

Ingranaggi

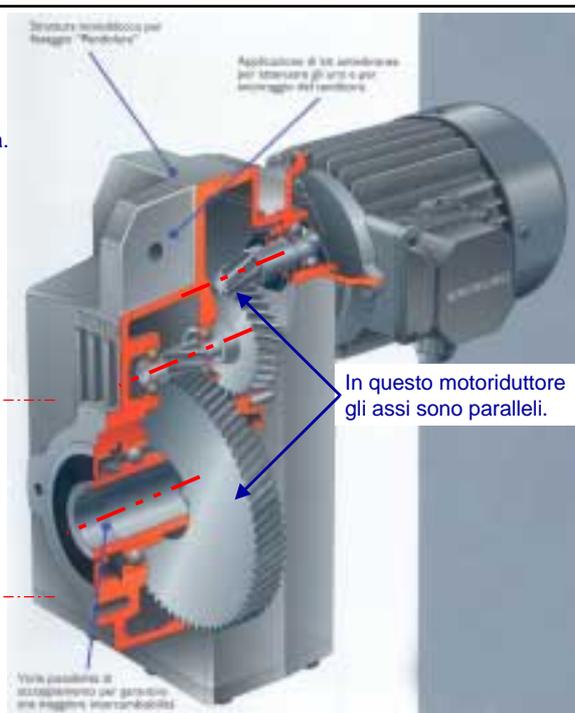
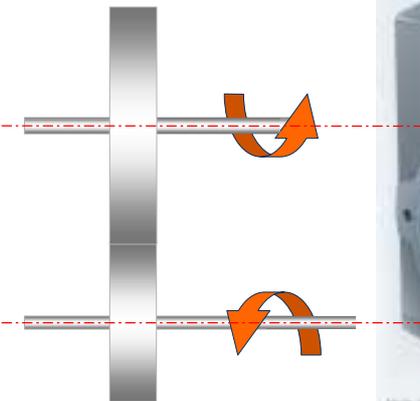


La resistenza degli ingranaggi

Ingranaggi

La necessità di trasmettere potenza tra organi in moto rotatorio è un problema frequentissimo e di grande importanza nell'ingegneria.

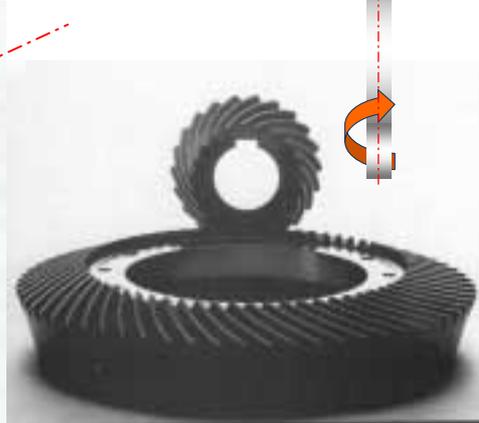
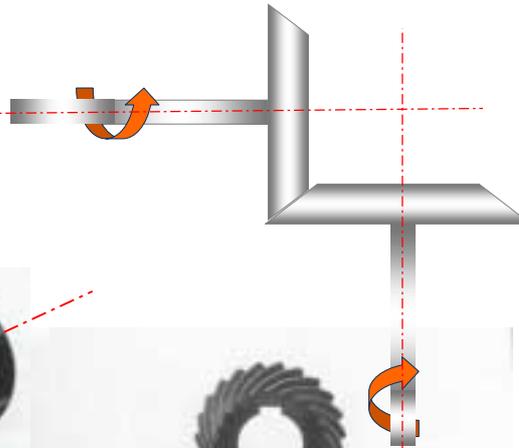
Gli assi di rotazione tra i quali deve essere trasmesso il moto possono essere paralleli



Ingranaggi

La necessità di trasmettere potenza tra organi in moto rotatorio è un problema frequentissimo e di grande importanza nell'ingegneria.

Gli assi di rotazione tra i quali deve essere trasmesso il moto possono essere paralleli, incidenti

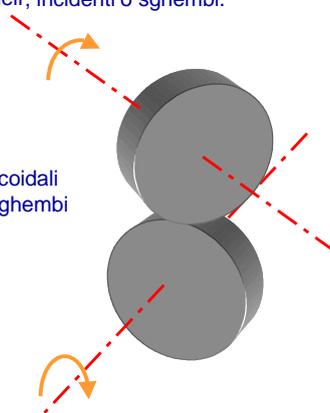


Ingranaggi

La necessità di trasmettere potenza tra organi in moto rotatorio è un problema frequentissimo e di grande importanza nell'ingegneria.

Gli assi di rotazione tra i quali deve essere trasmesso il moto possono essere paralleli, incidenti o sghembi.

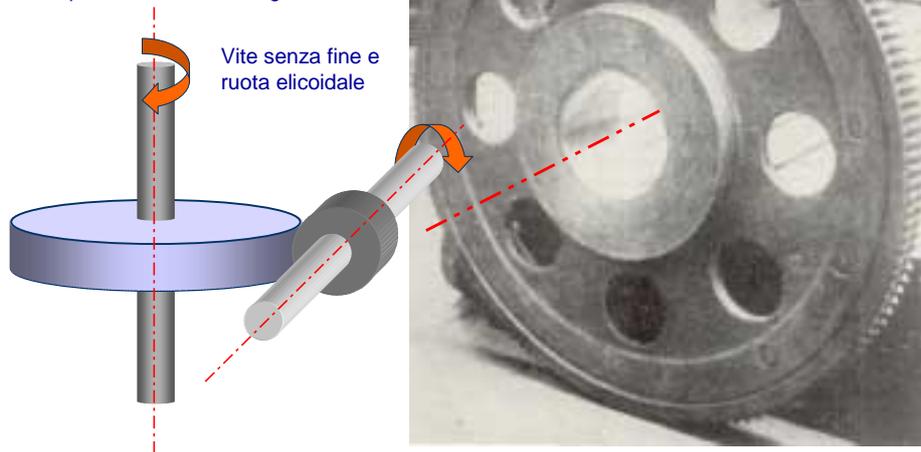
Ruote elicoidali ad assi sghembi



Ingranaggi

La necessità di trasmettere potenza tra organi in moto rotatorio è un problema frequentissimo e di grande importanza nell'ingegneria.

Gli assi di rotazione tra i quali deve essere trasmesso il moto possono essere paralleli, incidenti o sghembi.



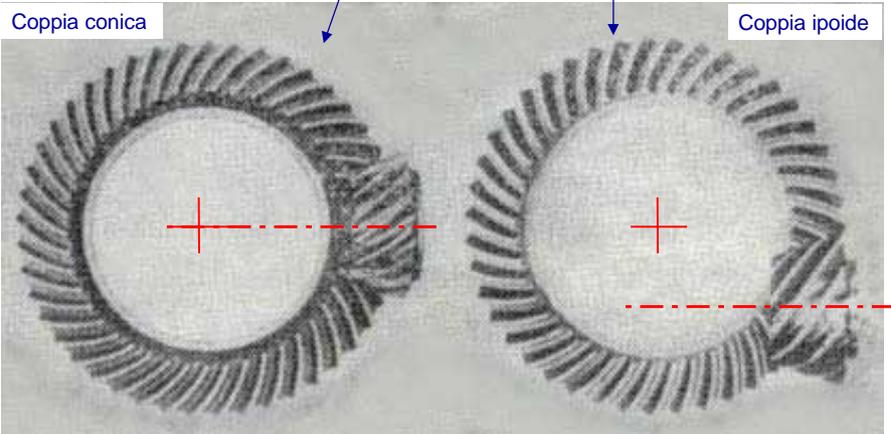
Ingranaggi

La necessità di trasmettere potenza tra organi in moto rotatorio è un problema frequentissimo e di grande importanza nell'ingegneria.

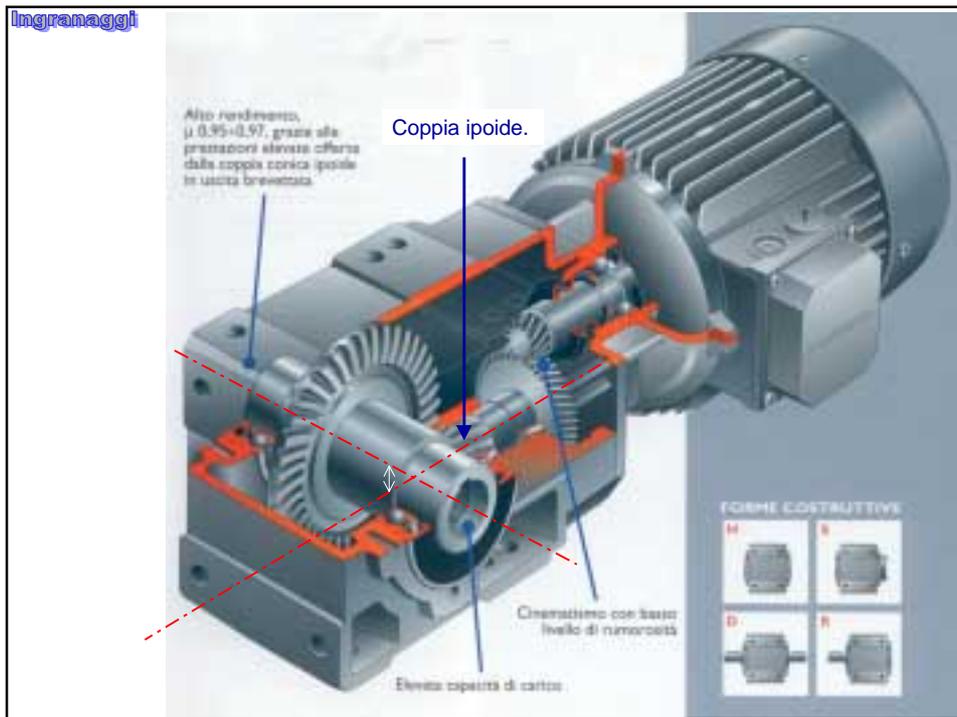
Gli assi di rotazione tra i quali deve essere trasmesso il moto possono essere paralleli, incidenti o sghembi.

Nelle coppie coniche gli assi delle due ruote sono incidenti.

Quando ciò non accade e gli assi sono sghembi la coppia si dice "ipoide"



Ingranaggi



Ingranaggi

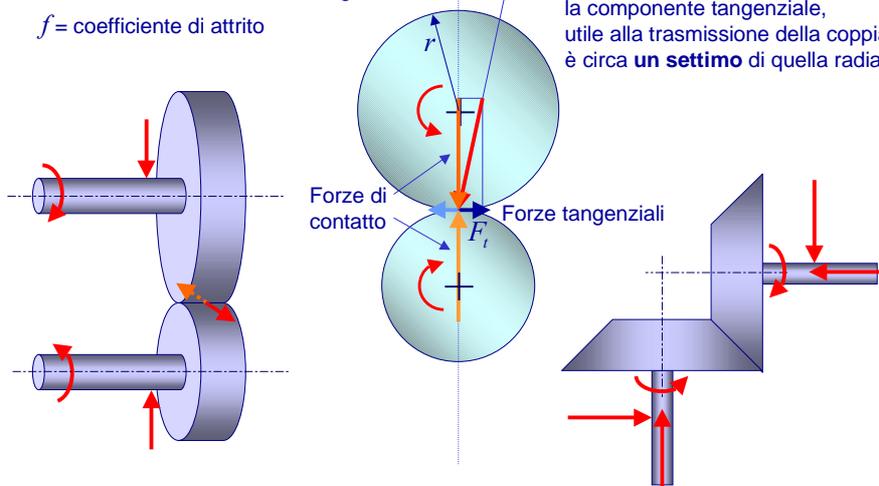
La trasmissione di potenza tra alberi con ruote di frizione non è utilizzata perché richiederebbe enormi forze di contatto a fronte di modeste coppie trasmesse

$$M = F_t \cdot r = N \cdot f \cdot r$$

f = coefficiente di attrito

Angolo d'attrito

Ipotesizzando un coefficiente di attrito di 0,15 (acciaio su acciaio), la componente tangenziale, utile alla trasmissione della coppia, è circa **un settimo** di quella radiale.

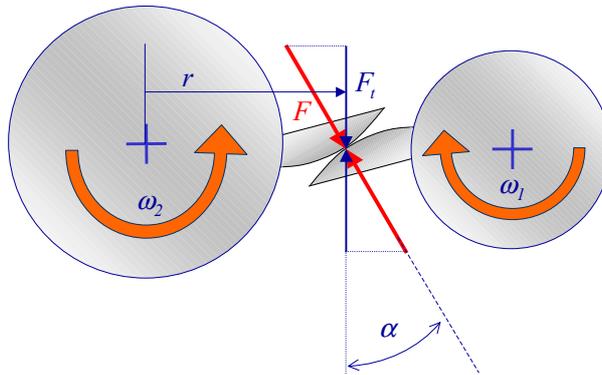


Ingranaggi

Conviene pertanto utilizzare dei profili coniugati che possano trasmettere coppia attraverso **forze normali** alle superfici in contatto e non tangenziali

F_t è la componente "utile" della forza agente sulla superficie in contatto

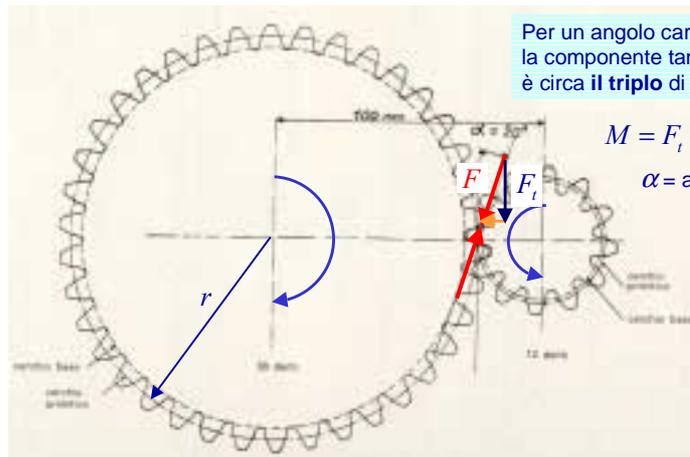
La coppia trasmessa vale: $M = F_t \cdot r = F \cos \alpha \cdot r$



Per valori di α non elevati la componente "utile" F_t è di poco inferiore alla forza F che sollecita la superficie in contatto.

Ingranaggi

La trasmissione per ingranaggi consente di trasferire elevate potenze con alto rendimento ed ampia gamma di velocità, con costruzioni compatte ed affidabili.



Per un angolo caratteristico di 20° , la componente tangenziale è circa **il triplo** di quella radiale.

$$M = F_t \cdot r = F \cdot \cos \alpha \cdot r$$

α = angolo caratteristico

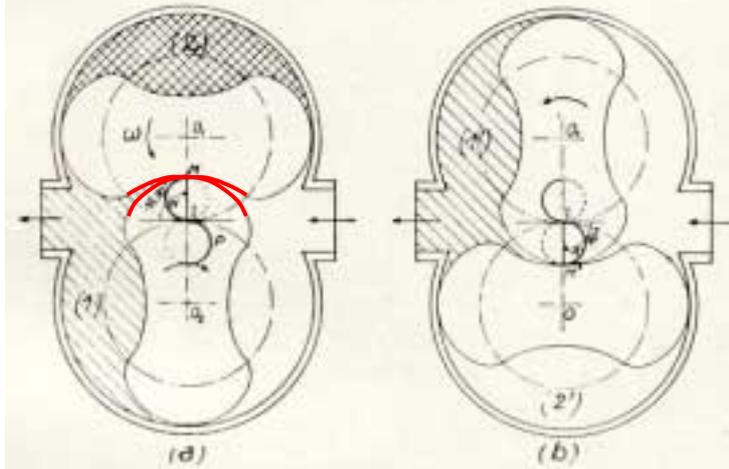
Il movimento può essere trasferito tra assi paralleli, concorrenti o sghembi, con rapporto di trasmissione fisso o variabile in modo discontinuo, anche, in modo ciclico.

Ingranaggi

Negli ingranaggi la trasmissione del moto avviene tra due **profili coniugati** che si scambiano forze normali, a meno di piccole componenti di attrito.

Una classica applicazione dei profili cicloidali sono i compressori volumetrici Root

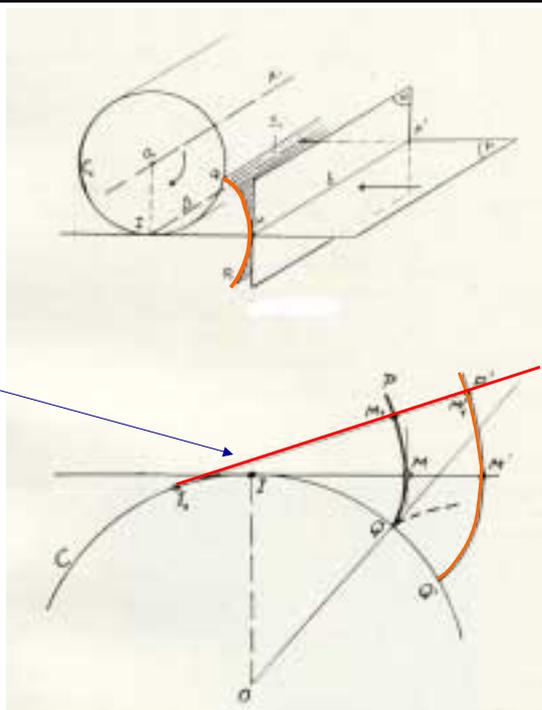
Profilo cicloidale:
ottenuto facendo rotolare una circonferenza sul cerchio base.

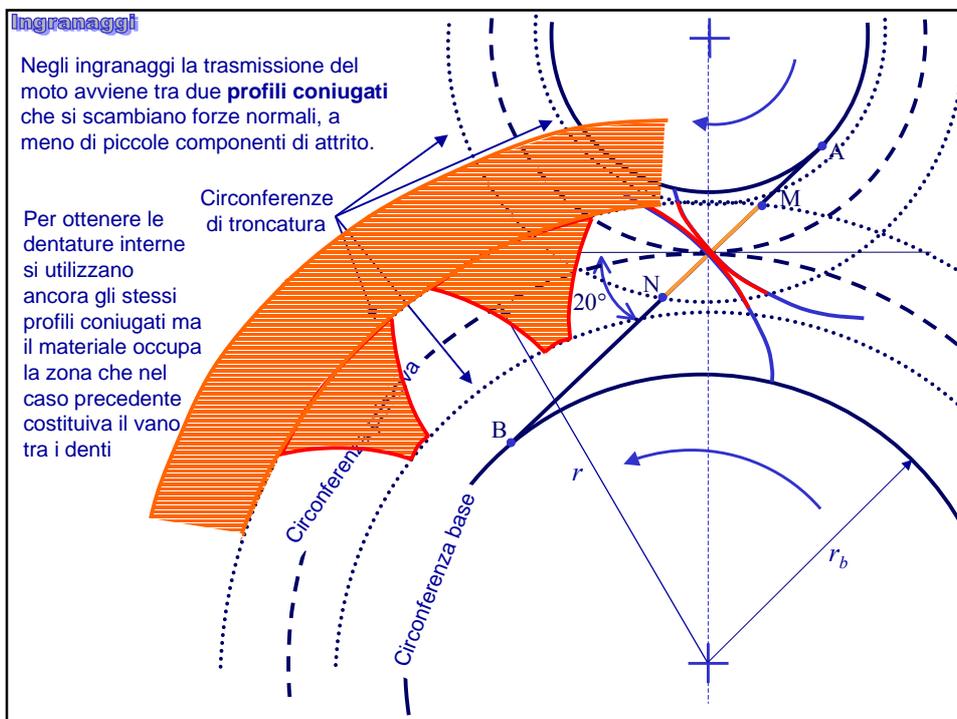
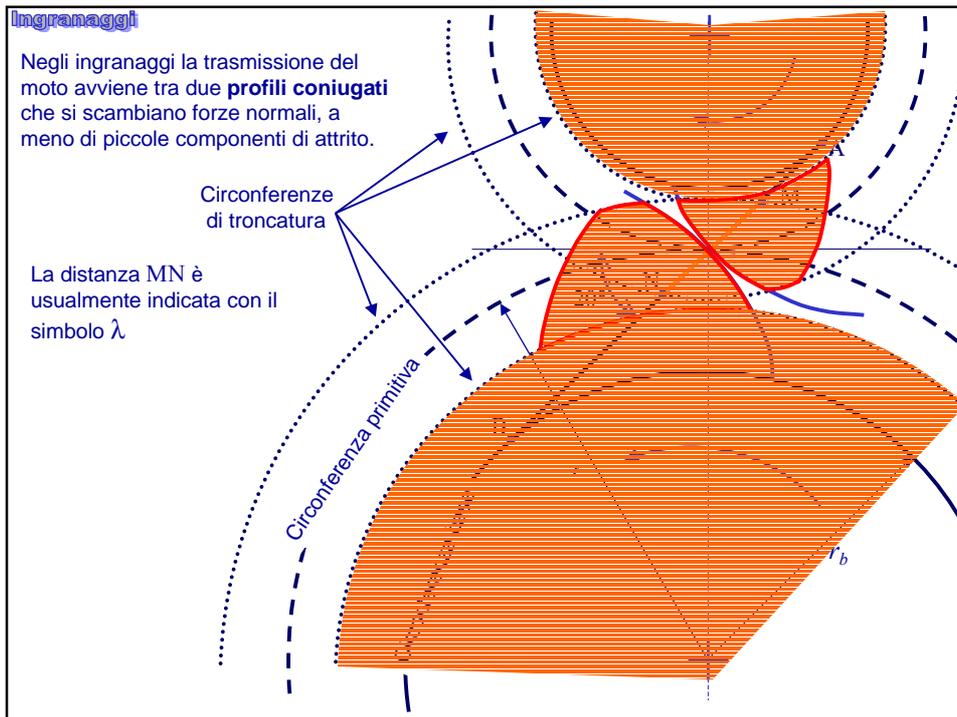


Ingranaggi

Negli ingranaggi la trasmissione del moto avviene tra due **profili coniugati** che si scambiano forze normali, a meno di piccole componenti di attrito.

Profilo ad evolvente:
ottenuto facendo rotolare una retta sul cerchio base.





Ingranaggi Nomenclatura

z = numero di denti d = diametro primitivo

Modulo $m \rightarrow m = p/\pi \rightarrow m = d/z$

↓

Proporzionamento modulare

Addendum $h_a = m$

Dedendum $h_f = 1.25 m$

Altezza del dente $h = 2.25 m$

Raggio di tronatura esterna $r_a = r + h_a$

Raggio di tronatura interna $r_f = r - h_f$

Interasse di funzionamento $i = \frac{z_1 + z_2}{2m}$

Rapporto di trasmissione $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$

Passo $p = \frac{2\pi r}{z}$

Passo base $p_b = \frac{2\pi r_b}{z}$

$r_b = r \cdot \cos \theta$ r raggio primitivo

$p_b = p \cdot \cos \theta$ θ angolo di pressione

Grado di ricoprimento (detto anche rapporto di condotta) $\Gamma = \frac{\lambda}{p_b}$

Perché ci sia continuità del moto deve essere: $\Gamma \geq 1$

Ingranaggi Nomenclatura

z = numero di denti d = diametro primitivo

Modulo $m \rightarrow m = p/\pi \rightarrow m = d/z$

↓

Proporzionamento modulare

Addendum $h_a = m$

Dedendum $h_f = 1.25 m$

Altezza del dente $h = 2.25 m$

Raggio di tronatura esterna $r_a = r + h_a$

Raggio di tronatura interna $r_f = r - h_f$

Interasse di funzionamento $i = \frac{z_1 + z_2}{2m}$

Rapporto di trasmissione $\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$

Passo $p = \frac{2\pi r}{z}$

Passo base $p_b = \frac{2\pi r_b}{z}$

$r_b = r \cdot \cos \theta$ r raggio primitivo

$p_b = p \cdot \cos \theta$ θ angolo di pressione

Grado di ricoprimento (detto anche rapporto di condotta) $\Gamma = \frac{\lambda}{p_b}$

Condizione di non interferenza

$$z_1 \geq \frac{2 \cdot \left(\sqrt{\sin^2 \theta \tau (\tau + 2) + 1} + 1 \right)}{\sin^2 \theta (\tau + 2)}$$

Nella condizione di ingranamento con la dentiera: $r_2 = \infty$ $\tau = r_1/r_2 = 0$ si ha:

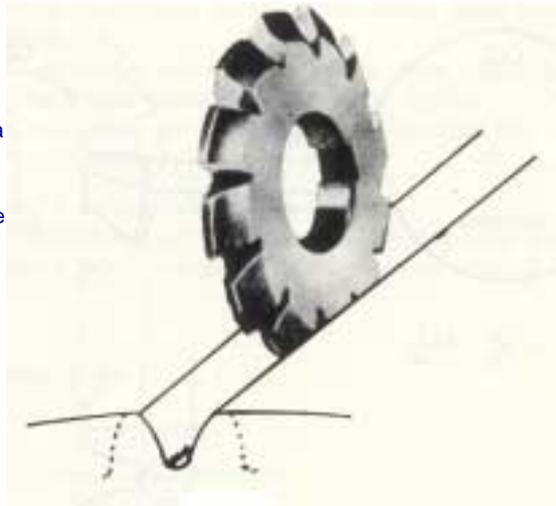
$$z_1 \geq \frac{2}{\sin^2 \theta} \geq 17 \quad \text{per } \theta = 20^\circ$$

Ingranaggi

I vantaggi dei profili ad evolvente sono molti, a cominciare dal modo in cui possono essere costruiti.

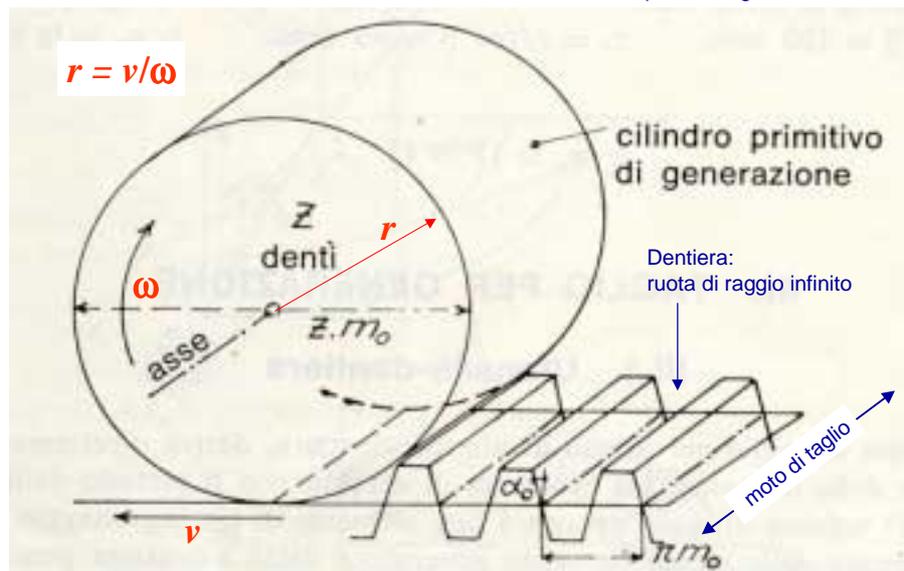
Il modo apparentemente più semplice di realizzare una ruota dentata è quello di asportare il materiale per creare il cavo tra i denti partendo da un tondo il cui diametro sia quello di troncatura esterna della dentatura.

In questo modo però è necessario avere un utensile conformato in modo particolare che sarà utilizzabile solo per costruire ruote con un determinato modulo e diametro.



Ingranaggi

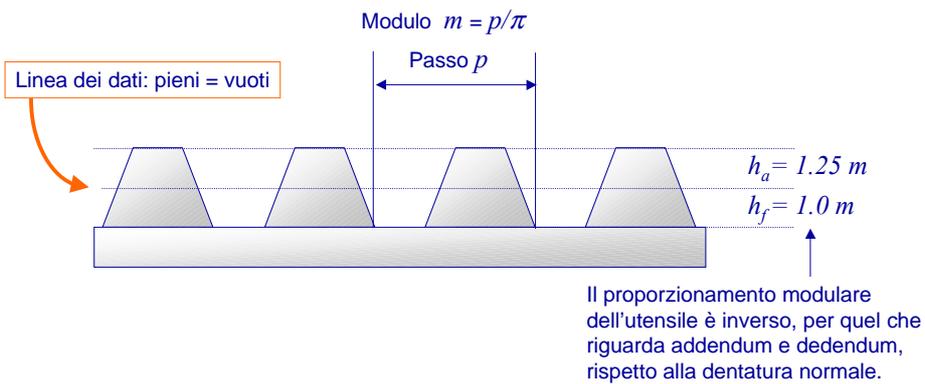
Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per involuppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.



Ingranaggi

Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per inviluppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.

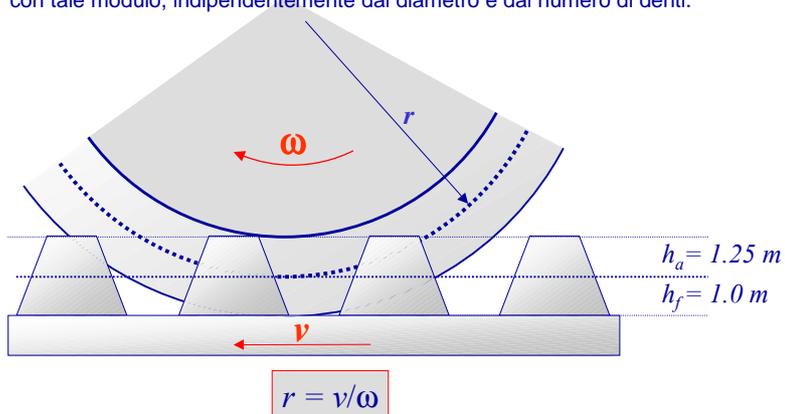
Con una dentiera utensile di modulo m è possibile costruire qualsiasi ruota con tale modulo, indipendentemente dal diametro e dal numero di denti.



Ingranaggi

Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per inviluppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.

Con una dentiera utensile di modulo m è possibile costruire qualsiasi ruota con tale modulo, indipendentemente dal diametro e dal numero di denti.



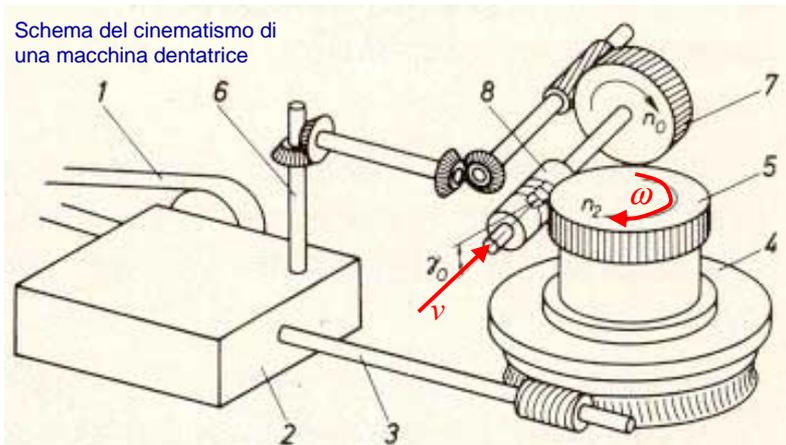
Il diametro della primitiva è stabilito dal rapporto tra la velocità di avanzamento dell'utensile e la velocità di rotazione della ruota da costruire

Ingranaggi

Il rapporto tra la rotazione ω della ruota costruenda e l'avanzamento v della dentiera utensile è stabilito dalla catena cinematica della macchina dentatrice.

$$d = \frac{2v}{\omega} \longleftarrow \frac{v}{\omega} \longleftarrow \text{Imposto dalla cinematica}$$

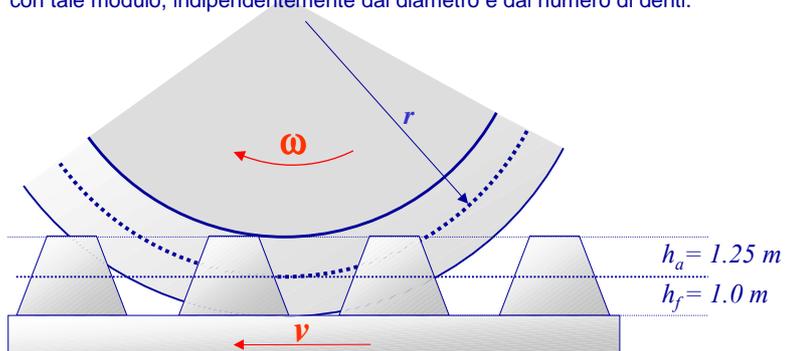
Schema del cinematismo di una macchina dentatrice



Ingranaggi

Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per involuppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.

Con una dentiera utensile di modulo m è possibile costruire qualsiasi ruota con tale modulo, indipendentemente dal diametro e dal numero di denti.



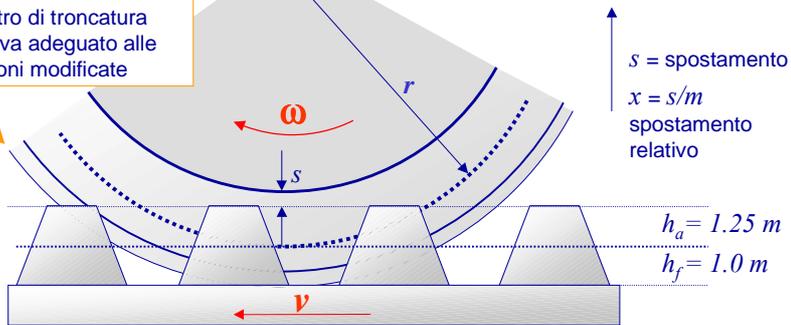
Se, mantenendo costante il rapporto v/ω , la ruota costruenda viene spostata in direzione normale all'utensile, allontanandola o avvicinandola ad esso, la geometria della dentatura ne risulta alterata ma la primitiva rimane invariata.

Ingranaggi

Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per involuppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.

Con una dentiera utensile di modulo m è possibile costruire qualsiasi ruota con tale modulo, indipendentemente dal diametro e dal numero di denti.

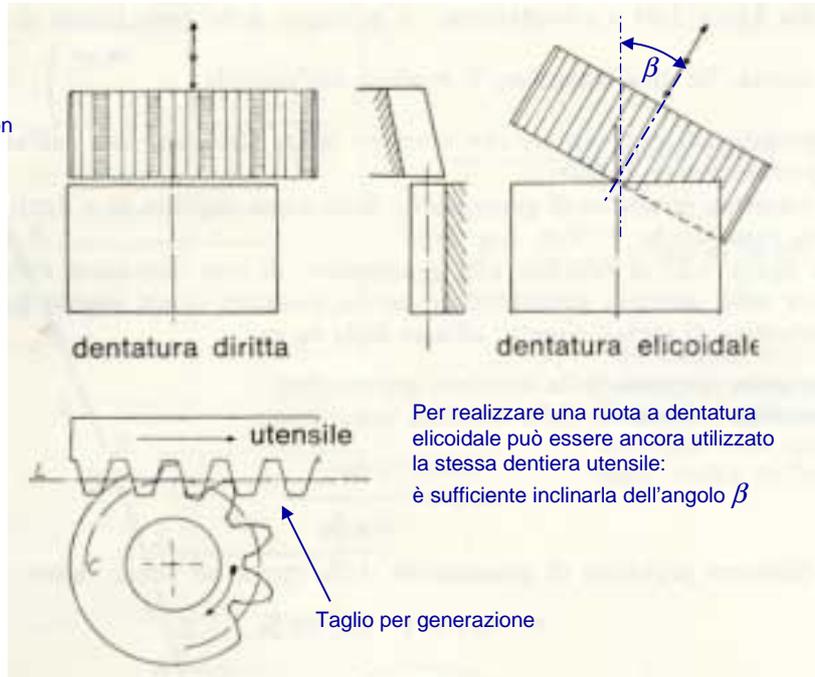
Il diametro di troncatura esterna va adeguato alle dimensioni modificate



Se, mantenendo costante il rapporto v/ω , la ruota costruenda viene spostata in direzione normale all'utensile, allontanandola o avvicinandola ad esso, la geometria della dentatura ne risulta alterata ma la primitiva rimane invariata.

Ingranaggi

Taglio per generazione di ruote cilindriche con profili ad evolvente di cerchio.



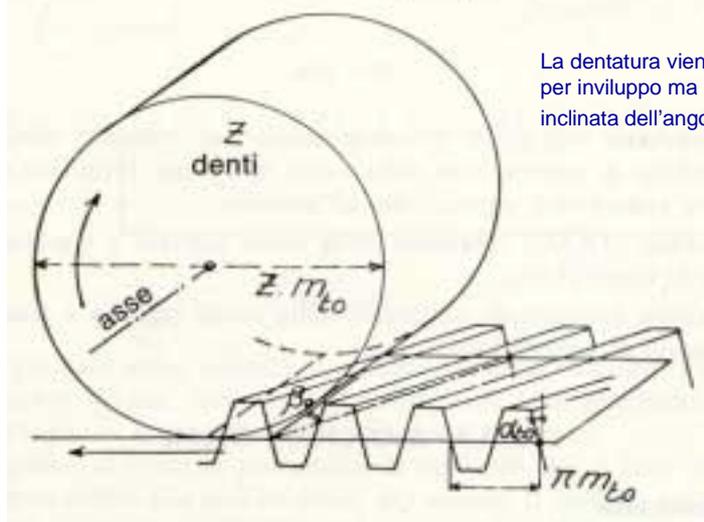
Per realizzare una ruota a dentatura elicoidale può essere ancora utilizzato la stessa dentiera utensile: è sufficiente inclinarla dell'angolo β

Ingranaggi

Un grande vantaggio della profilatura ad evolvente di cerchio consiste nella possibilità di realizzare i denti **per involuppo**, ovvero con un movimento mutuo tra utensile e ruota simile a quello di ingranamento.

$$z \cdot m_{t0} = z \cdot m_0 / \cos \beta_0$$

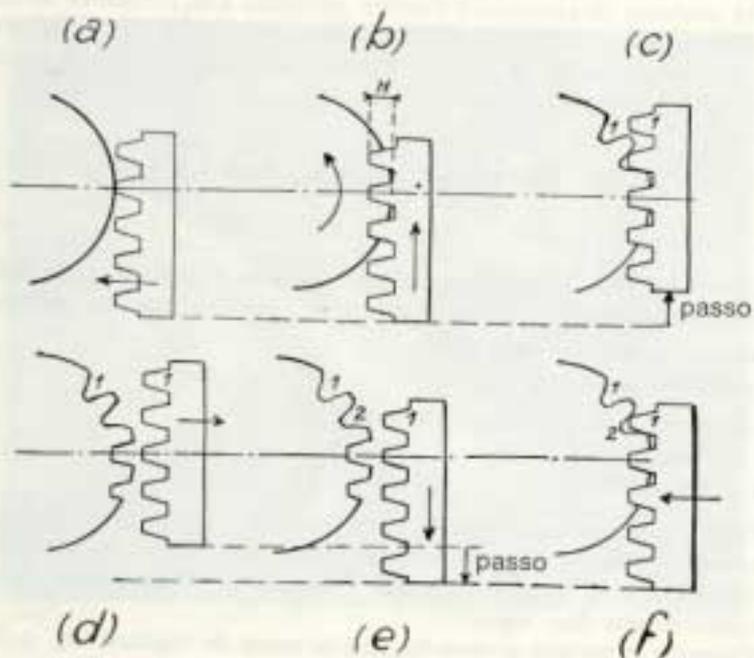
Taglio di una ruota cilindrica a denti elicoidali



La dentatura viene ancora creata per involuppo ma la dentiera è inclinata dell'angolo β .

Ingranaggi

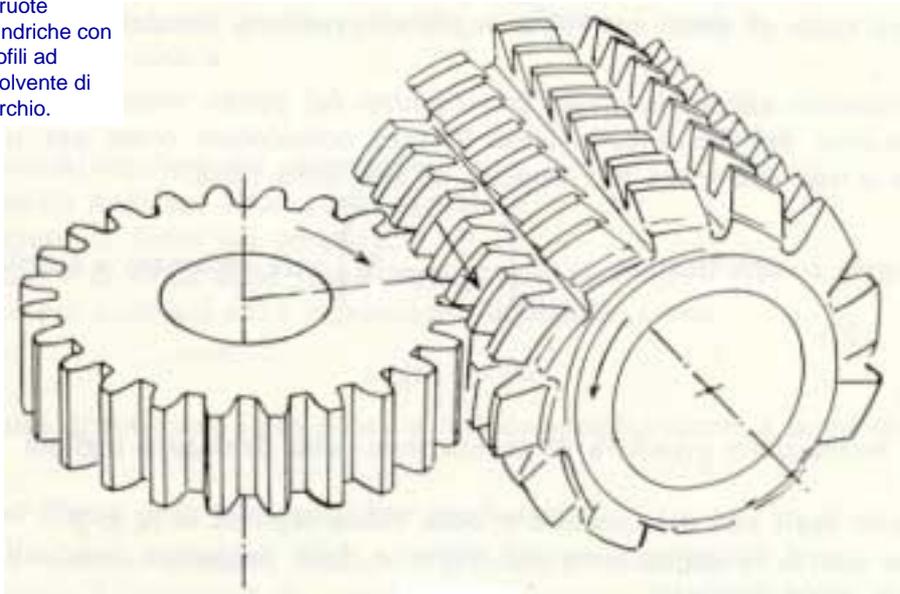
Taglio per generazione di ruote cilindriche con profili ad evolvente di cerchio.



Ingranaggi

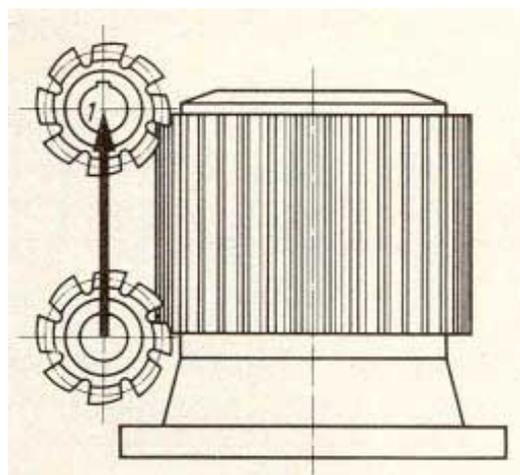
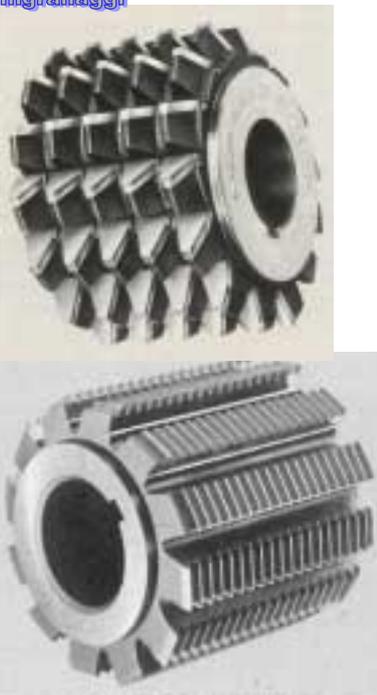
Taglio per generazione di ruote cilindriche con profili ad evolvente di cerchio.

Il taglio è oggi generalmente eseguito con un utensile rotante detto "creatore".



Ingranaggi

I fianchi dei denti del "creatore" sono equivalenti ad una dentiera utensile.

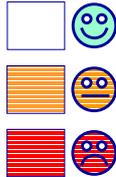


Moto di taglio del "creatore"

Ingranaggi

Ad ogni valore del modulo con il quale si vuol costruire una ruota dentata corrisponde un utensile. È evidente, quindi, che conviene normalizzare i valori del modulo.

Nella tabella sono riportati i valori normalizzati tra 1 e 20 mm.



I colori contraddistinguono i valori consigliati, sconsigliati o fortemente sconsigliati.

Dimensioni normalizzate in mm

1	1.125	1.25	1.375	1.50
1.75	2	2.25	2.5	2.75
3	3.25	3.5	3.75	4
4.5	5	5.5	6	6.5
7	8	9	10	11
12	14	16	18	20

Ingranaggi

Il progetto o la verifica di una coppia di ruote dentate, dal punto di vista della resistenza strutturale, si basa sulla valutazione delle possibili avarie.

Quelle che più frequentemente si verificano nell'esercizio delle trasmissioni di potenza per ingranaggi sono:

- 1) **L'erosione superficiale** per eccessiva pressione di contatto tra i fianchi dei denti: il cosiddetto fenomeno del "pitting".
- 2) **La rottura a fatica per flessione** del dente.
- 3) **L'eccessivo surriscaldamento della zona di contatto** tra i denti a causa di insufficiente lubrificazione che comporta microfusione locali, con profonda alterazione della geometria delle superfici coniugate.

Ingranaggi

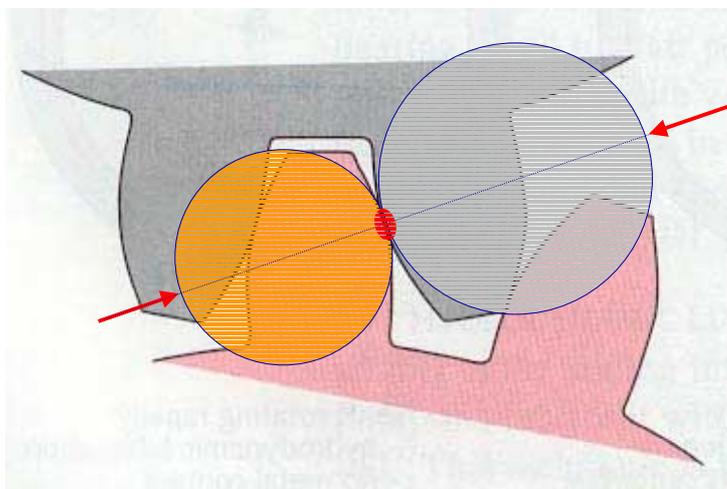
Dimensionamento in base alla pressione di contatto

Il progetto consiste nel calcolare le dimensioni delle ruote in modo da limitare la pressione di contatto tra i fianchi dei denti ad un valore ammissibile in base alle caratteristiche del materiale ed alla durata prevista.

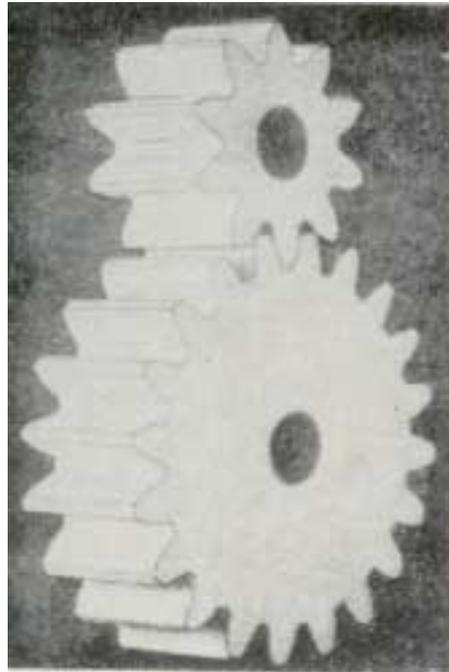
Ingranaggi

Dimensionamento in base alla pressione di contatto

Per la valutazione della pressione di contatto si utilizza la teoria di Hertz.
Il comportamento dei fianchi dei denti è rappresentato, in modo approssimato, dai due cilindri osculatori che hanno, nella zona di contatto, la stessa curvatura dei profili coniugati.



Ingranaggi cilindrici a denti dritti



In base alla teoria di Hertz la massima tensione di contatto che si genera tra due cilindri di lunghezza indefinita è data dalla relazione:

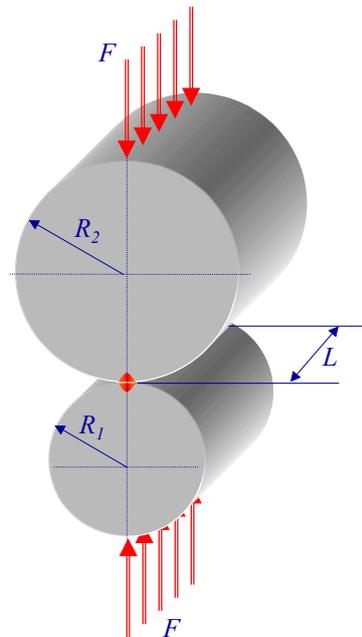
$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

dove $q = \frac{F}{L}$

R_1 ed R_2 sono i raggi dei cilindri a contatto

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

è il modulo di elasticità a contrazione laterale impedita



In base alla teoria di Hertz la massima tensione di contatto che si genera tra due cilindri di lunghezza indefinita è data dalla relazione:

$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

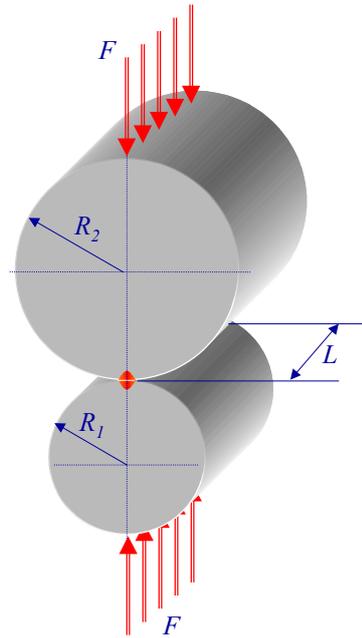
$$q = \frac{F}{L}$$

I moduli di elasticità vengono raggruppati in un'unica quantità:

$$K_E = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

Se il materiale delle due ruote è lo stesso: $E'_1 = E'_2$

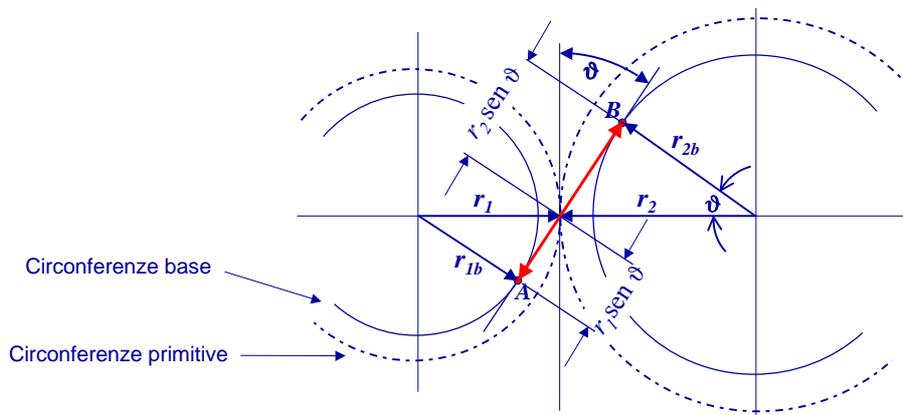
$$K_E = \frac{E'}{2\pi}$$

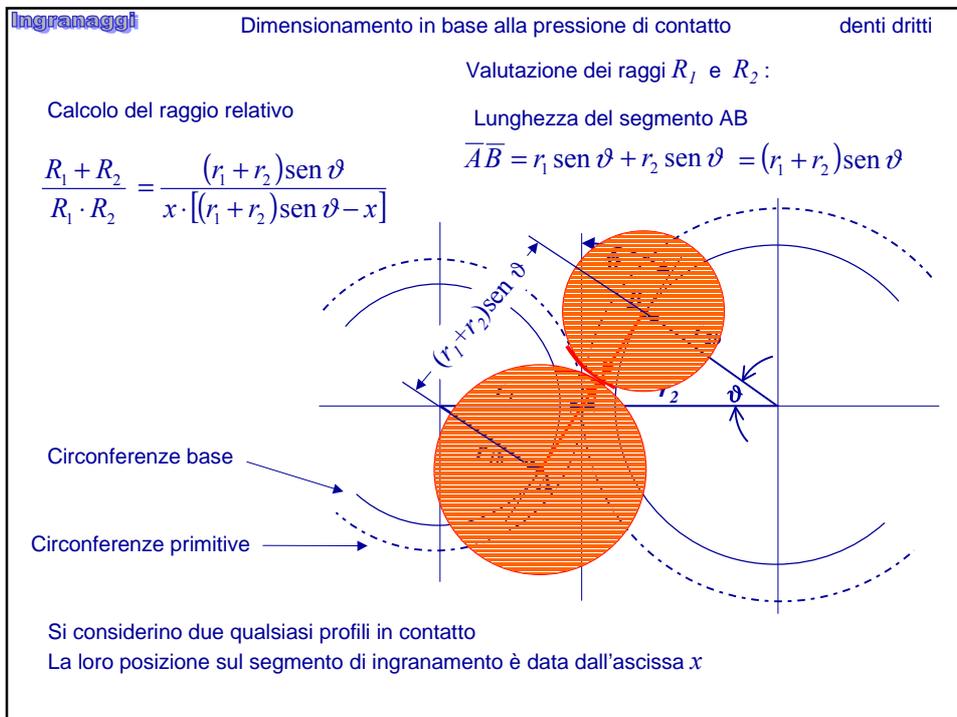
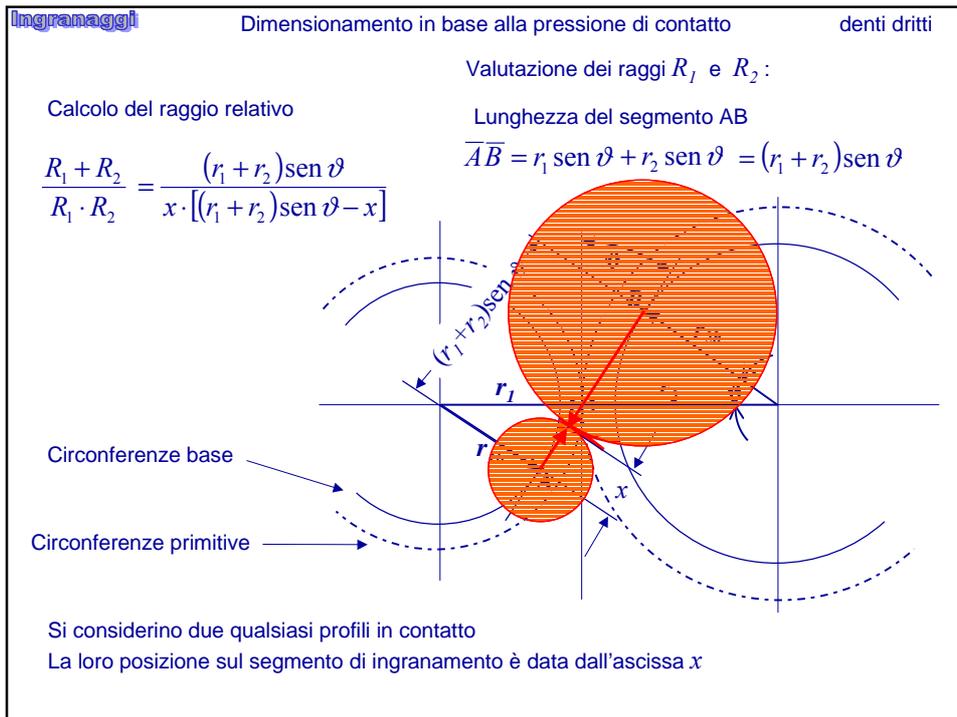


Valutazione dei raggi R_1 e R_2 :

Lunghezza del segmento AB

$$\overline{AB} = r_1 \sin \vartheta + r_2 \sin \vartheta$$





Valutazione dei raggi R_1 e R_2 :

Lunghezza del segmento AB

$$\overline{AB} = r_1 \operatorname{sen} \vartheta + r_2 \operatorname{sen} \vartheta = (r_1 + r_2) \operatorname{sen} \vartheta$$

Calcolo del raggio relativo

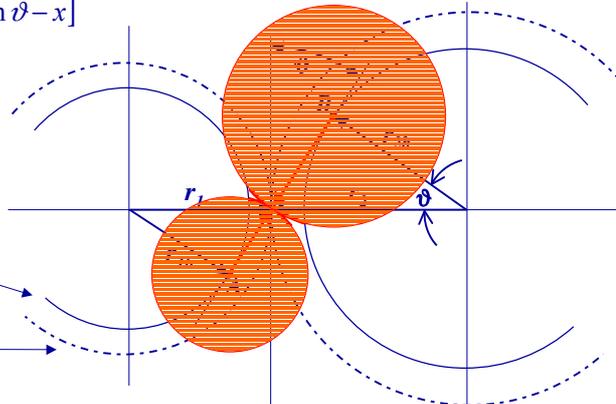
$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{(r_1 + r_2) \operatorname{sen} \vartheta}{x \cdot [(r_1 + r_2) \operatorname{sen} \vartheta - x]}$$

$$\frac{(r_1 + r_2) \operatorname{sen} \vartheta}{r_1 \operatorname{sen} \vartheta \cdot r_2 \operatorname{sen} \vartheta}$$

$$\frac{(r_1 + r_2)}{r_1 r_2 \operatorname{sen} \vartheta}$$

Circonferenze base

Circonferenze primitive

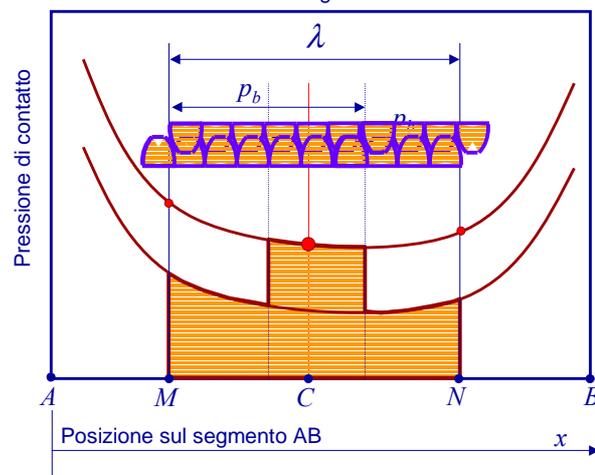


Quando i due profili si trovano nel punto C di tangenza tra le primitive nell'espressione del raggio relativo si elimina l'incognita x

Calcolo del raggio relativo

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{(r_1 + r_2)}{r_1 r_2 \operatorname{sen} \vartheta}$$

Andamento della pressione di contatto durante l'ingranamento



Ingrenaggi Dimensionamento in base alla pressione di contatto denti dritti

$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

$$\sigma_H^2 = K_E \cdot \frac{F}{L} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1 \cdot r_2 \cdot \sin \vartheta}$$

$$\sigma_H^2 = K_E \cdot \frac{F_C}{L \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta} \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1 \cdot r_2}$$

$$\sigma_H^2 = K_E \cdot \frac{2F_C}{L \cdot \sin(2\vartheta)} \cdot \frac{2(1+\tau)}{d_1}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{F_C}{L} \cdot \frac{(1+\tau)}{d_1}$$

$$q = \frac{F}{L}$$

$$K_E = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{(r_1 + r_2)}{r_1 r_2 \sin \vartheta}$$

$$F = \frac{F_C}{\cos \vartheta}$$

$$\tau = \frac{r_1}{r_2}$$

Ingrenaggi Dimensionamento in base alla pressione di contatto denti dritti

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{F_C}{L} \cdot \frac{(1+\tau)}{d_1}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{F_C}{\varphi} \cdot \frac{(1+\tau)}{d_1^2}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 \varphi} \cdot \frac{(1+\tau)}{d_1^3}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 \varphi} \cdot \frac{(1+\tau)}{m^3 z_1^3}$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{4K_E}{\sin(2\vartheta)} \cdot \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 \varphi} \cdot \frac{(1+\tau)}{z_1^3 \sigma_0^2}}$$

$\varphi = \frac{L}{d}$ $L = \varphi d$

Basso valore di φ Alto valore di φ

il valore di φ è generalmente compreso tra 0.5 ed 1

È conveniente esprimere la forza tangenziale F_C in funzione della potenza da trasmettere W

$$F_C = \frac{W}{\omega_1} \cdot \frac{2}{d_1} = \frac{60 \cdot W}{2\pi n_1} \cdot \frac{2}{d_1} = \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 d_1}$$

Può essere conveniente, infine, esprimere il diametro attraverso il modulo ed il numero di denti:

$$m = d / z$$

Ingranaggi Dimensionamento in base alla pressione di contatto denti dritti

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\text{sen}(2\vartheta)} \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 \varphi} \frac{(1+\tau)}{d_1^3}$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{4K_E}{\text{sen}(2\vartheta)} \frac{60 \cdot W}{\pi n_1 \varphi} \frac{(1+\tau)}{z_1^3 \sigma_0^2}}$$

$$\sigma_0 = \frac{HB}{3} \left(\frac{10^7}{60 \cdot n_1 \cdot h} \right)^{\frac{3}{10}}$$

$$z_{1\min} = \frac{2(1-x)}{\text{sen}^2 \vartheta}$$

$$\tau = \frac{z_1}{z_2}$$

z_2 deve essere un numero intero

$m \xrightarrow{\text{unificazione}} m_u \longrightarrow d_{1u}$

Diametro pignone d_1
 Diametro ruota d_2
 Larghezza fascia dentata L
 Interasse i
 Eventuale spostamento relativo x

Ingranaggi Dimensionamento in base alla pressione di contatto

Ingranaggi cilindrici a denti elicoidali

La teoria di Hertz può essere ancora utilizzata nel caso di dentature elicoidali.

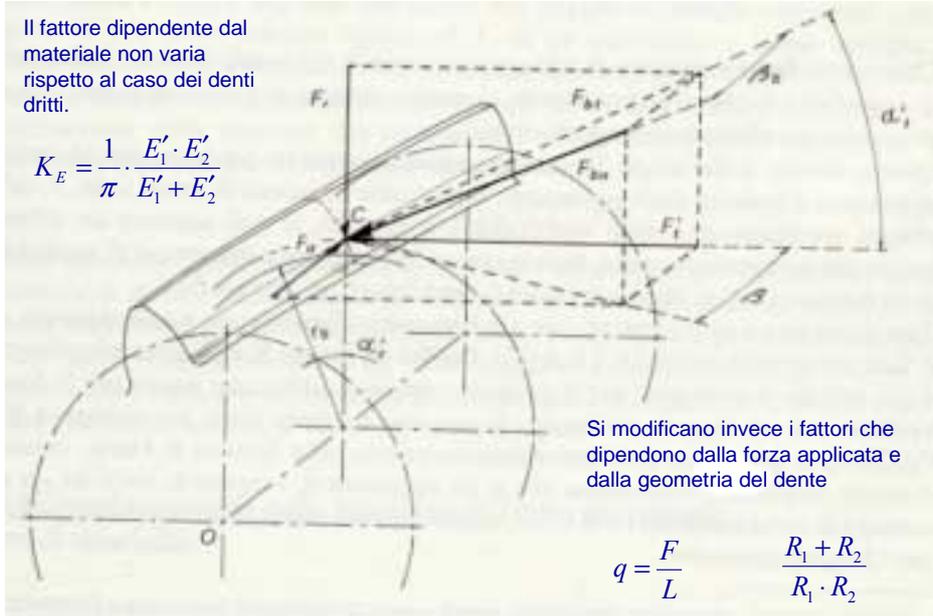
$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$

Formalmente la relazione di progetto è diversa da quella ricavata nel caso di dentatura dritta, essendo diversa la geometria del contatto.



Il fattore dipendente dal materiale non varia rispetto al caso dei denti dritti.

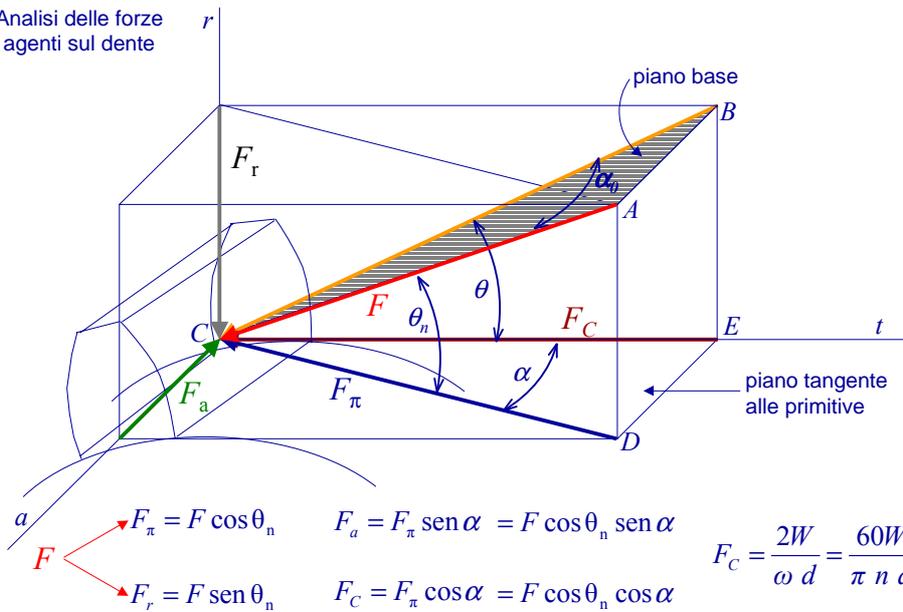
$$K_E = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2}$$



Si modificano invece i fattori che dipendono dalla forza applicata e dalla geometria del dente

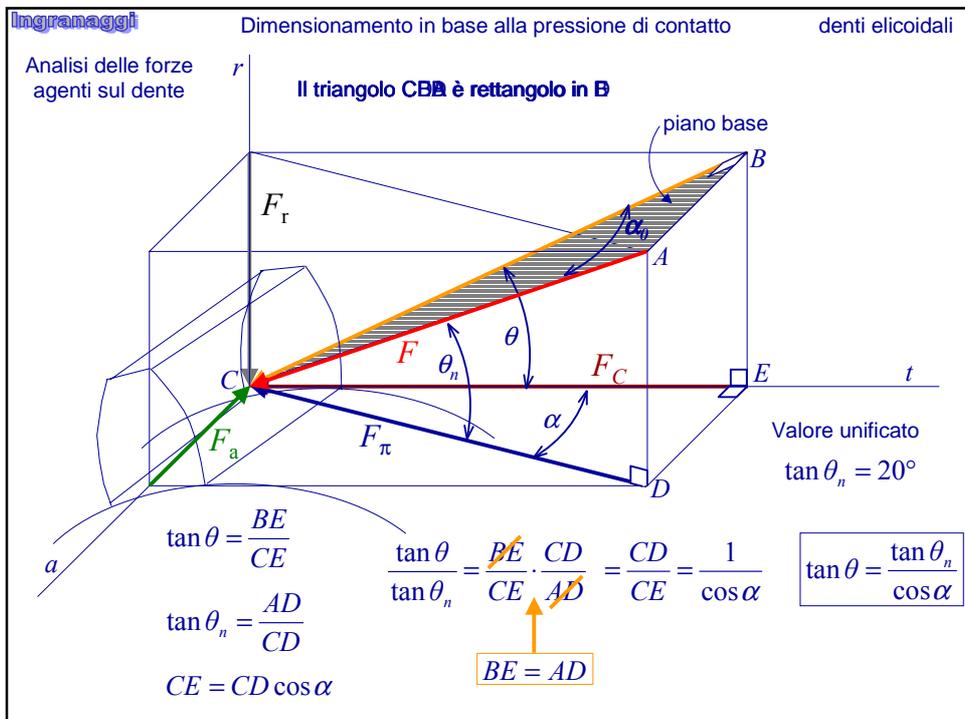
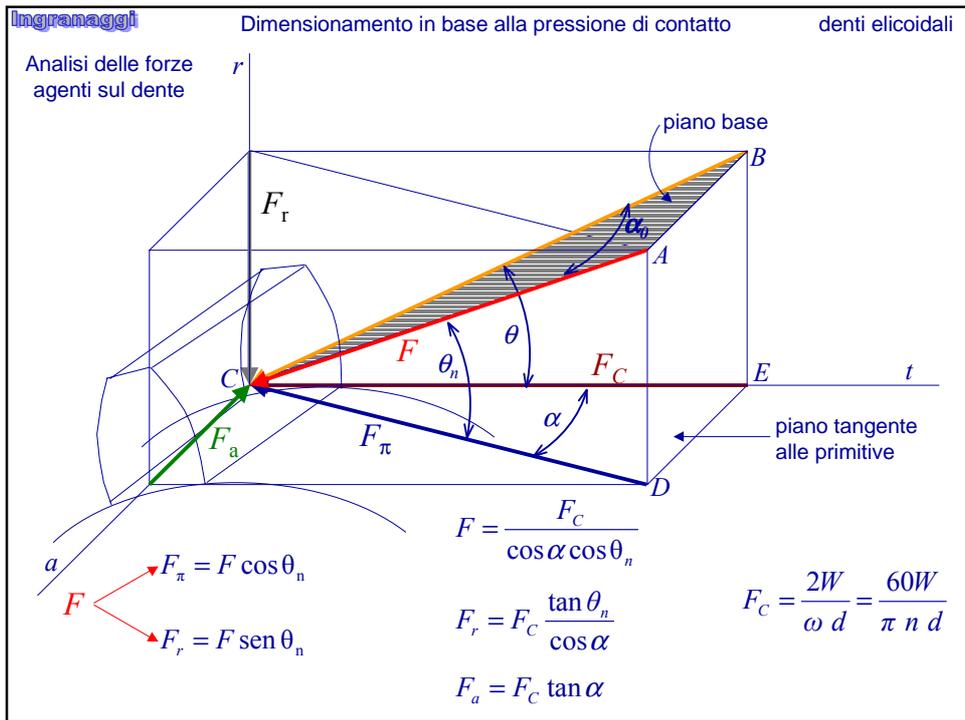
$$q = \frac{F}{L} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

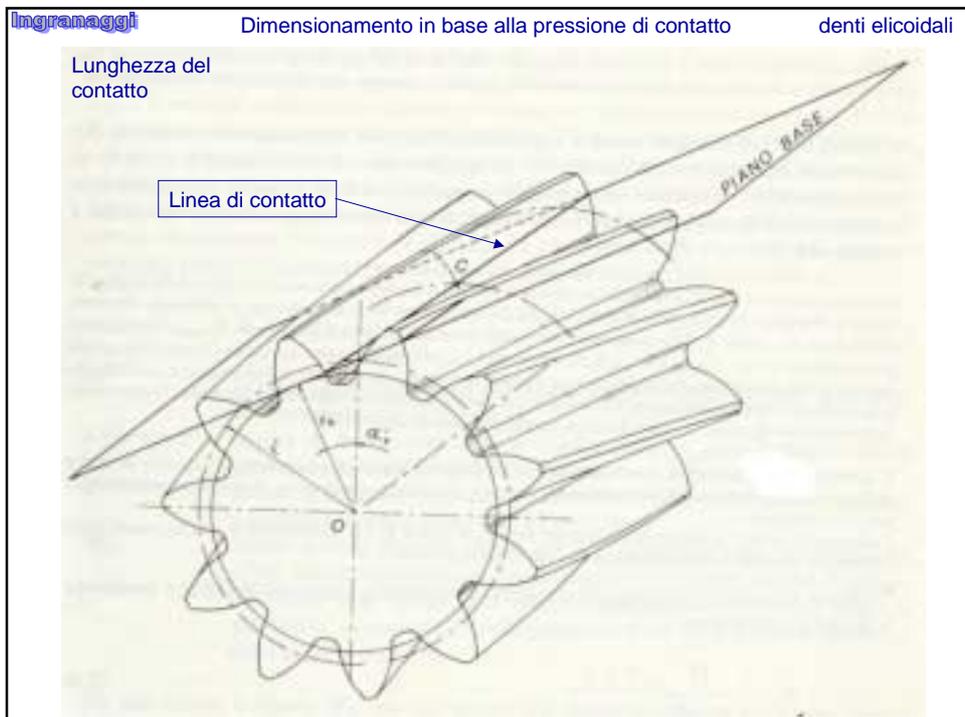
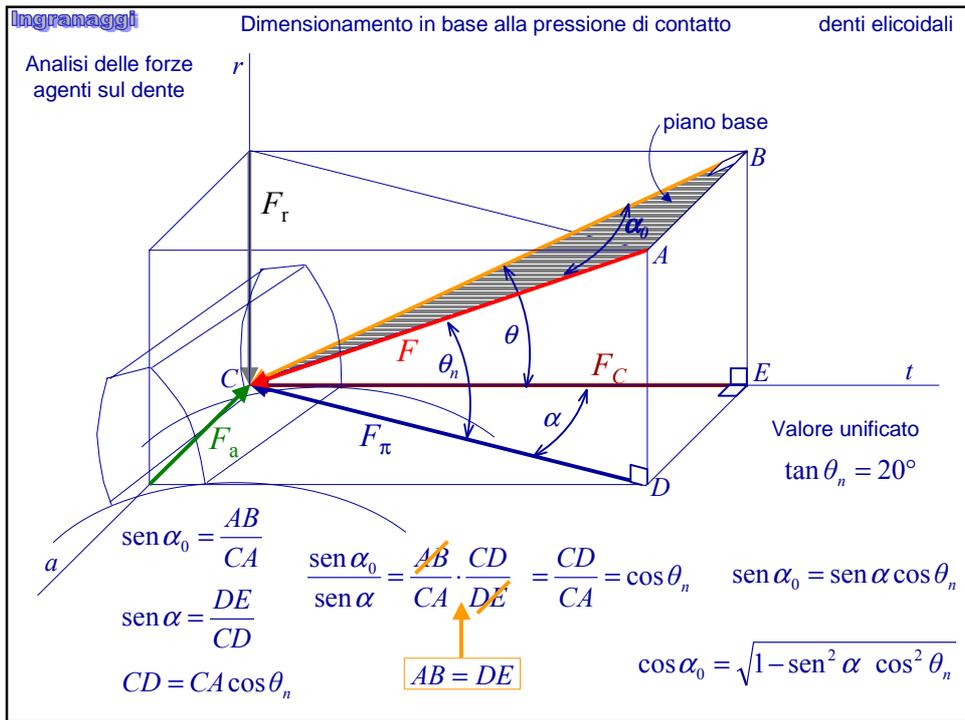
Analisi delle forze agenti sul dente

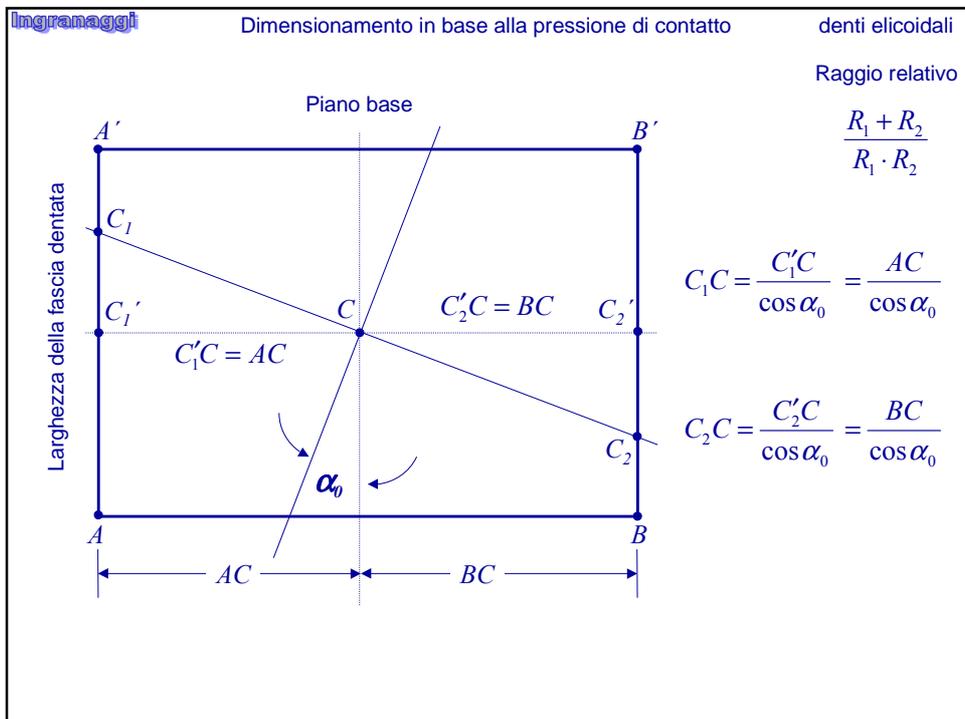
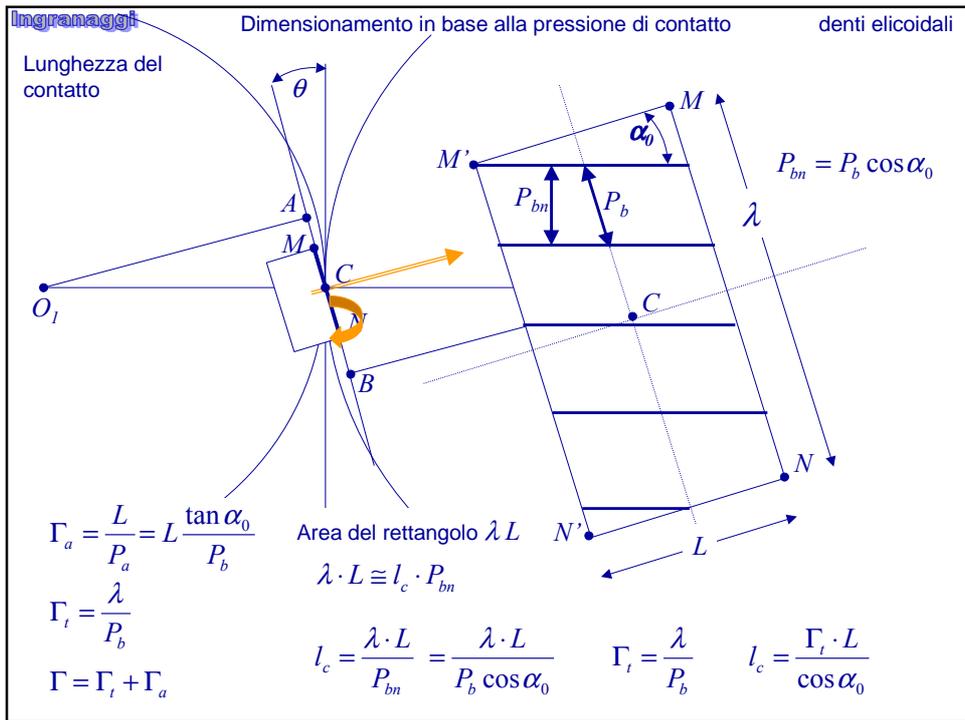


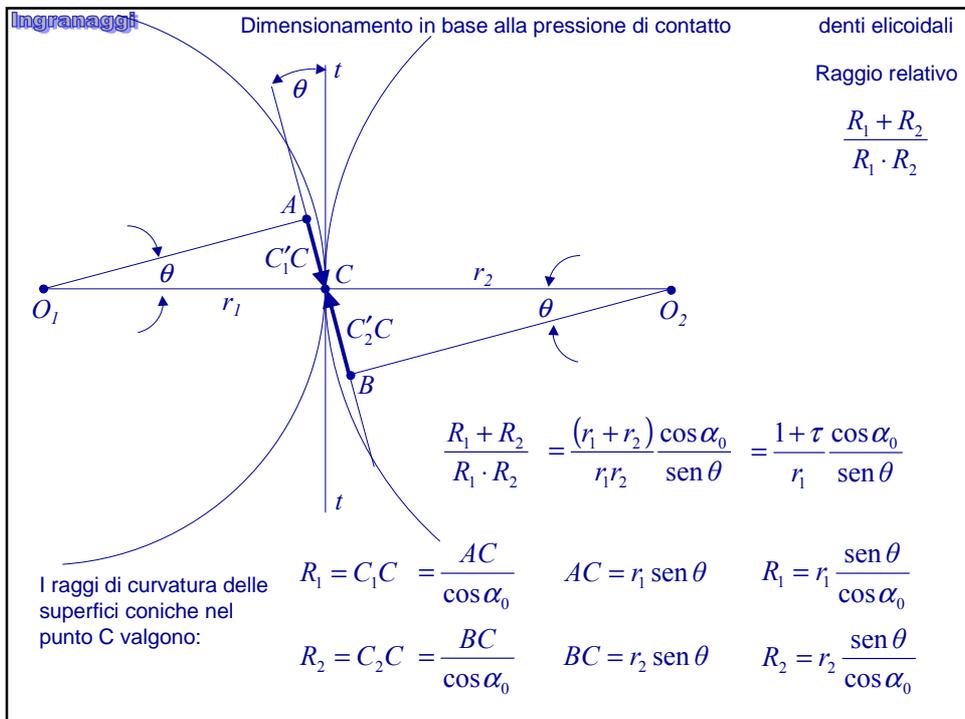
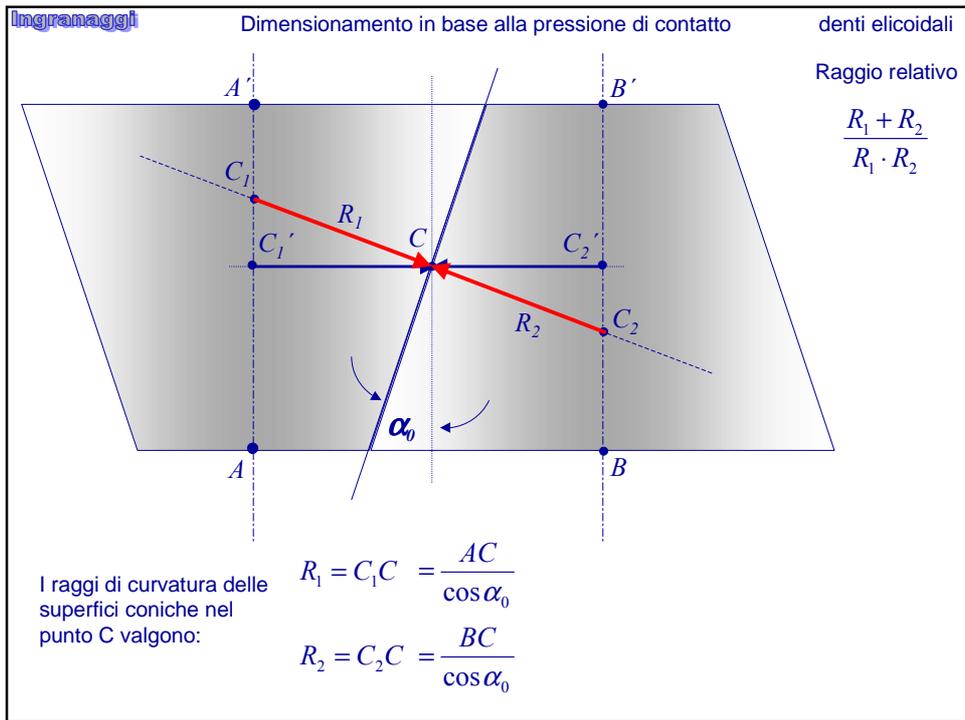
$$\begin{aligned}
 F_\pi &= F \cos \theta_n & F_a &= F_\pi \sin \alpha = F \cos \theta_n \sin \alpha \\
 F_r &= F \sin \theta_n & F_C &= F_\pi \cos \alpha = F \cos \theta_n \cos \alpha
 \end{aligned}$$

$$F_C = \frac{2W}{\omega d} = \frac{60W}{\pi n d}$$









$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2} \longrightarrow \sigma_H^2 = K_E \frac{F_C \cos^2 \alpha_0}{\Gamma_t L \cos \theta_n \cos \alpha} \frac{(1 + \tau)}{r_1 \sin \theta}$$

$$q \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{F_C}{\cos \alpha \cos \theta_n} \\ l_c = \frac{\Gamma_t \cdot L}{\cos \alpha_0} \end{cases} \quad \begin{matrix} \sin \theta = \frac{\sin \theta_n}{\cos \alpha_0} \\ r_1 = \frac{d_1}{2} \end{matrix}$$

$$q = \frac{F_C \cos \alpha_0}{\Gamma_t L \cos \theta_n \cos \alpha} \quad \sigma_H^2 = K_E \frac{F_C \cos^3 \alpha_0}{\Gamma_t L \sin \theta_n \cos \theta_n \cos \alpha} \frac{2(1 + \tau)}{d_1}$$

$$K_E = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2} \quad 2 \sin \theta_n \cos \theta_n = \sin(2\theta_n)$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{1 + \tau \cos \alpha_0}{r_1 \sin \theta} \quad \sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\theta_n)} \frac{F_C \cos^3 \alpha_0}{L d_1 \cos \alpha} \frac{(1 + \tau)}{\Gamma_t}$$

$$F_C = \frac{2W}{\omega d} = \frac{60W}{\pi n d} \quad \sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\theta_n)} \frac{F_C}{L d_1} \Phi \frac{(1 + \tau)}{\Gamma_t}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{q}{\pi} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2} \longrightarrow \sigma_H^2 = K_E \frac{F_C \cos^2 \alpha_0}{\Gamma_t L \cos \theta_n \cos \alpha} \frac{(1 + \tau)}{r_1 \sin \theta}$$

$$q \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{F_C}{\cos \alpha \cos \theta_n} \\ l_c = \frac{\Gamma_t \cdot L}{\cos \alpha_0} \end{cases} \quad \sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\sin(2\theta_n)} \frac{F_C}{L d_1} \Phi \frac{(1 + \tau)}{\Gamma_t}$$

$$q = \frac{F_C \cos \alpha_0}{\Gamma_t L \cos \theta_n \cos \alpha} \quad \Phi = \frac{\cos^3 \alpha_0}{\cos \alpha}$$

$$K_E = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{E'_1 \cdot E'_2}{E'_1 + E'_2} \quad \cos \alpha_0 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \theta_n}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{1 + \tau \cos \alpha_0}{r_1 \sin \theta} \quad \sin \alpha_0 = \sin \alpha \cos \theta_n$$

$$F_C = \frac{2W}{\omega d} = \frac{60W}{\pi n d} \quad \Phi(\theta_n, \alpha) = (1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \theta_n) \sqrt{1 + \sin^2 \theta_n \tan^2 \alpha}$$

Relazione di progetto / verifica

$$\sigma_H^2 = \frac{4K_E}{\text{sen}(2\theta_n)} \frac{F_C}{Ld_1} \Phi \frac{(1+\tau)}{\Gamma_t} \qquad F_C = \frac{2W}{\omega d} = \frac{60W}{\pi n d}$$

Condizione sul numero di denti del pignone

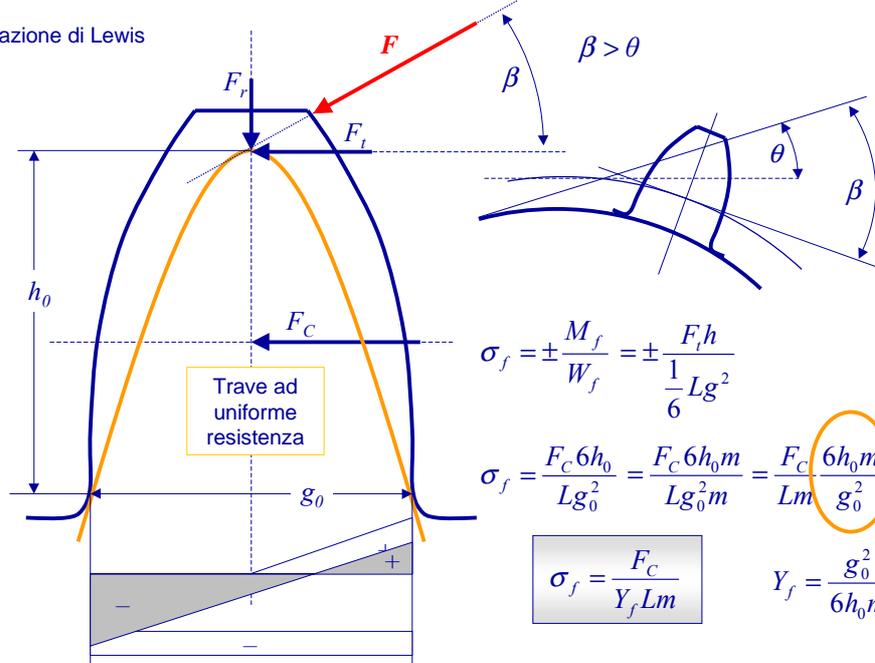
$$z_1 \geq \frac{2(1-x)}{\text{sen}^2 \theta_n} \cos \alpha (1 - \text{sen}^2 \alpha \cos^2 \theta_n)$$

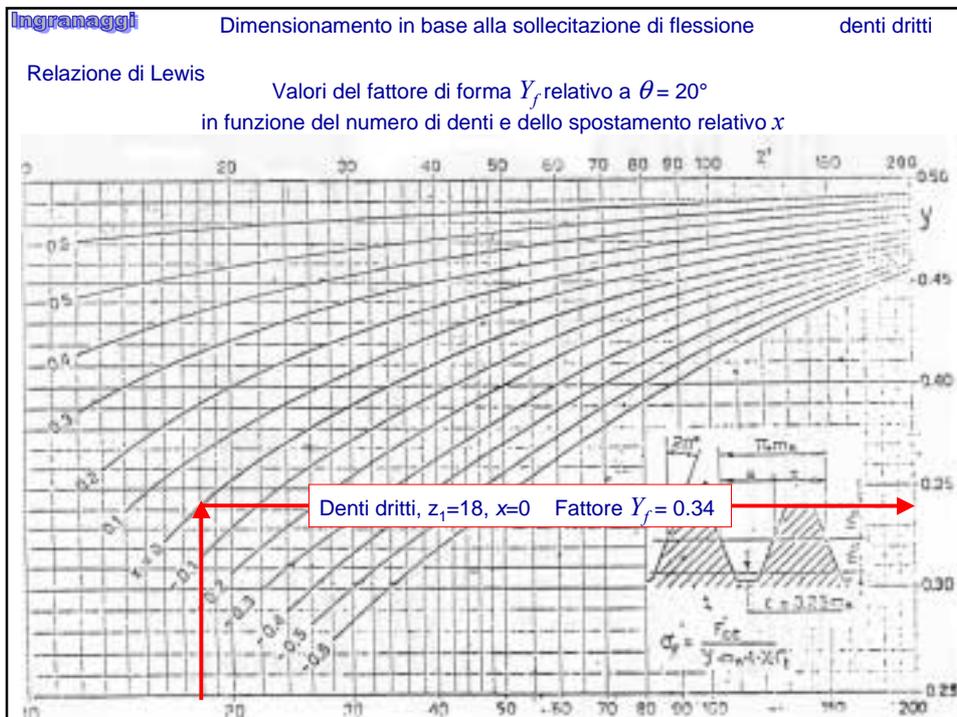
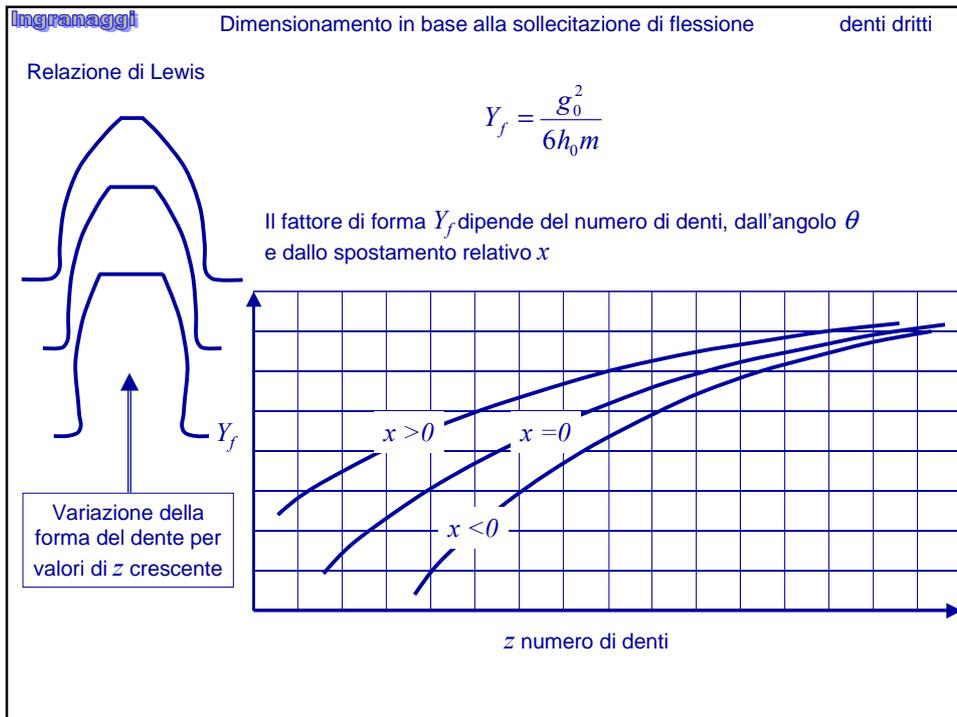
Grado di ricoprimento trasversale

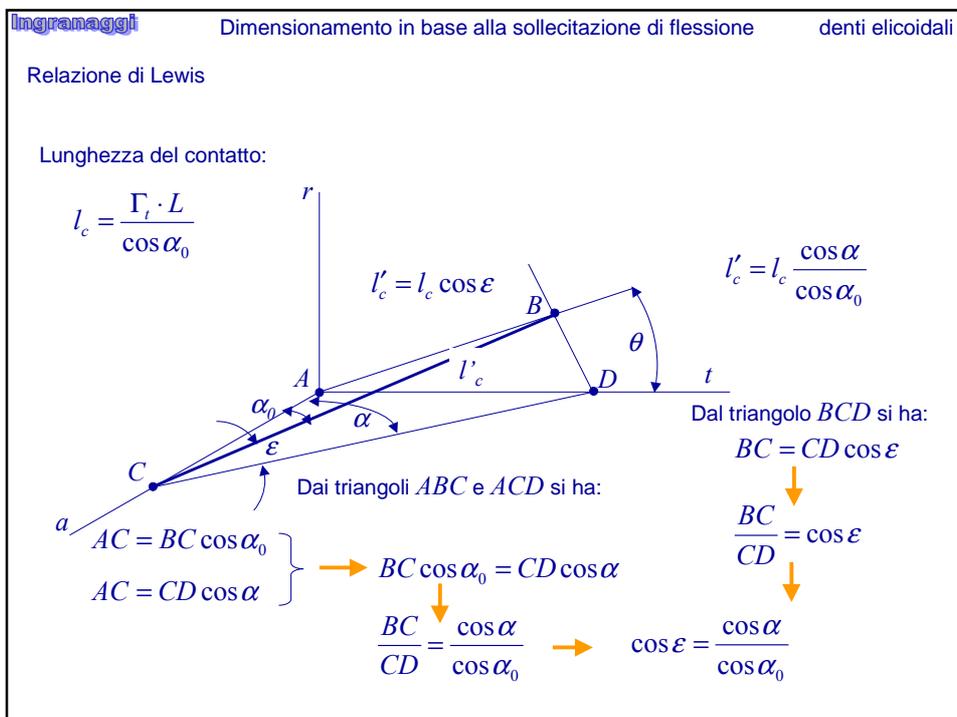
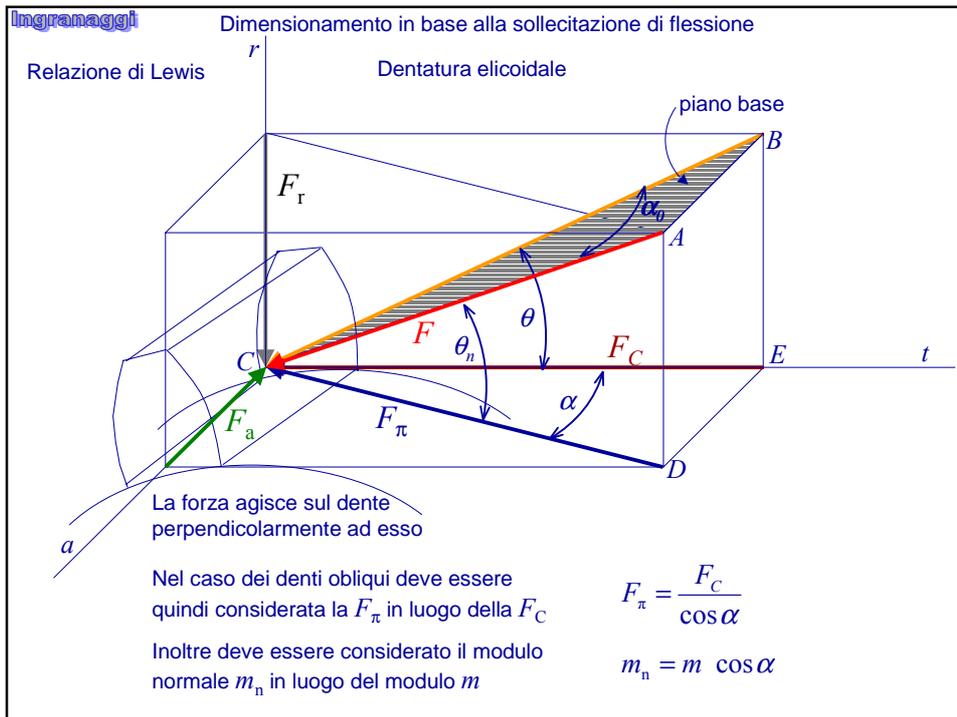
$$\Gamma_t = \frac{\sqrt{(z_1 + 2 \cos \alpha)^2 - z_1^2 \cos^2 \theta} + \sqrt{(z_2 + 2 \cos \alpha)^2 - z_2^2 \cos^2 \theta} - (z_1 + z_2) \text{sen} \theta}{2\pi \cos \theta}$$

$$\text{sen} \theta = \frac{\text{sen} \theta_n}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha \cos^2 \theta_n}} \qquad \cos \theta = \frac{\cos \alpha \cos \theta_n}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha \cos^2 \theta_n}}$$

Relazione di Lewis







Relazione di Lewis

$$\sigma_f = \frac{F_C}{Y_f L m} \quad \longrightarrow \quad \sigma_f = \frac{F_\pi}{Y_f l'_c m_n} \quad \longrightarrow \quad \sigma_f = \frac{F_C}{Y_f \Gamma_t L m_n} \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \alpha}$$

$$F_\pi = \frac{F_C}{\cos \alpha}$$

$$m_n = m \cos \alpha$$

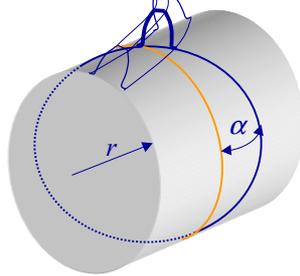
$$\left. \begin{aligned} l'_c &= l_c \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0} \\ l_c &= \frac{\Gamma_t L}{\cos \alpha_0} \end{aligned} \right\} l'_c = \frac{\Gamma_t L \cos \alpha}{\cos^2 \alpha_0}$$

$$\sigma_f = \frac{F_C}{Y_f \Gamma_t L m_n} \Psi(\alpha, \theta_n)$$

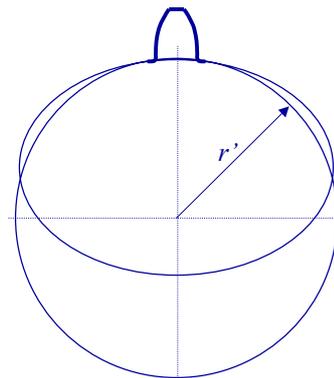
$$\Psi(\theta_n, \alpha) = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \theta_n}{\cos^2 \alpha}$$

Nel caso dei denti elicoidali il fattore di forma Y_f può ancora essere ricavato dalle curve relative ai denti dritti, purché si utilizzi un numero di denti fittizio z'

Cilindro primitivo



$$r' = \frac{r}{\cos^2 \alpha}$$



$$z' = \frac{d'}{m'} = \frac{d}{m_n \cos^2 \alpha} \quad m_n = m \cos \alpha$$

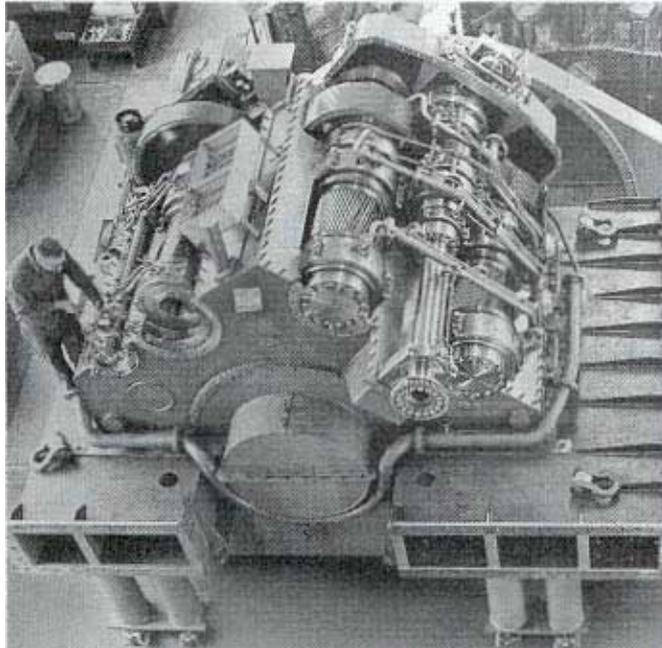
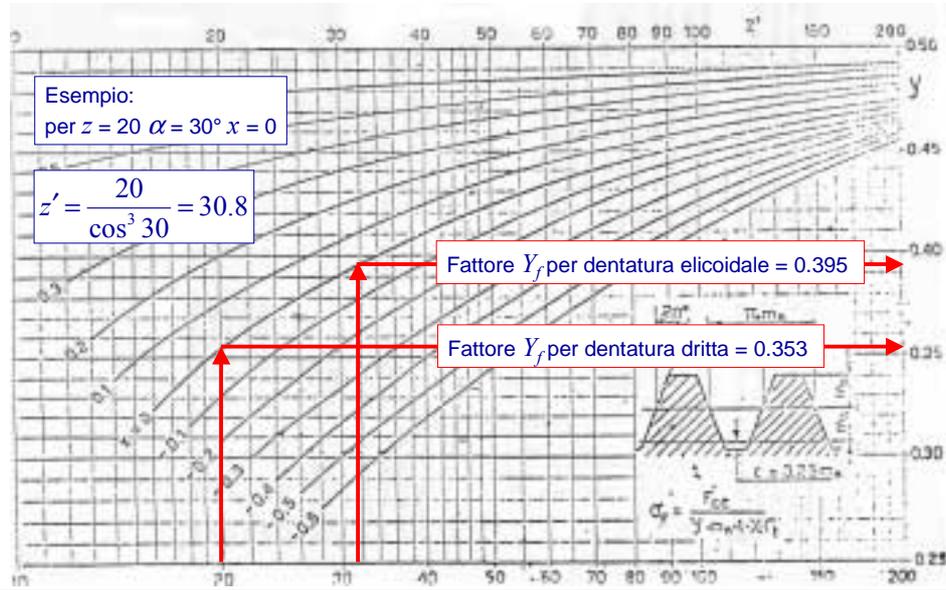
$$z' = \frac{d}{m \cos^3 \alpha} \quad \frac{d}{m} = z \quad z' = \frac{z}{\cos^3 \alpha}$$

Il fattore di forma del dente obliquo è migliore del corrispondente dente dritto, perché è ottenuto da una circonferenza primitiva maggiore di quella reale.

Nel caso dei denti elicoidali il fattore di forma Y_f può ancora essere ricavato dalle curve relative ai denti dritti, purché si utilizzi un numero di denti fittizio z'

Esempio:
per $z = 20$ $\alpha = 30^\circ$ $x = 0$

$$z' = \frac{z}{\cos^3 \alpha} = \frac{20}{\cos^3 30} = 30.8$$



Ingranaggi

