_e = 3.234 \text{ e, dalla legge delle aree, } A_e = 0.3416 \text{ m}^2$$

Il coefficiente di spinta si ottiene facilmente come:

$$C_F = F/(p_c A_t) = 1.49$$

e la velocità caratteristica:

$$c^* = \sqrt{RT_c}/\Gamma = 1975 \text{ m/s}$$

- 16.4** Calcolare la spinta fornita dall'endoreattore dell'esercizio precedente quando la pressione atmosferica è scesa a $p_a = 0.03 \text{ MPa}$ e confrontarla con quella ottenuta con un ugello identico in tutto tranne che per la sezione di efflusso, progettata perché sia adattato $p_a = 0.03 \text{ MPa}$. Come variano rispetto all'esercizio precedente la velocità caratteristica ed il coefficiente di spinta?

SOLUZIONE

A causa delle diverse condizioni dell'ambiente bisognerà considerare anche la spinta di pressione, dove $p_e = 0.1 \text{ MPa}$ (vedi esercizio precedente):

$$F_1 = \dot{m}u_e + (p_e - p_a)A_e = F_0 + (p_e - p_a)A_e = 523.9 \text{ kN}$$

essendo $F_0 = \dot{m}u_e = 500 \text{ kN}$ la spinta ottenuta nell'esercizio precedente. Per calcolare la spinta dell'ugello modificato, si osserva che la pressione in camera, le caratteristiche del fluido propulsivo, la temperatura in camera di combustione e l'area di gola sono le stesse dell'esercizio precedente. Cambia invece l'area della sezione di efflusso, per permettere la maggiore espansione del getto. Essendo noto il rapporto p_c/p_e si può calcolare M_e e quindi A_e :

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{\delta} \left[\left(\frac{p_c}{p_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 4.1$$

$$A_e/A_t = (1/M_e)[(1 + \delta M_e^2)/(1 + \delta)]^{0.5(\gamma+1)/(\gamma-1)} = 11.71$$

Dal valore di p_c/p_e si può risalire al valore di u_e :

$$u_e = u_{lim} \sqrt{1 - (p_e/p_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = 3141 \text{ m/s}$$

$$F_2 = \dot{m}u_e = 169.9 \cdot 3141 = 533600 \text{ N} = 533.6 \text{ kN}$$

Il valore di c^* resta invariato in entrambi i casi rispetto all'esercizio precedente, dipendendo da γ , T_c e R , mentre C_F e I_{sp} variano, rispettivamente:

$$C_{F,1} = 1.56; \quad e \quad C_{F,2} = 1.59$$

$$I_{sp,1} = 314 \text{ s}; \quad e \quad I_{sp,2} = 320 \text{ s}$$

Esercizi proposti

16.3 Calcolare spinta, velocità di efflusso efficace, pressione in camera di combustione e impulso specifico di un endoreattore avente velocità caratteristica $c^* = 1220 \text{ m/s}$, coefficiente di spinta $C_F = 1.5$, portata di propellente $\dot{m}_p = 73 \text{ kg/s}$ ed area di gola $A_t = 0.0248 \text{ m}^2$.

RISULTATI

$$F = 133.6 \text{ kN}; u_{eq} = 1830 \text{ m/s}; p_c = 3.59 \text{ MPa}; I_{sp} = 186.6 \text{ s}.$$

16.4 Calcolare la velocità caratteristica di un endoreattore avente le seguenti proprietà:

- Spinta nel vuoto $F_{vac} = 761.2 \text{ kN}$;
- Spinta a livello del mare $F_{sl} = 679.6 \text{ kN}$ (si assuma $p_a = 100 \text{ kPa}$ a livello del mare);
- Pressione in camera di combustione $p_c = 5.85 \text{ MPa}$;
- Impulso specifico nel vuoto $I_{sp,vac} = 279 \text{ s}$;
- Rapporto di espansione $\epsilon = 10.48$.

Si calcoli inoltre il coefficiente di spinta a livello del mare e nel vuoto. Sapendo che $\gamma = 1.24$ e che il peso molecolare medio dei prodotti di combustione è $\mathcal{M} = 21 \text{ kg/kmol}$, si calcoli la temperatura di combustione.

RISULTATI

$$c^* = 1638 \text{ m/s}; C_{F,vac} = 1.67; C_{F,sl} = 1.49; T_c = 2918 \text{ K}.$$

16.5 Si consideri un endoreattore termico il cui fluido propulsivo sia caratterizzato da $\gamma = 1.4$, $\mathcal{M} = 2 \text{ kg/kmol}$ (idrogeno molecolare) e $T_c = 2200 \text{ K}$. Calcolare impulso specifico e velocità caratteristica sapendo che il rapporto di espansione dell'ugello è $\epsilon = A_e/A_t = 40$ e che il propulsore opera nel vuoto. Qual'è il risparmio di propellente che si ottiene utilizzando un ugello con $\epsilon = 200$ anziché $\epsilon = 40$, per una manovra con $\Delta V = 4000 \text{ m/s}$? Si assuma che il carico utile sia $m_u = 1000 \text{ kg}$ e che la massa del motore sia pari a $m_{s,e1} = 100 \text{ kg}$ nel primo caso e $m_{s,e2} = 120 \text{ kg}$ nel secondo, e che la restante massa strutturale sia proporzionale alla massa di propellente con $\epsilon_{s,p} = m_{s,p}/(m_p + m_{s,p}) = 0.1$, avendo definito la massa strutturale come $m_s = m_{s,p} + m_{s,e}$.
Suggerimento: Per effettuare i calcoli delle masse conviene considerare la massa del motore insieme a quella del carico utile, essendo anch'essa nota ed indipendente dalla massa di propellente.

RISULTATI:

$$c^* = 4417 \text{ m/s}$$

Per $\epsilon = 40$: $C_F = 1.721$, $I_{sp} = 775$ s, $m_p = 826$ kg, $m_i = 2018$ kg

Per $\epsilon = 200$: $C_F = 1.765$, $I_{sp} = 795$ s, $m_p = 811$ kg, $m_i = 2022$ kg

Bisogna notare che il risparmio di propellente è abbastanza piccolo (2%) anche considerando che non c'è stata una diminuzione della massa iniziale, cosa che avrebbe ridotto la massa di propellente necessaria al lancio in orbita del satellite.

- 16.6** Si consideri il propulsore principale del lanciatore europeo Ariane 5. Esso è caratterizzato da: $p_c = 10$ MPa, $T_c = 3500$ K, $p_e = 20$ kPa, $\gamma = 1.2$ e impulso specifico nel vuoto $I_{sp,vac} = 433$ s. Calcolare il rapporto tra area di efflusso e area di gola ϵ , il coefficiente di spinta nel vuoto C_F , la velocità caratteristica c^* e il peso molecolare medio della miscela \mathcal{M} .

RISULTATI

$\epsilon = 41.4$; $C_F = 1.887$; $c^* = 2250$ m/s; $\mathcal{M} = 13.7$ kg/kmol

- 16.7** Si consideri il propulsore dell'esercizio precedente. Sapendo che esso fornisce una spinta nel vuoto pari a $F_{vac} = 1120$ kN, si calcoli la spinta a livello del mare. Si confrontino inoltre i valori della spinta a livello del mare e nel vuoto con quelli ottenuti sostituendo il divergente dell'ugello con un divergente che rende l'ugello adattato a livello del mare. Confrontare anche i valori di impulso specifico nel vuoto.

RISULTATI

Ugello con $p_e = 20$ kPa: $F_{sl} = 871$ kN; $F_{vac} = 1120$ kN; $I_{sp,vac} = 433$ s.

Ugello con $p_e = 100$ kPa: $F_{sl} = 975$ kN; $F_{vac} = 1046$ kN; $I_{sp,vac} = 404$ s.

Capitolo 17

Endoreattori a propellente solido

17.1 Introduzione

Caratteristica principale degli endoreattori a propellente solido è la loro semplicità costruttiva. Essi infatti non richiedono un sistema di alimentazione in quanto il propellente è già stivato nella camera di combustione, di conseguenza il numero e la complessità dei componenti mobili che costituiscono il motore sono estremamente limitati. Questa caratteristica si traduce in economicità della produzione ed estrema affidabilità dei motori. Tra le peculiarità degli endoreattori a propellente solido va ricordata anche la limitata manutenzione necessaria, e la conseguente possibilità di progettare missili in cui il propellente contenuto nella camera di combustione può restarvi immagazzinato per lunghi periodi (da 5 a 20 anni), rimanendo sempre pronto all'uso immediato. Questa è una proprietà che li rende particolarmente interessanti per applicazioni militari. Uno svantaggio è invece rappresentato dal fatto che essi non sono riaccendibili.

I principali componenti di questo tipo di motori sono, vedi Fig. 17.1:

- la *camera di combustione*, in genere cilindrica o sferica, contenente il propellente solido;
- uno o più *grani di propellente solido* (blocchi sagomati di propellente) nei quali è presente sia il combustibile che l'ossidante (ed altre sostanze accessorie);
- un *ignitore*, dispositivo necessario all'accensione, costituito da una carica esplosiva, azionata elettricamente o per percussione;
- un *ugello propulsivo*.

e verranno studiati in dettaglio nel seguito. Si noti che in Fig. 17.1 l'ugello è parzialmente rientrato in camera (*sommergenza*).

Lo sviluppo della tecnologia ha portato nel corso degli anni alla realizzazione di motori a propellente solido di diversi tipi e dimensioni, con spinte che vanno da 2 N a 11 MN, e che hanno trovato applicazione principalmente come:

- Boosters di grandi dimensioni. Le tipiche applicazioni includono lanciatori e stadi inferiori di missili balistici a lungo raggio.
- Stadi superiori. Possono essere utilizzati come stadi superiori di missili balistici multistadio, lanciatori, e per alcuni tipi di veicoli spaziali in manovre di rilevante entità.

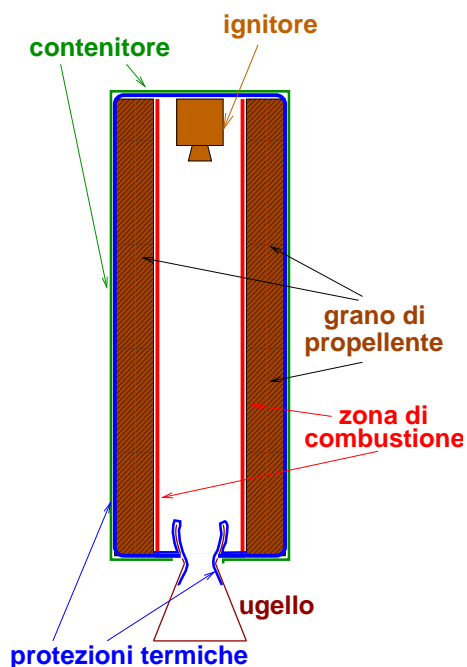


Figura 17.1: Principali componenti di un endoreattore a propellente solido.

- **Missili tattici.** Si distinguono due classi di applicazioni, a seconda del livello tipico di accelerazione. Missili antimissile, anticarro, ed eventualmente per bombardamenti a corto raggio, richiedono accelerazioni particolarmente elevate. Livelli di accelerazione meno spinti sono invece richiesti a missili aria-terra, terra-aria, terra-terra di breve raggio, ed aria-aria.
- **Generatori di gas.** I propellenti solidi sono comunemente impiegati per l'avviamento di gruppi turbopompe negli endoreattori a propellente liquido, vedi cap. 18.

17.2 Velocità di regressione del grano (o di combustione)

17.2.1 Introduzione

Per analizzare alcune proprietà della combustione negli endoreattori a propellente solido si considera lo schema di Fig. 17.2. Il propulsore è costituito da una cassa (o telaio), rivestito da un isolante e riempito del grano di propellente, che può essere sagomato in diversi modi. Una volta acceso, il grano brucia sulla sua superficie scoperta, e bruciando si consuma producendo il gas propulsivo ad alta temperatura che viene poi accelerato nell'ugello. La combustione del grano (che ha tutti gli ingredienti, combustibile ed ossidante, per bruciare) avviene con una regressione della superficie in direzione normale a sé e stessa. La velocità di regressione, e cioè lo spostamento della superficie del grano nell'unità di tempo, è detta anche velocità di combustione (*burning rate*) e solitamente indicata con r ed espressa in cm/s o mm/s. Lo studio e il progetto di endoreattori a propellente solido è strettamente correlato con la conoscenza della r e del suo comportamento per il propellente considerato. La velocità di combustione è innanzitutto una caratteristica del propellente considerato, e quindi si può dire che dipende in primo luogo dalla composizione del propellente stesso. In generale tuttavia essa dipende da un gran numero di fattori, i principali dei quali sono:

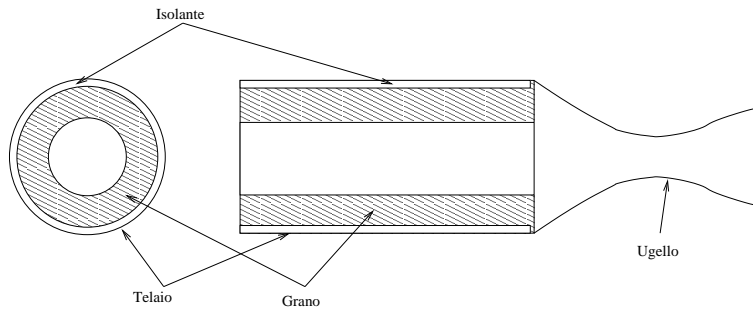


Figura 17.2: Schematizzazione di un endoreattore a propellente solido.

1. Composizione del propellente;
2. Pressione in camera di combustione;
3. Temperatura iniziale del propellente;
4. Velocità dei gas (in direzione parallela alla superficie di combustione);
5. Stato di moto del veicolo;
6. Effetti non stazionari;
7. Anisotropie del grano.

Il comportamento di r e del processo di combustione viene descritto mediante appropriati modelli analitici. Essi risultano utili per progetti preliminari, e per estrapolare risultati sperimentali. I valori della velocità di combustione sono ottenuti da opportune prove sperimentali che vengono svolte essenzialmente in tre modi: attraverso apparati sperimentali detti *strand burners* (bruciatori a barra) o *Crawford burners*; attraverso piccoli motori detti *motori per valutazione balistica*; oppure attraverso l'acquisizione di dati da motori in scala reale attraverso opportuna strumentazione.

Descrizione del bruciatore a barra (o bomba di Crawford o *strand burner*)

La bomba di Crawford è costituita da un piccolo contenitore pressurizzato, al cui interno è una barra cilindrica di propellente isolata ai lati e scoperta ad un'estremità. La barra di propellente viene accesa ad un'estremità e brucia fino a che il fronte di combustione raggiunge l'altra estremità. L'effetto della pressione in camera di combustione può essere simulato pressurizzando il contenitore con un gas inerte. La velocità di combustione è misurata attraverso la fusione di fili elettrici inseriti nel propellente ad una distanza assegnata. La velocità di combustione misurata nei bruciatori a barra risulta di solito lievemente più bassa di quella ottenuta nei motori reali (dal 5 al 12%) poiché tale bruciatore non simula completamente l'ambiente di combustione. Anche i piccoli motori di valutazione balistica danno velocità di combustione più bassa di quella che si ha effettivamente nei motori, a causa dell'effetto di scala.

17.2.2 Influenza del propellente

Si è visto che innanzitutto r dipende dal tipo di propellente considerato, con valori che spaziano tipicamente da meno di 1 mm/s fino a valori dell'ordine di 100 mm/s. I valori più alti (si desidererebbe

in alcuni casi anche arrivare a 250 mm/s per avere altissime accelerazioni, ma questo obiettivo finora non è stato ancora conseguito) sono ottenuti modificando opportunamente le caratteristiche del propellente attraverso l'aggiunta di additivi quali fili metallici e catalizzatori, come si vedrà nella trattazione specifica dei propellenti.

17.2.3 Influenza della pressione in camera di combustione

Come è stato detto, oltre alla composizione del propellente, la principale grandezza da cui dipende la velocità di combustione è la pressione in camera di combustione. Si è visto sperimentalmente che per molti propellenti sussiste una dipendenza, cioè la velocità di combustione cresce al crescere della pressione in camera di combustione. I risultati ottenuti con bruciatori a barra si dispongono, per la maggior parte dei propellenti, siano essi doppia-base o compositi (vedi § 17.5), lungo rette nel piano logaritmico $\ln r - \ln p_c$, come illustrato in Fig. 17.3. Ciò accade per intervalli abbastanza ampi (anche se

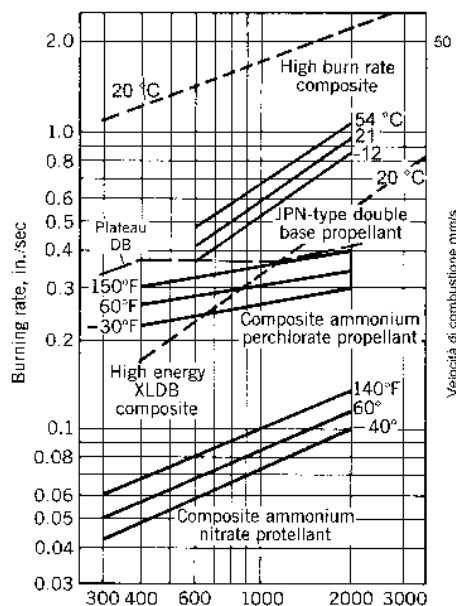


Figura 17.3: Velocità di combustione in funzione della pressione di combustione per diversi propellenti solidi (adattato da [15]).

limitati) di p_c . La relazione empirica più comunemente utilizzata nel campo della balistica interna di endoreattori a propellente solido è dunque del tipo (legge di Saint-Robert):

$$r = a p_c^n \quad (17.1)$$

dove a e n sono coefficienti di proporzionalità ottenuti all'interpolazione dei dati sperimentali, che dipendono dalla composizione del propellente, mentre si può ritenere che siano indipendenti da p_c in ampi intervalli di variazione della pressione di combustione. L'esponente n , coefficiente angolare della retta nel piano logaritmico, è anche detto indice di combustione, e in genere dipende poco da altri parametri quali la temperatura iniziale del propellente. Invece il coefficiente a è detto anche coefficiente di temperatura, proprio perché esso risulta dipendente dalla temperatura iniziale del propellente. In effetti nel piano logaritmico citato i dati sperimentali mostrano piuttosto una dipendenza lineare “a

tratti” invece che lineare *tout court*, e quindi per uno stesso propellente può essere necessario utilizzare valori diversi di a e n a seconda dell’intervallo di p_c considerato (vedi p. es. la linea tratteggiata relativa al *plateau DB* in Fig. 17.3). Va osservato che la relazione (17.1) è propria (anche perché è usualmente misurata con bruciatori a barra) dei motori a combustione di estremità (grano a sigaretta, o *end-burning*, vedi par. 17.4).

Si osserva che la velocità di combustione è molto sensibile al valore di n ; alti n danno una forte dipendenza di r da p_c . Questo implica che piccole variazioni di pressione nella camera di combustione provocano grandi variazioni nella quantità di gas generato dalla combustione. D’altro canto, per $n = 0$ si ha la cosiddetta combustione piatta con r indipendente da p_c , mentre per $n < 0$ si ha che la velocità di combustione diminuisce al crescere di p_c ; quest’ultimo caso è meno comune. La maggior parte dei propellenti oggi in uso hanno indice di combustione compreso tra 0.2 e 0.8; infatti per valori di $n > 1$ vedremo che non è possibile una combustione stabile, mentre per n molto bassi c’è il rischio di spegnimento del motore. Tuttavia quei pochi propellenti con $n < 0$ possono essere interessanti per la possibilità di riaccensione.

17.2.4 Influenza della temperatura

La temperatura T_p del propellente prima dell’accensione del grano ha un effetto sulla temperatura dei prodotti di combustione (ovviamente, all’aumentare di T_p aumenta l’entalpia dei reagenti, che in condizione di combustione adiabatica uguaglia l’entalpia dei prodotti; ne segue che la temperatura di quest’ultimi sarà più alta, vedi cap. 10). Una più alta temperatura dei prodotti implica un maggior scambio termico verso il grano¹, il quale esalta la pirolisi del grano stesso, ed in ultima analisi porta quindi ad una più elevata velocità di regressione r . Questo effetto provoca dunque una variazione delle prestazioni (rispetto a quelle che si hanno in corrispondenza ad una temperatura di riferimento), ed anche delle sollecitazioni sul motore che possono, se non considerate, mettere in pericolo la missione stessa. La T_p è ovviamente in genere (a meno che il missile sia protetto in un silos o tubo di lancio, come avviene per applicazioni militari) determinata dalla temperatura ambiente, con la quale il grano si trova in equilibrio (per missili agganciati sotto le ali di aerei supersonici bisogna ovviamente considerare la temperatura totale). Una T_p elevata porta quindi ad un rapido consumo del grano, ma ad un tempo di combustione t_b più breve, e viceversa per T_p basse. La temperatura iniziale modifica quindi il profilo temporale della spinta come indicato in Fig. 17.4, che mostra come l’andamento della spinta cambia al variare di T_p . Tuttavia il cosiddetto *impulso totale*, definito come l’integrale della spinta nel tempo

$$I = \int F dt \simeq m_n \overline{C_F} c^* \quad (17.2)$$

e corrispondente all’area sottesa dal profilo della spinta nel tempo in Fig. 17.4, resta all’incirca costante al variare di T_p . In realtà si ha più esattamente un lieve aumento di I , a causa dell’aumento del termine di pressione con r , come si vedrà dalla successiva (17.11), a parità di rapporto di aree dell’ugello, con conseguente aumento di $\overline{C_F}$. Questa variazione di p_c con T_p implica anche, dal punto di vista costruttivo, che la camera sia in grado di resistere ad eventuali sovrappressioni rispetto alla pressione di progetto, dovute alla possibilità di T_p più elevate di quelle nominali.

¹Si osservi che, mentre lo scambio termico per convezione è proporzionale alla differenza di temperatura tra gas e grano, e quindi è presumibilmente poco influenzato da un aumento parallelo delle temperature di gas e grano, lo scambio termico per radiazione, importante alle temperature di combustione anche se non prevalente, è invece proporzionale alla differenza delle *quarte potenze* delle temperature di gas e grano, e perciò aumenta fortemente all’aumentare di T_p .

Un altro aspetto importante da considerare è che la temperatura del propellente possa non essere uniforme. Questo può portare in motori di grandi dimensioni a differenze sulla velocità di combustione locale, fino a provocare il disallineamento della spinta.

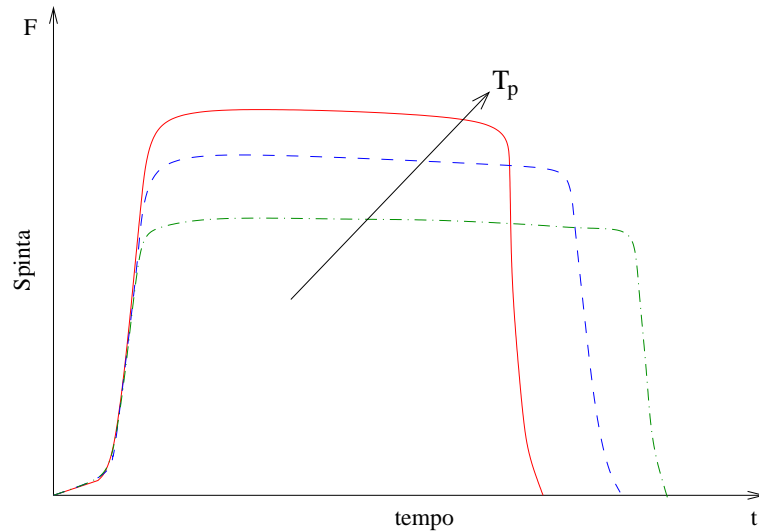


Figura 17.4: Andamento della spinta in funzione del tempo per diversi valori della temperatura iniziale del grano di propellente.

È dunque importante conoscere quanto la velocità di combustione è sensibile alle variazioni della temperatura iniziale del propellente (è ovviamente desiderabile che sia poco sensibile). La dipendenza della velocità di regressione del grano dalla sua temperatura iniziale T_p può essere quantificata introducendo due derivate di sensibilità:

$$\Pi_r = \left(\frac{\partial \ln r}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial T} \right)_p, \quad \text{e} \quad \Pi_K = \left(\frac{\partial \ln p_c}{\partial T} \right)_K = \frac{1}{p_c} \left(\frac{\partial p_c}{\partial T} \right)_K \quad (17.3)$$

La prima dà quindi la sensibilità relativa della velocità di combustione alla temperatura del propellente, mentre la seconda identifica la sensibilità relativa della pressione in camera di combustione alla temperatura in questione; quest'ultima sarà discussa dopo aver introdotto la pressione di equilibrio in camera di combustione, par. 17.3. Il valore di Π_r viene anch'esso determinato sperimentalmente da bruciatori a barra. Si vede facilmente dalla (17.1) che, essendo n indipendente dalla T_p

$$\Pi_r = \frac{1}{a} \left(\frac{\partial a}{\partial T} \right)_p \quad (17.4)$$

Generalmente si ha che la velocità di combustione cresce al crescere della temperatura iniziale del grano e quindi $\Pi_r > 0$. Empiricamente sono stati riscontrati principalmente due tipi di andamento per Π_r e cioè costante, oppure inversamente proporzionale alla differenza tra una temperatura di riferimento (detta temperatura di autoignizione T_a) e la temperatura del grano, ossia $\Pi_r \propto 1/(T_a - T_p)$. Si ottiene dunque per a nei due casi citati:

$$a = \begin{cases} a_0 e^{\Pi_r(T_p - T_0)} & \text{con } \Pi_r, a_0 \text{ e } T_0 \text{ costanti (dipendono da composizione propellente)} \\ \frac{a_1}{(T_a - T_p)} & \text{con } a_1 \text{ e } T_a \text{ costanti (dipendono da composizione propellente)} \end{cases} \quad (17.5)$$

Si può osservare che nel secondo caso per $T_p \rightarrow T_a$ si ha che $a \rightarrow \infty$, ciò che indica la combustione istantanea di tutto il propellente; per questo la T_a viene detta temperatura di autoignizione del propellente.

I valori tipici di Π_r sono compresi tra 0,001 e 0,009 per grado Kelvin (o in percentuale 0,1–0,9%/K). Quindi variazioni di 10 K possono provocare variazioni di r comprese tra l'1 e il 9%.

17.2.5 Influenza del flusso di gas sulla superficie del grano (Combustione erosiva)

Un altro fattore che influenza la velocità di combustione è l'effetto dovuto alla presenza di un flusso di gas che lambisce la superficie del grano. Infatti, il processo di combustione superficiale è un'interazione complicata che richiede trasmissione di calore dai prodotti di combustione al materiale solido per portarlo a vaporizzare ed eventualmente a decomporlo in diverse sostanze chimiche. Come per i processi più convenzionali di trasmissione del calore, una velocità elevata del flusso sulla superficie può aumentare sostanzialmente il flusso termico. Sebbene i fenomeni che si verificano nella combustione del propellente solido siano complicati dall'adduzione di massa dalla superficie solida, è stato osservato che la velocità di combustione aumenta al crescere della velocità u dei prodotti di combustione che lo lambiscono. Questo effetto è detto *combustione erosiva* (sebbene il ruolo del'accresciuto scambio termico sia senz'altro di gran lunga superiore a quello della reale erosione meccanica del materiale); esso è tipico di grani tubolari (cioè grani in cui la superficie di combustione è ovunque parallela –o quasi– all'asse del motore, vedi Fig. 17.9bcd) mentre è assente in grani a combustione di estremità (*end-burning*, vedi Fig. 17.9a). Diverse relazioni empiriche sono state proposte per tener conto di questo fenomeno:

$$r = r_0(1 + k_1 u) \quad (17.6)$$

$$r = r_0(1 + k_2 \rho u) \quad (17.7)$$

$$r = \begin{cases} r_0 & \text{se } u < u_0 \\ r_0[1 + k_3(u - u_0)] & \text{se } u > u_0 \end{cases} \quad (17.8)$$

Nell'ultima espressione u_0 è un valore di soglia al disotto del quale gli effetti di combustione erosiva risultano trascurabili. Nella seconda relazione empirica è considerata la portata per unità d'area ρu , anziché semplicemente la velocità u . L'aumento della velocità di combustione a causa della combustione erosiva può arrivare ad un fattore 3. I valori delle costanti k_1 , k_2 , k_3 e u_0 , ed in particolare la loro dipendenza da p_c e T_p , sono difficili da esprimere secondo semplici relazioni empiriche.

Si osservi che nella cavità di un grano tubolare la velocità dei gas combusti andrà progressivamente aumentando dalla testa del grano fino alla sua estremità di uscita per effetto dell'adduzione di massa, rendendo quindi l'effetto della combustione erosiva più importante in quest'ultima parte. Inoltre, la velocità del gas sarà maggiore nella fase iniziale della combustione, quando la sezione trasversale a disposizione per il passaggio dei gas, detta *area di porta* A_p , è più piccola, ed andrà poi progressivamente riducendosi nel tempo fino a divenire trascurabile nella fase finale della combustione, vedi Fig. 17.5. Questi effetti vanno considerati nella progettazione del grano introducendo opportune correzioni (rispetto alla soluzione di area di porta uniforme lungo l'ascissa del grano) dell'area della sezione trasversale di passaggio dei gas. In particolare, si è visto che la combustione erosiva è importante per $A_p/A_t < 4$, cui corrispondono quindi velocità dei gas nel grano relativamente elevate, vedi anche § 2.4.3.

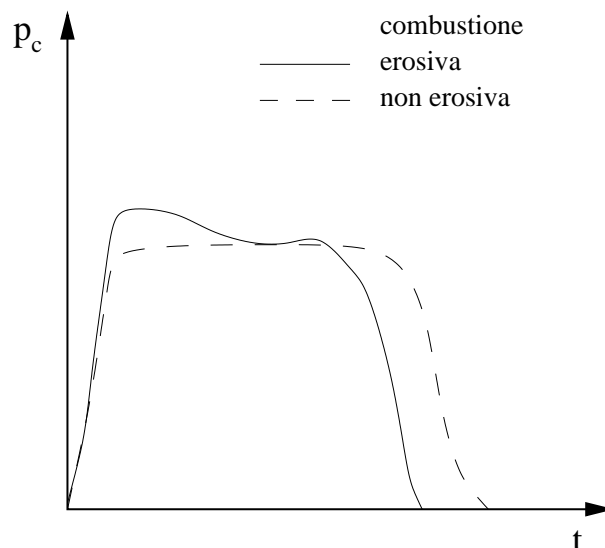


Figura 17.5: Effetto della combustione erosiva sull'andamento della pressione in camera di combustione in funzione del tempo.

17.2.6 Influenza delle accelerazioni del veicolo

Si può avere un incremento della velocità di combustione anche a causa dell'accelerazione subita dal veicolo, e quindi dal motore. Questo accade per valori molto elevati dell'accelerazione, ed è quindi il caso di accelerazione laterale o trasversale di razzi antimissile oppure di accelerazione dovuta alla rotazione del missile attorno al suo asse, nel caso sia adottata la stabilizzazione per *spin*. Tale effetto può divenire importante quando l'accelerazione è diretta in direzione normale alla superficie di combustione e in alcuni casi incrementi significativi appaiono a valori intorno a 5–10 g, fino a raddoppiare la velocità di combustione per valori superiori a 30 g.

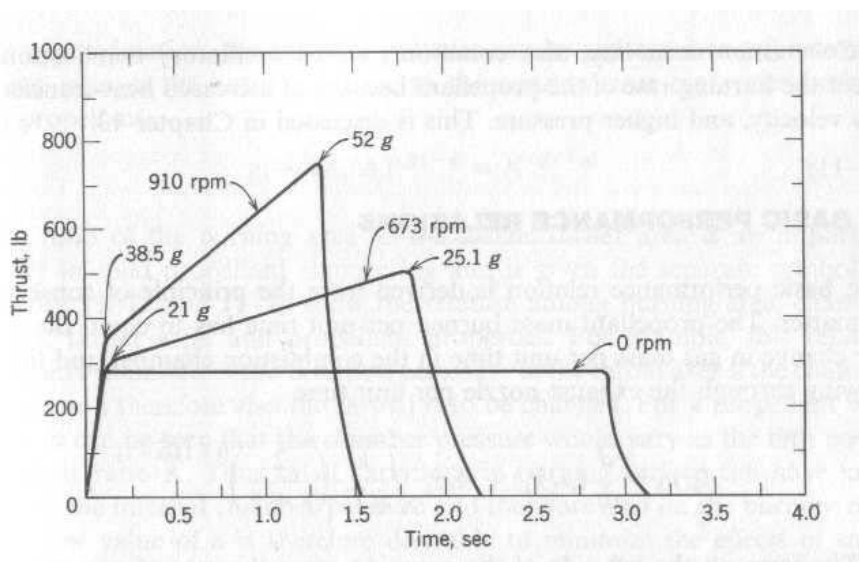


Figura 17.6: Andamento della spinta in funzione del tempo, per vari valori della velocità di rotazione del razzo attorno al suo asse (da [15]).

La ragione di questo incremento della velocità di combustione è nella formazione di microfessure sulla superficie del grano di propellente, a causa dell'elevata forza centrifuga cui questo è soggetto. Le fessure causano un aumento della superficie di combustione, che macroscopicamente risulta in un aumento di r . È evidente che al di sopra di un certo valore tale fenomeno può diventare estremamente pericoloso. Una quantificazione dell'accelerazione dovuta allo *spin* è riportata in Fig. 17.6. L'accelerazione cresce col consumarsi del propellente, poiché aumenta la distanza dall'asse della superficie del grano. Si nota che un'accelerazione che risulta in effetti importanti, quale $a = 25$ g, si ottiene ad una velocità di rotazione di 2 giri al secondo (120 rpm) ad una distanza dall'asse pari a 1.5 metri.

17.3 Pressione di equilibrio in camera di combustione

Un'espressione per la pressione di equilibrio in camera di combustione in funzione dei parametri balistici di un endoreattore a propellente solido si può ottenere semplicemente da un bilancio di massa. Infatti, se si considera che la portata di gas che passa attraverso la gola (in condizioni di saturazione) dell'ugello \dot{m}_n deve essere uguale a quella di gas generato dalla combustione del propellente solido \dot{m}_b , si ha:

$$\dot{m}_n = \frac{\Gamma p_c A_t}{\sqrt{RT_c}} = \dot{m}_b \quad (17.9)$$

La portata di gas combusto è data dal volume di propellente che viene bruciato nell'unità di tempo per la densità del propellente stesso. Il volume di propellente solido che brucia nell'unità di tempo è facilmente ottenuto come prodotto della velocità di combustione r e della superficie di combustione A_b

$$\dot{m}_b = r \rho_p A_b \quad (17.10)$$

Uguagliando (17.9) e (17.10), sostituendo ad r l'espressione (17.1) e ricordando la definizione di velocità caratteristica $c^* = \sqrt{RT_c}/\Gamma$ si ha:

$$p_c = \left(ac^* \rho_p K \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (17.11)$$

dove si è introdotto un'altro parametro balistico, detto *klemmung*, rapporto tra superficie di combustione e area di gola ($K = A_b/A_t$). Questa relazione è molto importante in quanto permette di legare la pressione in camera di combustione alle proprietà balistiche del propellente ed alla geometria del grano e della gola dell'ugello. Si può ovviamente ricorrere a valori determinati sperimentalmente per una valutazione più accurata. È interessante notare la dipendenza diretta della pressione in camera di combustione dalla superficie di combustione. Questa dipendenza, come quella da ρ_p , a e c^* , è lineare nel caso di $n = 0$, mentre è ancora più forte per $0 < n < 1$. Per una trattazione più rigorosa, si nota che l'espressione vista sopra di bilancio di massa deve più correttamente essere scritta considerando anche la variazione di massa nell'unità di tempo all'interno del volume di controllo, dovuta all'aumentare del volume disponibile per il gas al recedere del grano. Indicando con m_c la massa di gas combusti contenuti all'interno della camera, si ha perciò

$$\dot{m}_b - \dot{m}_n = \frac{dm_c}{dt} \quad (17.12)$$

Comunque, osservando che $m_c = \rho_c \mathcal{V}_c$, dove la densità dei gas in camera si può ricavare dall'equazione di stato come p_c/RT_c [con RT_c costante pari a $(\Gamma c^*)^2$], e soprattutto che l'aumento di volume a disposizione del gas nell'unità di tempo è uguale al volume lasciato libero dal grano nello stesso tempo, cioè

$r A_b$, si può scrivere:

$$\frac{dm_c}{dt} = \mathcal{V}_c \frac{d\rho_c}{dt} + \rho_c \frac{d\mathcal{V}_c}{dt} = \frac{\mathcal{V}_c}{(\Gamma c^*)^2} \frac{dp_c}{dt} + r \rho_c A_b \quad (17.13)$$

Le (17.12) e (17.13) danno il caso più generale ($dp_c/dt \neq 0$), ma osservando che in condizioni di equilibrio $dp_c/dt = 0$, ricordando la (17.10) ed osservando che $\rho_c \ll \rho_p$, si dimostra che la (17.11) è valida con buona approssimazione.

17.3.1 Funzionamento stabile della camera di combustione

L'espressione (17.13) permette di dedurre considerazioni interessanti sulla stabilità delle condizioni di funzionamento del motore. Se infatti si riscrive la (17.13) esplicitando rispetto alla derivata temporale della pressione in camera, esprimendo dm_c/dt come differenza tra la massa di propellenti che brucia nell'unità di tempo (17.10) e quella che esce dall'ugello (esprimibile come $p_c A_t/c^*$), si ottiene:

$$\frac{\mathcal{V}_c}{(\Gamma c^*)^2} \frac{dp_c}{dt} = r(\rho_p - \rho_c) A_b - \frac{p_c A_t}{c^*} \quad (17.14)$$

e ricordando la (17.1), e di nuovo che $\rho_c \ll \rho_p$ (perché ρ_c è la densità di un gas, sicuramente trascurabile rispetto a quella di un solido):

$$\frac{\mathcal{V}_c}{(\Gamma c^*)^2} \frac{dp_c}{dt} = a p_c^n \rho_p A_b - \frac{p_c A_t}{c^*} \quad (17.15)$$

Moltiplicando la (17.15) per $c^*/(p_c A_t)$, ed indicando ora con $p_{c,eq}$ il valore di p_c ottenuto in condizioni

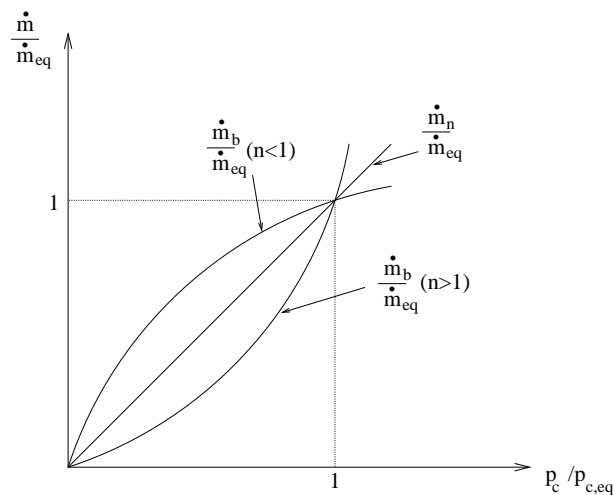


Figura 17.7: Pressione di equilibrio in camera di combustione.

di funzionamento stazionario dalla (17.11), si ha

$$\frac{\mathcal{V}_c}{(\Gamma)^2 c^* p_c A_t} \frac{dp_c}{dt} = a c^* \rho_p K p_c^{n-1} - 1 = \left(\frac{p_c}{p_{c,eq}} \right)^{n-1} - 1 \quad (17.16)$$

Da uno sviluppo in serie troncato al prim'ordine si ottiene:

$$\frac{\mathcal{V}_c}{(\Gamma)^2 c^* p_c A_t} \frac{dp_c}{dt} \simeq (n-1) \left(\frac{p_c - p_{c,eq}}{p_{c,eq}} \right) \quad (17.17)$$

Quest'ultima equazione permette di osservare che per $n < 1$ la pressione in camera di combustione tenderà a diminuire in conseguenza di un aumento di p_c e viceversa; essa tende dunque a riportarsi alla condizione di equilibrio. Se invece $n > 1$ si ha un funzionamento instabile, e cioè ad un aumento di pressione in camera di combustione il sistema reagisce con una tendenza ad aumentare ancora di più il valore di p_c , e viceversa a diminuirla ancor più in corrispondenza ad una diminuzione di p_c , con il risultato di un'esplosione o di uno spegnimento. Va notato che l'autostabilizzazione è maggiore quanto più è $n < 1$, vedi anche Fig. 17.7. Quando n è basso e si avvicina a zero la combustione può diventare instabile ed anche estinguersi. Alcuni propellenti hanno n negativo, cosa importante per motori riaccendibili o generatori di gas. Un propellente con $n = 0$ è caratterizzato essenzialmente dalla assenza di variazioni di r in un largo intervallo di p_c ; questi sono detti *propellenti plateau*.

17.4 Il grano di propellente solido

Il grano di propellente solido è la massa di propellente sagomato all'interno del motore. La composizione e la configurazione geometrica del grano determinano le prestazioni del motore. Il grano è un solido colato, stampato o estruso, ed ha tipicamente consistenza simile a gomma dura o plastica, che può essere posto nella cassa (telaio) in diversi modi. Si avranno pertanto:

- Grani caricati come cartuccia (cartridge-loaded). Grani di propellente manufatturati separatamente (per estrusione o colata in uno stampo) e caricati come una cartuccia nella cassa.
- Grani legati alla cassa (case-bonded). La cassa stessa è usata come stampo ed il propellente è colato direttamente al suo interno. La maggior parte dei grani viene realizzata in questo modo.

È interessante analizzare come le caratteristiche geometriche del grano influenzano la spinta. Per fare questo si ricorda l'espressione che lega la pressione in camera di combustione alle caratteristiche del propellente nel funzionamento stabile (17.11); ricordando poi il legame tra spinta e p_c , si ha che la spinta varia nel tempo come:

$$F(t) = C_F(t) p_c(t) A_t \quad (17.18)$$

dove A_t è costante e l'effetto su F delle variazioni di C_F con t è molto minore di quello diretto di p_c . Infatti C_F dipende essenzialmente dalle caratteristiche di espansione dell'ugello (rapporto di aree ϵ , ovviamente invariato nel corso della combustione del grano), del fluido propulsivo (le cui caratteristiche e quindi γ sono indipendenti da variazioni della portata di propellente) e dal rapporto p_c/p_a . Quest'ultimo varia per effetto della variazione di p_a con la quota, ma il contributo del termine di pressione della spinta ha un effetto trascurabile rispetto a quello più diretto di p_c nell'espressione della spinta $F(t)$. Resta quindi l'effetto delle variazioni di $p_c(t)$ e, se il tipo di propellente è fissato, si può dire che questa dipende da t solo attraverso K in quanto a , ρ_p e c^* sono costanti. Quindi, essendo $K = A_b/A_t$, si ha:

$$F(t) = F(0) \frac{C_F(t)}{C_F(0)} \left[\frac{A_b(t)}{A_b(0)} \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (17.19)$$

In pratica la (17.19) evidenzia come la dipendenza della spinta da A_b , ed in particolare la possibile variazione di A_b nel tempo, possono provocare una variazione della spinta nel tempo. In altri termini, l'evoluzione di $A_b(t)$ determina l'andamento della spinta nel tempo e, almeno in teoria si può giocare sul progetto della geometria del grano per ottenere un andamento di spinta variabile nel tempo nel modo desiderato. Tuttavia, bisogna osservare che, in generale, il motore deve essere dimensionato per la p_c

più elevata che esso deve sopportare nel corso della combustione, quindi nel caso di un motore con un andamento di spinta non costante esso risulterà sovradimensionato per gran parte del suo periodo di funzionamento. Conviene dunque avere $A_b(t) \sim$ circa costante, o comunque che le sue variazioni siano contenute. In base all'evoluzione della superficie di combustione nel tempo, il grano di propellente può

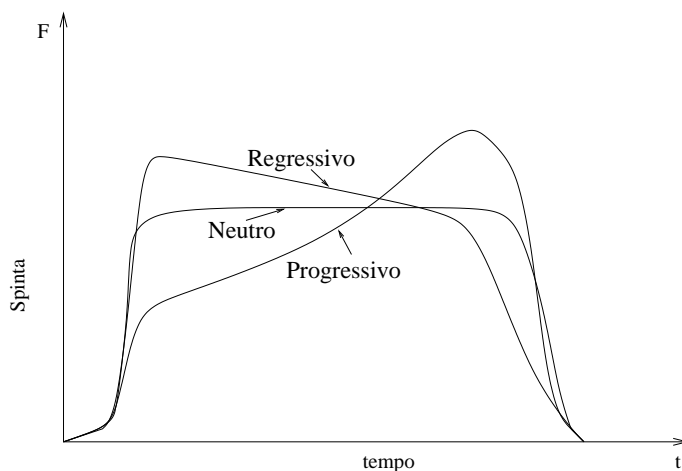


Figura 17.8: Andamento della spinta in funzione del tempo nel caso di grano progressivo, regressivo o neutro.

essere classificato come appartenente ad una delle seguenti tre famiglie, vedi Fig. 17.8:

Grano Progressivo È il caso in cui la geometria è tale che $dA_b/dt > 0$. La geometria del grano fa sì che la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione aumentino nel tempo.

Grano Neutro È il caso in cui la geometria è tale che $dA_b/dt = 0$. La combustione è detta neutra se le variazioni della spinta nel tempo si mantengono al di sotto del 15%.

Grano Regressivo È il caso in cui la geometria è tale che $dA_b/dt < 0$. La geometria del grano fa sì che la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione diminuiscano nel tempo.

Diverse configurazioni geometriche possono essere realizzate per il grano di un endoreattore a propellente solido. Tra queste le principali sono (alcune sono anche illustrate in Fig. 17.9):

- grani bidimensionali:
 - grani a combustione di estremità (grano a sigaretta);
 - grani a combustione radiale (grani tubolari, grano a stella, ...);
- grani tridimensionali.

L'andamento della superficie di combustione nel tempo, se essa è cioè progressiva, regressiva o neutra, non è l'unica proprietà rilevante per selezionare un certo tipo di geometria anziché un altro. Un'altra proprietà molto importante è il coefficiente di riempimento o rapporto di carica volumetrico, che definisce quanto propellente può essere stivato a parità di volume della cassa, o, meglio, quanto deve essere il volume della cassa per contenere un certo volume e quindi una certa massa di propellente. Le principali proprietà del grano sono dunque:

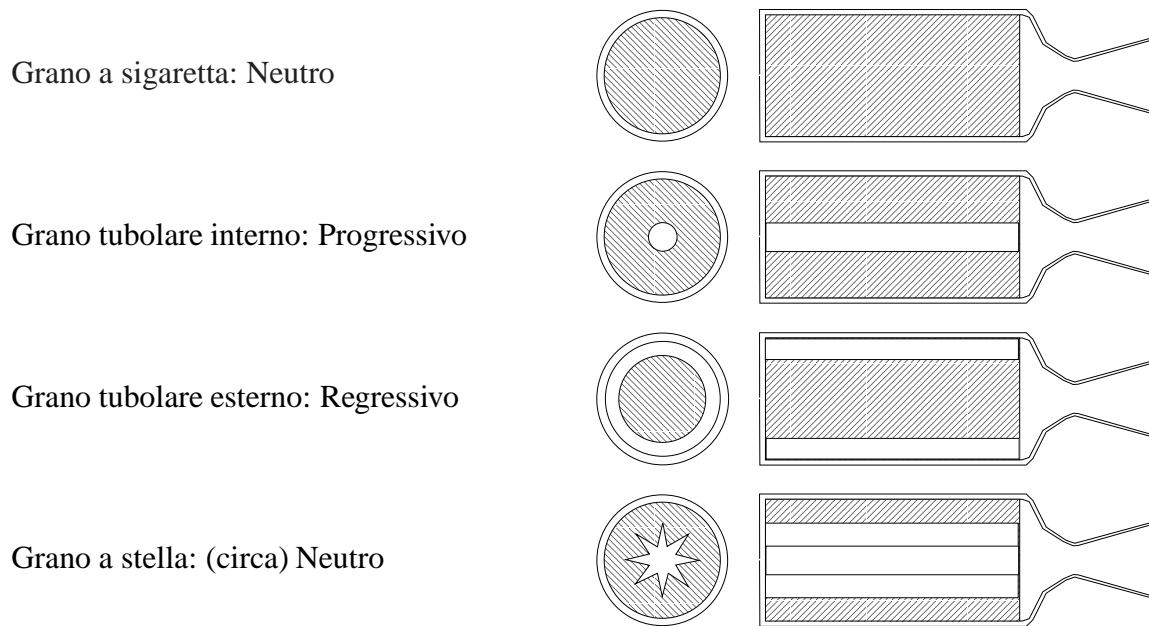


Figura 17.9: Diverse tipologie di grano per endoreattori a propellente solido.

- *Tipo di combustione:* progressiva, regressiva o neutra (vedi sopra).
- *Rapporto di carica volumetrico \mathcal{V}_f (volumetric loading fraction):* $\mathcal{V}_f = \mathcal{V}_b/\mathcal{V}_c$
- *Web Thickness b (Spessore della trama):* spessore minimo del grano, dalla superficie di combustione iniziale alla cassa, $b = \int_0^{t_b} r dt$ (r = velocità di combustione).
- *Web Fraction b_f (Frazione di trama):* $b_f = 2b/D$ (D = diametro).
- *Residuo di propellente:* $\mathcal{V}_p - \mathcal{V}_b$.

17.5 Propellenti solidi

I componenti che costituiscono il grano di propellente solido possono essere di diverso tipo. Il grano deve soddisfare diversi requisiti, alcuni dei quali possono risultare in contrapposizione tra loro, per cui bisognerà individuare una scelta di compromesso, che dipenderà dalla particolare applicazione. I principali requisiti sono:

1. Elevata energia chimica disponibile (alta T_c , e di conseguenza u_{eq} oppure I_{sp});
2. Basso peso molecolare dei prodotti di combustione (sempre per avere alta u_{eq});
3. Densità elevata per ridurre il volume della camera;
4. Basso valore dell'indice di combustione per avere combustione stabile;
5. Scarsa sensibilità alle variazioni della temperatura ambiente (basso Π_r);
6. Scarsa sensibilità alla combustione erosiva;
7. Facilità di accensione;
8. Prestazioni costanti per quanto possibile alla variabilità delle condizioni operative;

9. Buone proprietà meccaniche;
10. Buona aderenza alle pareti;
11. Coefficiente di dilatazione termica quanto più possibile simile a quello delle pareti;
12. Bassa alterabilità per effetto di tempi lunghi di immagazzinamento;
13. Buona stabilità in fase di lavorazione;
14. Opacità all'irraggiamento;
15. Gas di scarico privi di fumi (per minimizzare la rilevabilità in applicazioni militari);
16. Facilità di approvvigionamento;
17. Costi contenuti.

Si ricorda che, come visto all'inizio del capitolo, basso costo, affidabilità (semplicità) e stivaggio per lunghi periodi (dell'ordine di decine di anni) sono tra le proprietà più interessanti, cioè quelle che inducono all'uso di endoreattori a propellente solido.

Il termine "propellente solido" viene usato sia per indicare la miscela plastica o gommosa che costituisce il grano completo e finito (contenente combustibile, ossidante, ed additivi) sia il grano processato ma non ancora finito, sia i singoli ingredienti che costituiscono un grano. Si possono classificare i propellenti solidi come essenzialmente appartenenti a due famiglie: quella dei propellenti solidi omogenei (o doppia base) e quella dei propellenti solidi eterogenei (o compositi).

17.5.1 Propellenti solidi omogenei o doppia base

Sono detti anche *colloidali*, e sono costituiti da miscele di esplosivi tenute insieme da un materiale colloidale.² Ciascun esplosivo contiene al suo interno combustibile, ossidante e legante. Di solito si tratta di nitrocellulosa (NC), un ingrediente solido, disciolta nella nitroglicerina (NG), più piccole percentuali di additivi. Ciascuno dei due componenti contiene in sé gli elementi necessari per la reazione di combustione (combustibile ed ossidante). NG è un esplosivo ad elevata energia, con eccesso di ossidante ma con scarsa stabilità e caratteristiche meccaniche, mentre NC ha proprietà opposte, ed è un esplosivo più blando.

Il rapporto di miscela ossidante/combustibile che fornisce il massimo I_{sp} è vicino a quello stechiometrico che corrisponde ad un rapporto NG/NC $\simeq 8.6$; in realtà i requisiti meccanici del grano e di stabilità del propellente non permettono rapporti di NG/NC maggiori di 1. In assenza di additivi i propellenti a doppia base producono gas di scarico privi di fumo. L'inclusione di additivi è utile per migliorare la stabilità della miscela, le sue proprietà meccaniche o modificare le caratteristiche del processo di combustione (r , T_c , opacità all'irraggiamento, ...). In particolare, l'aggiunta di nerofumo (carbone) aumenta l'opacità all'irraggiamento, assorbendo parte dell'energia radiante ed evitando così i rischi connessi al riscaldamento del propellente al suo interno, "lontano" dalla superficie di combustione. Le prestazioni possono essere anche migliorate mediante l'aggiunta di ossidanti inorganici quali il perclorato di ammonio (propellenti compositi a doppia base) o di polveri di alluminio o di magnesio. Alla NC ed NG può essere anche associata una terza sostanza (ad esempio di- e tri-glicolnitrodietilene o nitroguanidina); in questo caso sarebbe più corretto parlare di tripla-base. Le caratteristiche principali dei propellenti omogenei si possono riassumere come:

- basso costo, getto non tossico, assenza di fumi, buone proprietà meccaniche, basso n , buon controllo di r .

²Il primo propellente doppia base fu realizzato da A. Nobel nel 1888, e fu usato come polvere senza fumi.

- basse prestazioni ($I_{sp} \simeq 220$ s al livello del suolo), bassa densità ($\rho \simeq 1.6$ g/cm³), elevata pericolosità.

In virtù di tali caratteristiche, essi vengono impiegati esclusivamente per applicazioni militari.

17.5.2 Propellenti solidi eterogenei o compositi

Un grano di propellente solido del tipo composito è costituito da cristalli di ossidante finemente dispersi in una matrice di combustibile rappresentata da un legante di tipo plastico o gommoso. In generale questo tipo di propellenti è meno pericoloso, sia nella produzione sia nell'utilizzo, rispetto ai propellenti doppia base.

Il rapporto di miscela tra combustibile e ossidante che massimizza le prestazioni è molto vicino a quello stechiometrico (tra 0.5 e 0.05); in particolare il massimo di T_c e I_{sp} si ha per dosature leggermente ricche in combustibile. Poiché i requisiti chimico-fisici richiesti al propellente (coesività, lavorabilità, resistenza meccanica ed alla detonazione) impongono percentuali di ossidante non superiori all'80-85%, è necessario avere propellenti con rapporto stechiometrico il più possibile elevato per poter ottenere prestazioni ottimali con una quantità di legante sufficiente a garantire le suddette caratteristiche. L'utilizzo di rapporti di miscela ricchi in combustibile evita inoltre l'ossidazione delle pareti dell'ugello. Va comunque sottolineato che dal punto di vista delle proprietà fisico-meccaniche è il rapporto volumetrico tra combustibile e ossidante il parametro fondamentale e non il rapporto di massa; sono quindi preferibili ossidanti ad elevata densità e combustibili a bassa densità che permettono di ottenere contemporaneamente bassi rapporti di miscela (vicini al rapporto stechiometrico) e buone caratteristiche del propellente. Le caratteristiche del propellente, dal punto di vista delle prestazioni, dipendono sostanzialmente dall'ossidante. La velocità di combustione è fortemente influenzata dalle dimensioni delle particelle di ossidante disperse nel legante.

Ossidanti

Gli ossidanti impiegati nei propellenti solidi eterogenei sono principalmente costituiti da cristalli di sostanze quali il perclorato di ammonio (AP), il nitrato di ammonio (AN), il perclorato di potassio (KP), il nitrato di potassio (KN), il perclorato di nitronio (NP), ...

Combustibili

Le sostanze combustibili sono in genere presenti sia sotto forma di leganti sia come additivi. In particolare:

- *Leganti*: costituiscono la struttura che tiene insieme il propellente solido. Si tratta di sostanze organiche di tipo plastico o gommoso, quali:
 - gomme sintetiche (polibutadiene: HTPB, PBAN, ...), asfalti, ...
- *Additivi (polveri metalliche)*: presenti fino a costituire il 20% della massa totale di propellente servono ad incrementare I_{sp} e ρ_p . Si tratta principalmente di:
 - polveri di alluminio, boro, berillio (il quale però è estremamente velenoso), ...

Caratteristiche principali e applicazioni

- Caratteristiche principali (dipendono molto da ossidanti e leganti considerati):
 - Elevati valori di I_{sp} (fino a $\simeq 290$ s nel vuoto) e ρ ($\simeq 1800$ kg/m³); n , r e Π_r variano a seconda dei combustibili e ossidanti che costituiscono il propellente
 - In presenza di polveri metalliche come additivo, si hanno perdite per flusso bifase nell'ugello; moderata o bassa pericolosità.
- Applicazioni:
 - *Booster, sustainer* (cioè per portare il missile sul bersaglio, in applicazioni militari, dopo la fase di accelerazione); usati diffusamente per tante numerosi. Esempi:
 - * Booster Ariane 5 (P230): 14% PB, 18% Polveri alluminio, 68% Perclorato di Ammonio
 - * I tre stadi a solido del Vega (P80, Zefiro e P7)

Domande di verifica

- 17.1 Quali sono le parti principali che compongono un endoreattore a propellente solido?
- 17.2 Com'è definita la velocità di combustione?
- 17.3 Da cosa dipende il valore della velocità di combustione?
- 17.4 Scrivere la relazione che lega la velocità di combustione alla pressione in camera di combustione.
- 17.5 Cosa comporta in generale un aumento della temperatura iniziale dei propellenti?
- 17.6 Quale parametro prende il nome di indice di combustione, e quali valori tipicamente può assumere?
- 17.7 Quali sono le due principali famiglie di propellenti solidi?
- 17.8 In cosa si distinguono i propellenti solidi omogenei da quelli eterogenei?
- 17.9 Cosa si intende per combustione erosiva?
- 17.10 Supponendo di avere a disposizione un propellente di cui siano note le caratteristiche e la temperatura iniziale, da quale parametro dipende la pressione in camera di combustione?
- 17.11 Cosa si intende per grano progressivo, regressivo e neutro?
- 17.12 Indicare un esempio di geometria di grano neutro.
- 17.13 Descrivere le principali geometrie considerate per grani di propellente solido.
- 17.14 Perché la combustione è stabile soltanto se $n < 1$?
- 17.15 La durata della combustione aumenta o diminuisce se aumenta la temperatura iniziale del propellente?

- 17.16** Qual'è la geometria di grano cilindrico (sia esso a combustione radiale o assiale) che consente di avere il massimo rapporto di carica volumetrico?
- 17.17** Si ottiene impulso specifico maggiore con propellenti omogenei o eterogenei?
- 17.18** Quali sono i principali componenti che costituiscono un propellente eterogeneo?

Esercizi svolti

17.1 Calcolare la pressione in camera di combustione, il rapporto tra area di combustione e area di gola (fattore di klemmung), l'area della sezione di gola, e l'area della sezione di efflusso di un endoreattore a propellente solido (propellente composito HTPB/AP/Al) avente le seguenti proprietà:

- Massa di propellente $m_p = 240$ t;
- Tempo di combustione $t_b = 120$ s;
- Impulso specifico nel vuoto $I_{sp,vac} = 280$ s;
- Spinta a livello del mare $F_{sl} = 5000$ kN;
- $p_c/p_e = 79.762$;
- Peso molecolare medio dei prodotti di combustione $\mathcal{M} = 24$ kg/mol, $\gamma = 1.2$;
- Densità del propellente $\rho_p = 1800$ kg/m³;
- Velocità di combustione $r = 5.8$ mm/s (a $p = 6.8$ MPa e $T_p = 288$ K);
- Indice di combustione $n = 0.3$;
- Temperatura iniziale del propellente $T_p = 288$ K;
- Grano neutro.

SOLUZIONE

Sapendo che $\gamma = 1.2$ si calcola:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = 0.6485$$

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{\delta} \left[\left(\frac{p_c}{p_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 3.278$$

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \left(\frac{1 + \delta M_e^2}{1 + \delta} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 10.0$$

Per calcolare la pressione in camera di combustione sfruttiamo la conoscenza della spinta nel vuoto ed a livello del mare, e quella della portata. Infatti:

$$\dot{m}_p = m_p/t_b = 200 \text{ kg/s}$$

$$F_{vac} = \dot{m}_p u_e + p_e A_e$$

$$F_{sl} = \dot{m}_p u_e + (p_e - p_a) A_e = F_{vac} - p_a A_e$$

Essendo $F_{sl} = 5000 \text{ kN}$ e $F_{vac} = \dot{m}_p g_0 I_{sp,vac} = 5491.7 \text{ kN}$, si ottiene:

$$A_e = (F_{vac} - F_{sl})/p_a = 4.917 \text{ m}^2 \quad (p_a = 100 \text{ kPa}) \text{ e quindi}$$

$$A_t = A_e/\epsilon = 0.4917 \text{ m}^2$$

Si nota che per i diametri si ha $D_e = 2.50 \text{ m}$ e $D_t = 0.79 \text{ m}$

A questo punto si ricorda che $\dot{m}_p = p_c A_t / c^*$, dove sono incognite p_c e c^* . Quest'ultima però può essere calcolata da C_F e I_{sp} . In particolare:

$c^* = g_0 I_{sp,vac} / C_{F,vac}$ dove $C_{F,vac}$ dipende solo da γ e ϵ :

$$C_{F,vac} = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \frac{p_e}{p_c} = 1.7423 \text{ e quindi}$$

$$c^* = g_0 I_{sp,vac} / C_{F,vac} = 1576 \text{ m/s}$$

Prima di calcolare p_c osserviamo che essendo noto \mathcal{M} possiamo calcolare $T_c = \Gamma^2 c^{*2} \mathcal{M} / \mathcal{R} = 3015 \text{ K}$

Si calcola quindi $p_c = c^* \dot{m}_p / A_t = 6.41 \text{ MPa}$

Bisogna infine calcolare il fattore di klemmung e l'area di combustione. Per fare questo si può utilizzare la relazione:

$$p_c = (a c^* \rho_p K)^{\frac{1}{1-n}}$$

oppure si può ricavare direttamente A_b da:

$$\dot{m}_b = \dot{m}_p = \rho_p A_b r$$

In ogni caso per calcolare K bisogna conoscere r oppure a , dove a è il coefficiente della legge $r = a p_c^n$.

Conoscendo il valore di r alla pressione di riferimento si ha che:

$$a = r / p_c^n = 5.17 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1} \text{ Pa}^{-0.3}.$$

Nel caso considerato si ha quindi $r = a p_c^n = 5.696 \text{ mm/s}$, da cui

$$A_b = \dot{m}_p / (\rho_p r) = 195 \text{ m}^2 \text{ e } K = A_b / A_t = 397.$$

- 17.2** Si consideri l'endoreattore dell'esercizio precedente. Calcolare la spinta, la durata della combustione e l'impulso specifico a livello del mare e nel vuoto nel caso in cui la temperatura iniziale del propellente sia di 40 C , sapendo che la sensibilità della velocità di combustione alla temperatura iniziale è $\Pi_r = 0.003 \text{ K}^{-1}$.

SOLUZIONE

Dalla definizione di $\Pi_r = \frac{1}{r} \left(\frac{dr}{dT} \right)_p$, poiché Π_r è assegnato come una costante, si ha $d(\ln r) = \Pi_r dT$ e quindi

$$\ln r' - \ln r = \Pi_r(T' - T) \text{ perciò}$$

$$r'/r = a'/a = e^{\Pi_r(T'-T)}$$

Essendo $T = 288 \text{ K}$ e $T' = 313 \text{ K}$ si ha $r'/r = a'/a = 1.0779$

$$a' = 5.57 \cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1} \text{ Pa}^{-0.3} \text{ e}$$

$$p'_c/p_c = (a'/a)^{1/(1-n)} = 1.113 \rightarrow p'_c = 7.135 \text{ MPa}$$

La spinta si può esprimere come

$$F'_{sl} = F'_{vac} - p_a A_e = p'_c A_t C_{F,vac} - p_a A_e$$

Nell'ultima espressione l'unica grandezza diversa rispetto al caso precedente è p_c , e sostituendo il valore appena calcolato si ottiene:

$$F'_{sl} = 5621 \text{ kN e } F'_{vac} = 6113 \text{ kN}$$

Per calcolare l'impulso specifico osserviamo che anche la portata è cambiata:

$$\dot{m}'_p/\dot{m}_p = p'_c/p_c \rightarrow \dot{m}'_p = 2226 \text{ kg/s}$$

Di conseguenza:

$$I'_{sp,sl} = F'_{sl}/(g_0 \dot{m}'_p) = 257 \text{ s } (I_{sp,sl} = 255 \text{ s})$$

$$I'_{sp,vac} = F'_{vac}/(g_0 \dot{m}'_p) = 280 \text{ s} = I_{sp,vac} \text{ (come era lecito aspettarsi)}$$

La durata della combustione è data da $t'_b = m_p/\dot{m}'_p = 108 \text{ s}$ (si è ridotta del 10%)

- 17.3** Considerando ancora l'esercizio 19.1, calcolare la lunghezza del grano di propellente nel caso in cui il grano (a stella) ha rapporto di carica volumetrico pari all'80%, ed il diametro della cassa è pari a 3.0 m.

SOLUZIONE

Bisogna semplicemente calcolare il volume del propellente:

$$\mathcal{V}_p = m_p/\rho_p = 133 \text{ m}^3$$

$$\text{Poiché il rapporto di carica volumetrico è } \mathcal{V}_p/\mathcal{V}_c = 0.80 \rightarrow \mathcal{V}_c = 166.7 \text{ m}^3$$

$$\text{e quindi } l_c = \mathcal{V}_c/A_c = 23.6 \text{ m.}$$

- 17.4** Considerando ancora l'esercizio 19.1 calcolare la potenza del getto nel funzionamento nel vuoto.

SOLUZIONE

$$P_j = \frac{1}{2} \dot{m}_p u_{eq}^2 = 7.54 \text{ GW}$$

- 17.5** Effettuare un dimensionamento di massima di un endoreattore a propellente solido che debba soddisfare i seguenti requisiti:

- Impulso totale $I = \int_0^{t_b} F dt = 1.6 \text{ MN} \cdot \text{s}$;
- Spinta media $F = 32 \text{ kN}$;
- Forma del motore: sferica;

- Ugello conico: angolo di semiapertura del cono divergente 15° ; sommergezza del divergente 25%;
- Pressione media in camera 3.8 MPa;
- $p_e/p_c = 0.00197$;
- Propellente HTPB/AP/Al: $\begin{cases} \mathcal{M} = 22 \text{ kg/kmol}; & \gamma = 1.26; \\ T_c = 2841 \text{ K}; & \rho_p = 1800 \text{ kg/m}^3; \\ r = 7.2 \text{ mm/s}; & n = 0.30; \end{cases}$;
- Funzionamento nel vuoto;
- Rapporto di massa di propellente $K_p = 0.93$;
- Rapporto di carica volumetrico $\mathcal{V}_f = 0.90$.

SOLUZIONE

Innanzitutto calcoliamo A_e e A_t . Per fare questo si osserva che conoscendo γ , \mathcal{M} , T_c e il rapporto p_e/p_c si possono calcolare, c^* , C_F e I_{sp} . Infatti:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} = 0.66$$

$$c^* = \sqrt{RT_c}/\Gamma = 1570 \text{ m/s (essendo } R = \mathcal{R}/\mathcal{M})$$

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{\delta} \left[\left(\frac{p_c}{p_e} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} = 4.487$$

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \left(\frac{1 + \delta M_e^2}{1 + \delta} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 35.0$$

$$C_{F,vac} = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \frac{p_e}{p_c} = 1.8173$$

$$\text{da cui si ottiene } I_{sp,vac} = C_F c^* / g_0 = 290.9 \text{ s}$$

$$\text{L'area della sezione di gola è } A_t = F / (p_c C_F) = 0.004635 \text{ m}^2$$

$$\text{Da cui } D_t = 76.8 \text{ mm e } D_e = 454.5 \text{ mm}$$

Conoscendo l'impulso totale e l'impulso specifico si può calcolare la massa di propellente:

$$I = \int F dt = g_0 I_{sp} \int \dot{m}_p dt = g_0 I_{sp} m_p$$

$$m_p = I / (g_0 I_{sp}) = 560.9 \text{ kg}$$

$$\text{e quindi il volume di propellente: } \mathcal{V}_p = m_p / \rho_p = 0.312 \text{ m}^3$$

$$\text{e il volume del contenitore sferico: } \mathcal{V}_c = \mathcal{V}_p / \mathcal{V}_f = 0.346 \text{ m}^3$$

$$R_c = \sqrt[3]{\frac{3\mathcal{V}_c}{4\pi}} = 0.435 \text{ m e quindi } D_c = 871 \text{ mm}$$

La lunghezza del divergente dell'ugello è data da:

$$l = \frac{D_e - D_t}{2 \tan 15^\circ} = 704.8 \text{ mm}$$

a causa della sommergenza (25%), soltanto il 75% del divergente spogerà dal contenitore sferico:

$$l_{ext} = 0.75 l = 528.6 \text{ mm e quindi } h = l_{ext} + D_c = 1400 \text{ mm}$$

L'ingombro del propulsore è quindi $871 \times 1400 \text{ mm}$

Esercizi proposti

17.5 Si consideri un endoreattore a propellente solido operante nel vuoto con impulso specifico pari a 290 s. Il grano è costituito da un cilindro cavo, con le estremità inibite alla combustione (grano cilindrico tubolare interno), di propellente composito (PBAN/AP/Al) lungo 60 cm e avente diametro di porta pari a 15 cm quando $t = 3 \text{ s}$ (3 secondi dopo l'inizio della combustione).

- Calcolare la spinta a $t = 3 \text{ s}$ sapendo che $r = 14 \text{ mm/s}$ e $\rho_p = 1770 \text{ kg/m}^3$;
- Sapendo che $p_e/p_c = 0.002$ e $\gamma = 1.26$ calcolare velocità caratteristica e coefficiente di spinta;
- Sapendo che $p_c = 4 \text{ MPa}$ e $n = 0.33$ calcolare il fattore di klemmung K e l'area della sezione di gola A_t ;
- Calcolare spinta, impulso specifico, velocità caratteristica e coefficiente di spinta a $t = 4 \text{ s}$ supponendo che la velocità di combustione possa essere considerata circa costante. Verificare poi l'effettiva validità (o meno) di tale ipotesi.

RISULTATI

$$t = 3 \text{ s: } F = 19.9 \text{ kN; } C_F = 1.816; c^* = 1566 \text{ m/s; } K = 103; A_t = 0.00274 \text{ m}^2$$

$$t = 4 \text{ s: } F = 25.7 \text{ kN; } I_{sp} = 290 \text{ s; } C_F = 1.816; c^* = 1566 \text{ m/s.}$$

17.6 Calcolare la spinta, l'impulso specifico e la temperatura totale nell'ugello di un endoreattore a propellente solido operante nel vuoto con le seguenti caratteristiche:

- Volume del contenitore $\mathcal{V}_c = 1.2 \text{ m}^3$;
- Rapporto di carica volumetrico $\mathcal{V}_f = 0.93$;
- Densità del propellente $\rho_p = 1790 \text{ kg/m}^3$;
- Fattore di klemmung $K = 226$;
- Sensibilità della velocità di combustione alla temperatura iniziale dei propellenti: $\Pi_r \simeq 0$;
- Velocità di combustione $r = 5.8 \text{ mm/s}$ (a $p = 6.8 \text{ MPa}$);
- Velocità caratteristica $c^* = 1527 \text{ m/s}$;
- Peso molecolare medio dei prodotti di combustione $\mathcal{M} = 32 \text{ kg/mol}$;
- Rapporto tra i calori specifici dei prodotti di combustione $\gamma = 1.14$;
- Tempo di combustione $t_b = 80 \text{ s}$;
- $p_c/p_e = 282.95$;

- Indice di combustione $n = 0.3$.

Si consideri il grano perfettamente neutro, e che la spinta resti costante nel periodo t_b in cui viene consumato tutto il propellente contenuto nel volume \mathcal{V}_c .

RISULTATI

$$F = 73.447 \text{ kN}; I_{sp} = 299.6 \text{ s}; T_c = 3637 \text{ K}.$$

- 17.7** Si consideri il propulsore dell'esercizio precedente. Calcolare il ΔV che si può ottenere consumando tutto il propellente, nel caso in cui la massa strutturale è $m_s = 130 \text{ kg}$ ed il carico utile è $m_u = 1000 \text{ kg}$. Si calcoli inoltre l'impulso totale.

RISULTATI

$$\Delta V = 2994 \text{ m/s}; I = 5.877 \text{ MN/s}$$