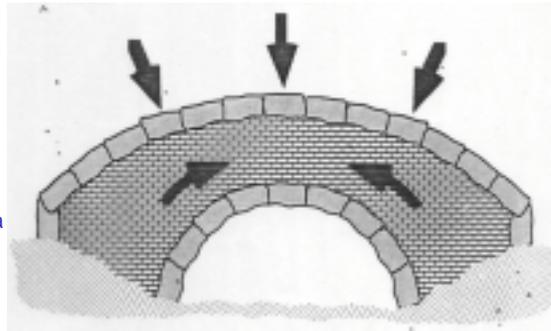


Meccanica della Frattura

Il fenomeno della frattura ha assunto una notevole importanza solo in tempi relativamente recenti.

In passato, infatti, i materiali e le tecnologie di costruzione non avevano mai messo in luce questo fenomeno....

.....finché non sono state realizzate le prime grandi strutture metalliche. Soprattutto quando si è cominciato a fare ampio uso della saldatura



La saldatura, infatti, può introdurre nel componente che si sta realizzando un difetto, ovvero una piccola mancanza di continuità del materiale, generalmente detta cricca.

La saldatura, inoltre, rende monolitica la struttura, consentendo alla frattura di propagarsi senza ostacoli fino alla completa rottura.

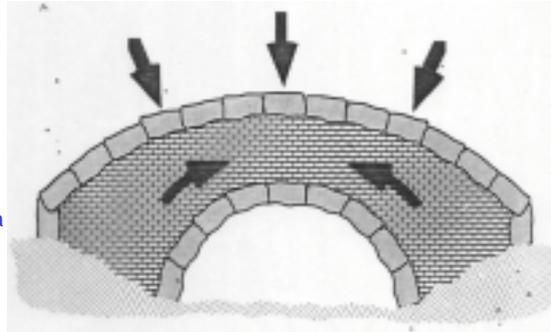
Le giunzioni chiodate, sotto questo aspetto, garantiscono una maggiore sicurezza, perché la frattura non può propagarsi da una lamiera all'altra.

CDM - Meccanica della Frattura

Il fenomeno della frattura ha assunto una notevole importanza solo in tempi relativamente recenti.

In passato, infatti, i materiali e le tecnologie di costruzione non avevano mai messo in luce questo fenomeno....

.....finché non sono state realizzate le prime grandi strutture metalliche. Soprattutto quando si è cominciato a fare ampio uso della saldatura



Nel 1940 la saldatura fu introdotta nella tecnica delle costruzioni navali, soprattutto per esigenze belliche.

Nelle strutture così realizzate, il fenomeno della frattura nei metalli, i cui effetti erano stati, sino ad allora, contenuti, ebbe conseguenze importanti, spesso catastrofiche.

CDM - Meccanica della Frattura

Frattura fragile di una nave tipo Liberty (T-2), avvenuta durante la seconda guerra mondiale.



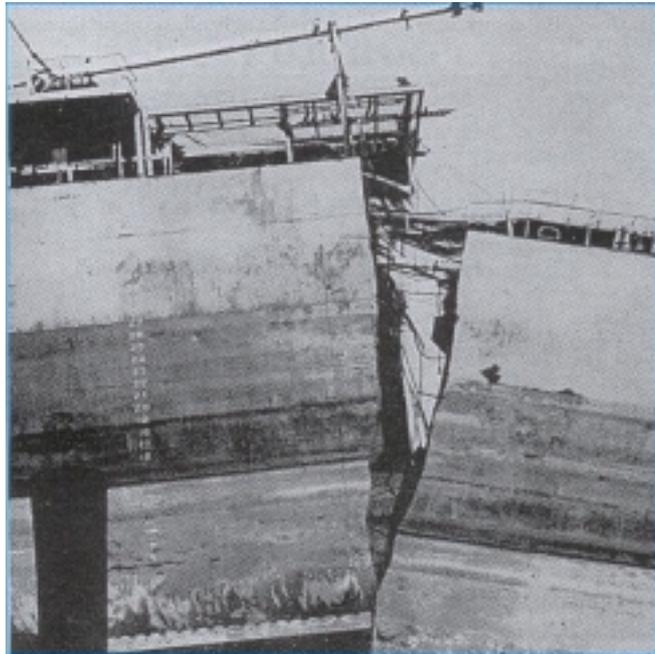
CDM - Meccanica della Frattura

La fratture erano generalmente innescate da difetti dovuti a saldature non bene eseguite.

Almeno 1000 navi da carico di questo tipo furono danneggiate, più o meno seriamente, da fratture fragili durante il secondo conflitto mondiale.

Diciannove di esse furono troncate in due, come mostra questa foto.

In alcuni casi ciò avvenne addirittura in porto e con la nave scarica.



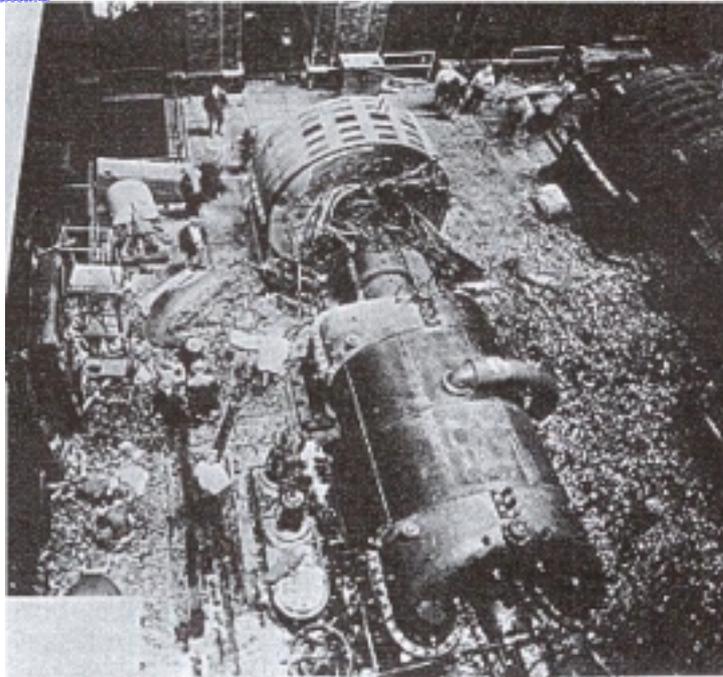
CDM - Meccanica della Frattura

Rottura catastrofica di una turbina causata dalla rottura di un anello di tenuta (Φ 1350 mm) realizzato in acciaio fucinato.

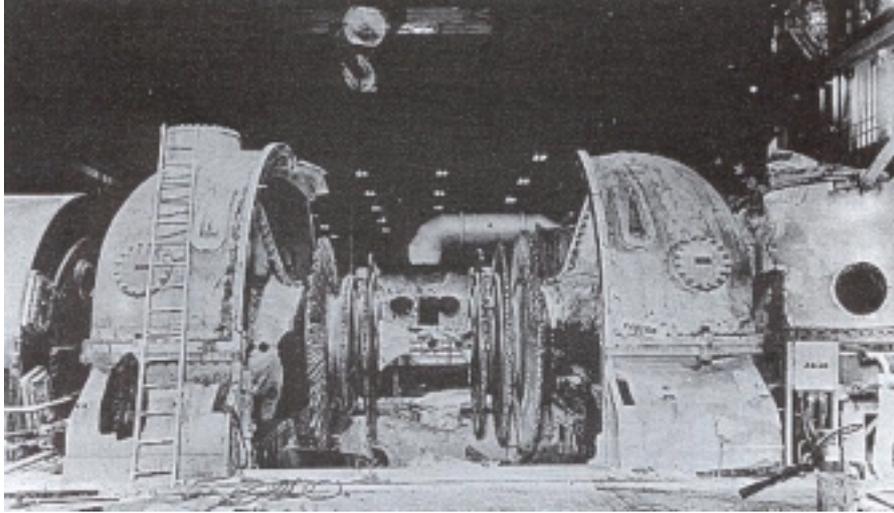
SAE 3335

$\sigma_S=690$ Mpa

$\sigma_R=854$ MPa



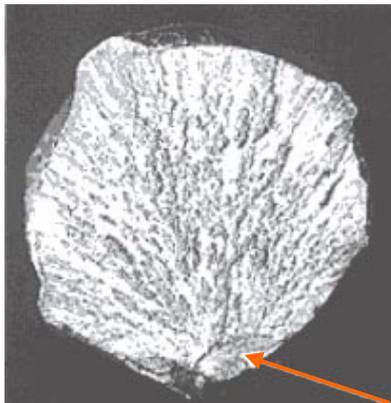
CDM - Meccanica della Frattura



Rottura catastrofica dell'albero di una turbina, realizzato in acciaio fucinato.
ASTM A293 $\sigma_s=595$ Mpa $\sigma_R=777$ MPa

CDM - Meccanica della Frattura

Oltre alla possibilità di creare piccoli difetti (cricche), il processo di saldatura, se non perfettamente eseguito, può generare, a causa dei forti gradienti termici che induce, tensioni residue e variazioni delle caratteristiche meccaniche locali del materiale, sia nella zona fusa che nella zona immediatamente circostante, detta zona termicamente alterata (ZTA).



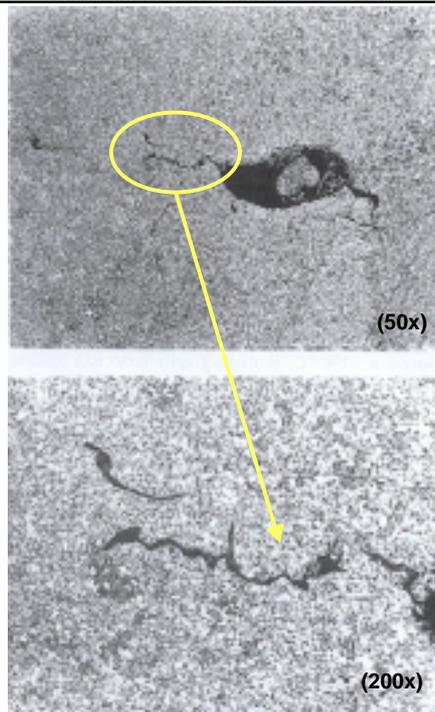
Esempio di cricca prodotta da un colpo d'arco innescato su di un ferro di armatura che ne ha causato la rottura fragile.

CDM - Meccanica della Frattura

La foto in alto mostra una porosità in una saldatura di una tubazione di acciaio al carbonio tipo A106B (254 mm di diametro e 16 mm di spessore).

Si osservi come ai suoi apici si siano prodotte delle microcricche sotto l'azione delle tensioni da ritiro del cordone di saldatura.

La foto in basso mostra un ingrandimento della cricca di sinistra.



CDM - Meccanica della Frattura

La frattura fragile si verifica improvvisamente, senza alcun segnale di preavviso e si propaga rapidissimamente, con una velocità dell'ordine del migliaio di metri al secondo.

La rottura si può sviluppare in un campo di tensione nominale più basso, anche di molto, della tensione di snervamento del materiale.

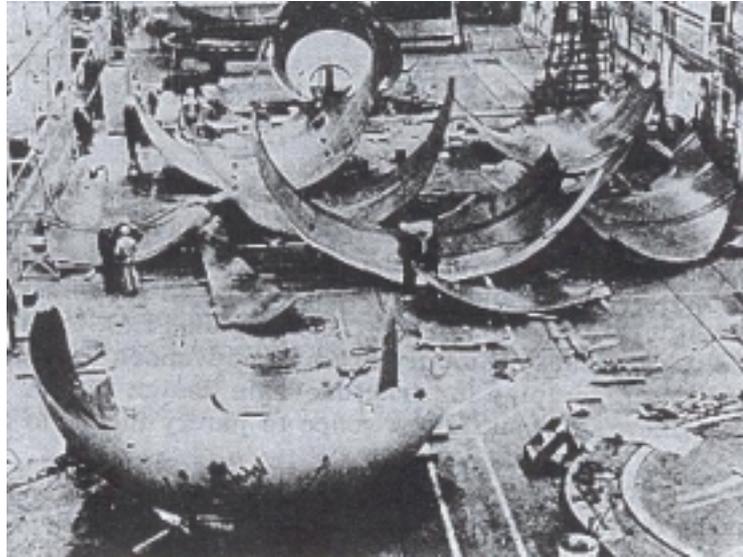
Inizialmente i progettisti tentarono di prevenire tale tipo di rotture applicando coefficienti di sicurezza molto elevati (anche dell'ordine di 10) oppure utilizzando materiali ad alta resistenza.

Questa tendenza si rivelò decisamente sbagliata!

Infatti l'aumento del coefficiente di sicurezza comporta un inaccettabile aumento di peso delle strutture, che ne fa lievitare il costo e ne riduce le prestazioni.

L'utilizzo di materiali ad alta resistenza si rivelò poi disastroso perché l'elevata sensibilità ai difetti che questi materiali presentano ne riduce drasticamente le prestazioni a valori addirittura inferiori a quelli ottenibili con materiali meno "pregiati".

CDM - Meccanica della Frattura



Frattura catastrofica, durante una prova pneumatica, di un razzo vettore costruito con acciaio ad alta resistenza.

CDM - Meccanica della Frattura

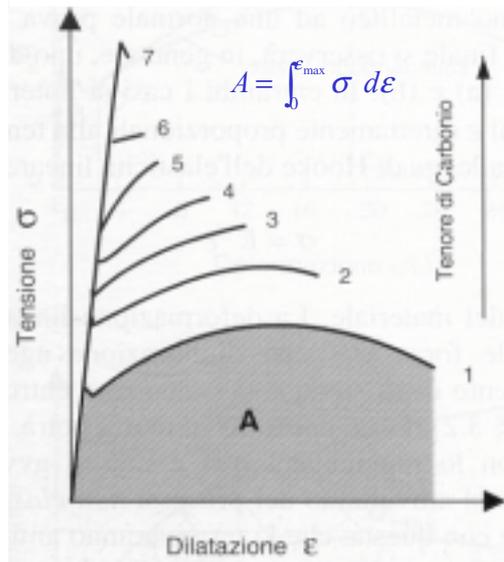
Caratteristica tensione deformazione di un acciaio al carbonio al variare del tenore di C

La capacità di resistere alla frattura fragile è, in linea generale, minore negli acciai che presentano un maggiore tenore di carbonio.

Come si vede nel grafico all'elevata resistenza si associa una ridotta capacità di assorbire energia prima della rottura.

La capacità di resistere alla frattura è strettamente connessa alla capacità di deformarsi plasticamente.

Per comprendere questo fatto è opportuno fare alcune considerazioni sul campo di tensione esistente nell'intorno di un difetto.



CDM - Meccanica della Frattura

Lastra piana soggetta a trazione con un foro ellittico

Il campo di tensione è alterato nell'intorno del foro.

Il massimo valore della tensione dipende dal raggio di curvatura minimo dell'ellisse.

$$\sigma_{\max} = \sigma_n \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right)$$

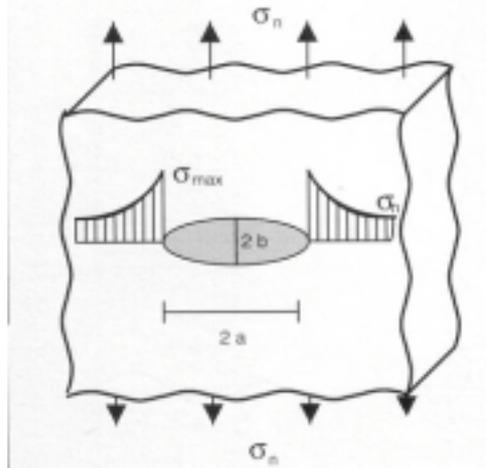
Il raggio di curvatura minimo dell'ellisse è

$$\rho = \frac{b^2}{a}$$

per cui si ha:

$$\sigma_{\max} = \sigma_n \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right)$$

Il rapporto $K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$ è detto generalmente fattore d'intaglio



CDM - Meccanica della Frattura

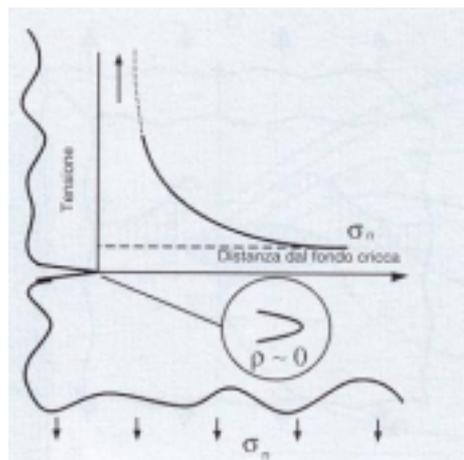
Lastra piana soggetta a trazione con intaglio acuto

Se l'intaglio diventa molto acuto,

$$\rho \rightarrow 0$$

la tensione locale in corrispondenza del fondo intaglio tende a valori molto elevati.

Al limite, per $\rho = 0$ la tensione locale al fondo intaglio, nell'ipotesi di comportamento puramente elastico del materiale, diventa infinita.



CDM - Meccanica della Frattura

Lastra piana soggetta a trazione con intaglio acuto

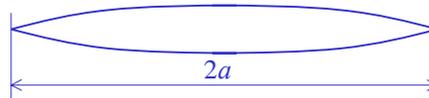
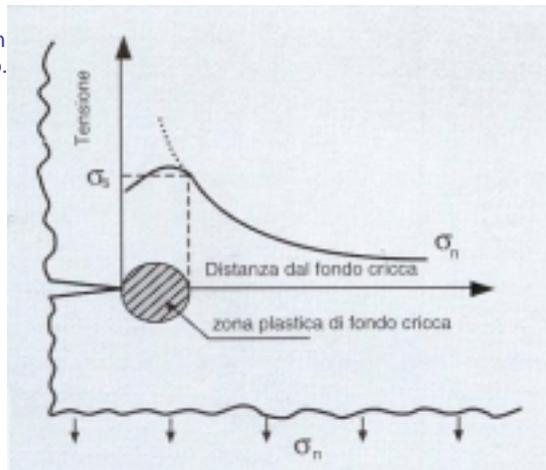
In realtà il materiale presenta sempre un comportamento plastico, seppur minimo.

Si crea quindi una piccola zona plastica all'apice dell'intaglio che contiene il valore della tensione, entro il limite elastico, nel caso di stato di tensione piano, entro due o tre volte tale limite, nel caso di stato di deformazione piano (dipendentemente dal valore del modulo di Poisson).

L'area plastica è assimilabile, in prima approssimazione, ad un cerchio, il cui raggio può essere espresso dalla relazione:

$$r_p = \frac{a}{2} \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_s} \right)^2$$

essendo a la semilunghezza del difetto

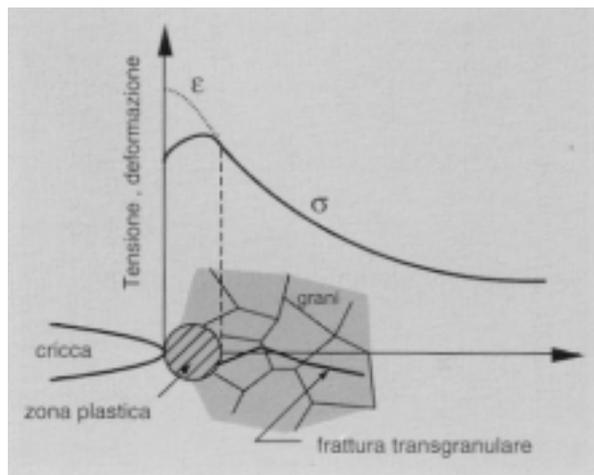


CDM - Meccanica della Frattura

Frattura fragile transgranulare all'apice della cricca

Se la zona plastica è piccola il livello locale di tensione raggiunto è sufficientemente elevato da provocare la rottura dei primi grani cristallini adiacenti alla zona plastica, dai quali poi si propagherà la frattura fragile transgranulare.

La capacità di deformarsi plasticamente consente al materiale di resistere alla propagazione della frattura ed è quindi strettamente connessa alla tenacità.

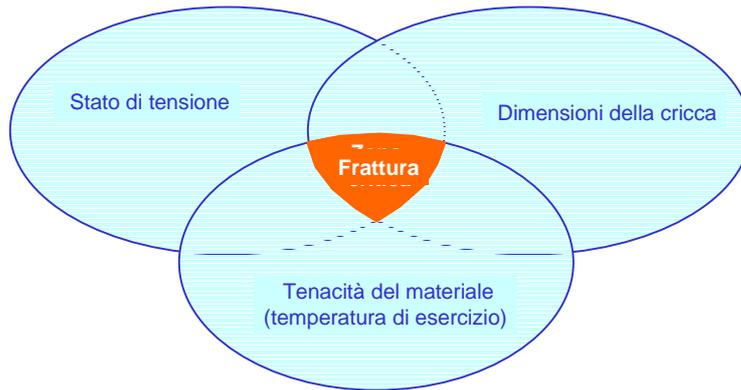


CDM - Meccanica della Frattura

Come progettare un componente in sicurezza rispetto al rischio di rottura per frattura fragile?

Perché la frattura fragile si verifichi è necessario il contemporaneo verificarsi delle tre seguenti condizioni:

- livello di sollecitazione elevato (anche se inferiore alla tensione di rottura);
- presenza di un difetto (cricca) di dimensione sufficiente;
- bassa tenacità del materiale (bassa temperatura).

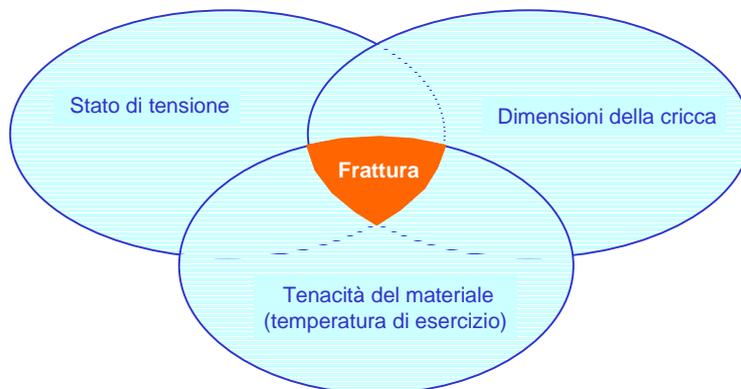


CDM - Meccanica della Frattura

Come progettare un componente in sicurezza rispetto al rischio di rottura per frattura fragile?

Può accadere, quindi, che un difetto, anche molto esteso, rimanga stabile mentre cricche di minori dimensioni provochino la rottura.

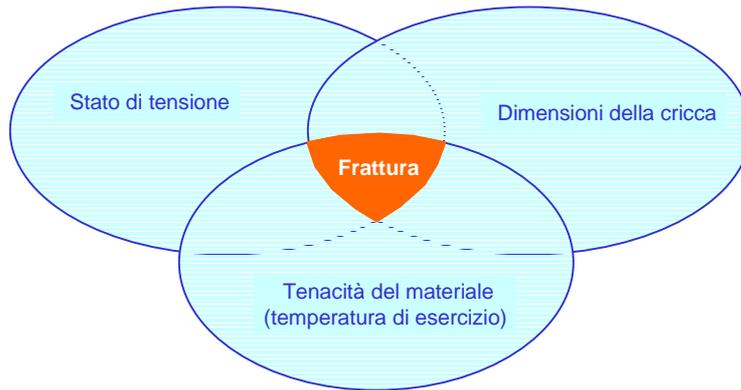
È necessario, infatti, che anche gli altri due parametri in gioco, tenacità e livello tensionale, siano tali da innescare la rottura.



CDM - Meccanica della Frattura

Come progettare un componente in sicurezza rispetto al rischio di rottura per frattura fragile?

Per progettare in sicurezza componenti, nei quali esistano le condizioni di una possibile rottura per frattura, è necessario quindi poter individuare quella zona critica entro la quale una particolare combinazione di valori per il carico applicato, le dimensioni del difetto e la tenacità renda possibile l'insacco della frattura.



CDM - Meccanica della Frattura

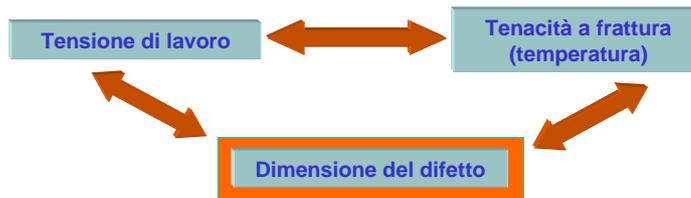
Quando non esiste il rischio di rottura per frattura fragile il dimensionamento di una struttura nasce generalmente dal confronto di **due quantità**:

- lo stato di tensione che si verifica sotto l'applicazione dei carichi previsti;
- le "prestazioni" del materiale, in termini di tensione ammissibile.



Nel caso sia necessario verificare la resistenza alla frattura, il progetto di una struttura richiede di confrontare **tre quantità**:

- lo stato di tensione che si verifica sotto l'applicazione dei carichi previsti;
- le "prestazioni" del materiale, in termini di tenacità alla frattura;
- le dimensioni di un difetto, ovvero di una cricca.



CDM - Meccanica della Frattura

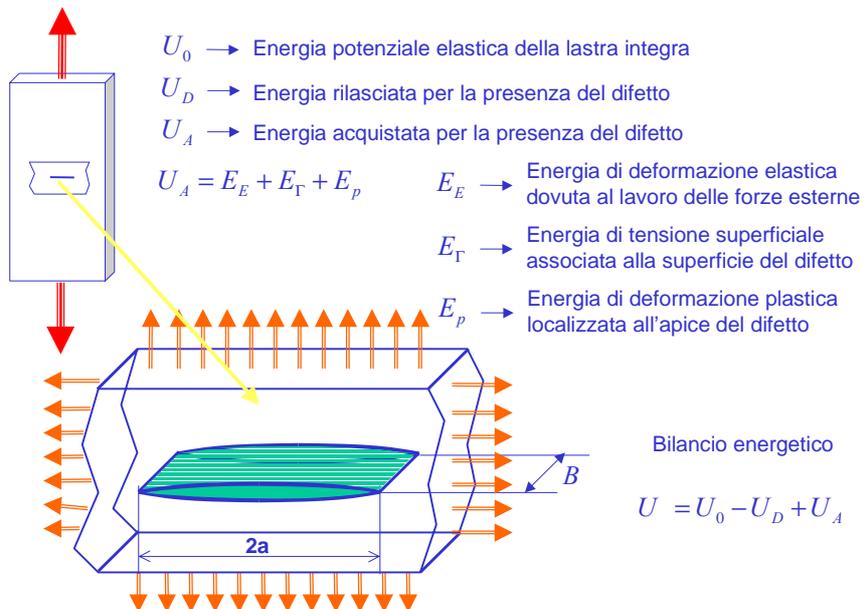
La Meccanica della frattura può fornire gli strumenti e le metodologie per progettare una struttura in modo che sia in sicurezza ovvero fuori dalla zona critica.

Lo studioso inglese Griffith pubblicò nel 1920 una sua teoria sul comportamento a frattura dei materiali, basata su considerazioni energetiche, che può essere considerata la base storica della Meccanica della frattura

CDM - Meccanica della Frattura

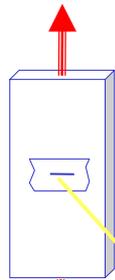
Teoria di Griffith

Si consideri una lastra nella quale sia presente un difetto passante



Teoria di Griffith

$$U = U_0 - U_D + U_A$$



$U_0 \rightarrow$ Energia potenziale elastica della lastra integra

$U_D \rightarrow$ Energia rilasciata per la presenza del difetto

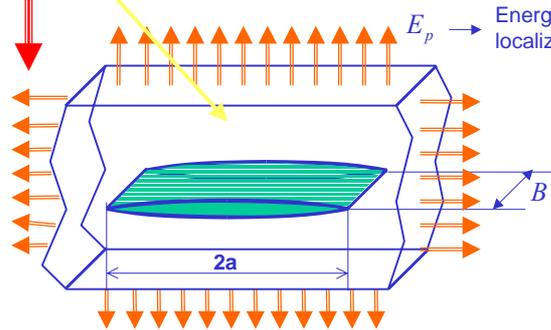
$U_A \rightarrow$ Energia acquistata per la presenza del difetto

$$U_A = E_E + E_\Gamma + E_p$$

$E_E \rightarrow$ Energia di deformazione elastica dovuta al lavoro delle forze esterne

$E_\Gamma \rightarrow$ Energia di tensione superficiale associata alla superficie del difetto

$E_p \rightarrow$ Energia di deformazione plastica localizzata all'apice del difetto



Se i carichi non si spostano per effetto della crescita del difetto.

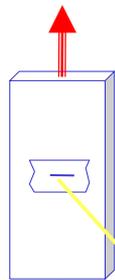
$$E_E = 0$$

Se il materiale è perfettamente elastico ovvero se la zona di plasticizzazione è nulla.

$$E_p = 0$$

Teoria di Griffith

$$U = U_0 - U_D + U_A$$



$U_0 \rightarrow$ Energia potenziale elastica della lastra integra

$U_D \rightarrow$ Energia rilasciata per la presenza del difetto

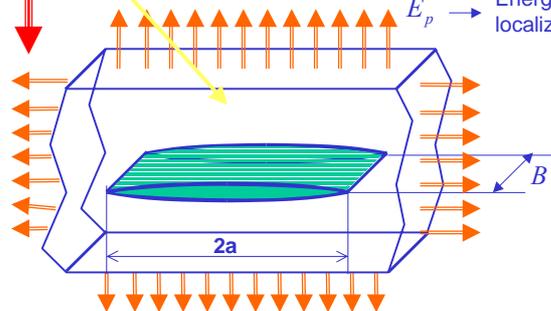
$U_A \rightarrow$ Energia acquistata per la presenza del difetto

$$U_A = E_E + E_\Gamma + E_p$$

$E_E \rightarrow$ Energia di deformazione elastica dovuta al lavoro delle forze esterne

$E_\Gamma \rightarrow$ Energia di tensione superficiale associata alla superficie del difetto

$E_p \rightarrow$ Energia di deformazione plastica localizzata all'apice del difetto



Ammettendo vere entrambe le ipotesi si conclude che:

$$U_A = E_\Gamma$$

e quindi:

$$U = U_0 - U_D + E_\Gamma$$

CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith

Quindi il bilancio energetico si può scrivere come:

$$U = U_0 - U_D + E_\Gamma$$

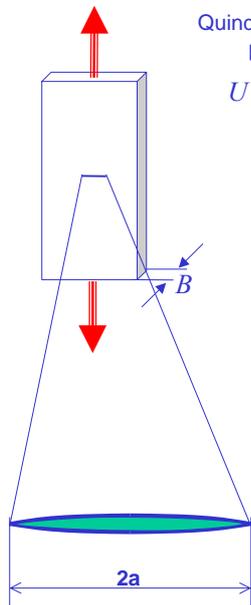
$$E_\Gamma = 4aB\Gamma$$

Energia necessaria per generare 1 m² di nuova superficie

$$U_D = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} B \quad \text{Plain stress}$$

$$U_D = \frac{(\pi \sigma^2 a^2)(1-\nu^2)}{E} B \quad \text{Plain strain}$$

Griffith valutò l'energia di deformazione elastica sulla base di un'analisi condotta da Inglis:



e
$$W_D = \frac{(\pi \sigma^2 a^2)(1-\nu^2)}{E E} B$$

nel caso di plain stress

CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith

Quindi il bilancio energetico si può scrivere come:

$$U = U_0 - U_D + E_\Gamma$$

$$E_\Gamma = 4aB\Gamma$$

Energia necessaria per generare 1 m² di nuova superficie

$$U_D = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} B \quad \text{Plain stress}$$

$$U_D = \frac{(\pi \sigma^2 a^2)(1-\nu^2)}{E} B \quad \text{Plain strain}$$

$$U = U_0 + 4aB\Gamma - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} B$$

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 4B\Gamma - \frac{2\pi a \sigma^2}{E} B = 0$$

Condizione critica

$$\frac{\pi a \sigma^2}{E} = 2\Gamma$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -\frac{2\pi \sigma^2}{E} B$$

$$\sigma \sqrt{a} = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma}{\pi}} K_c$$

La derivata seconda è sempre negativa, dunque il punto in cui si annulla la derivata prima è un massimo

$$\sigma \sqrt{a} = K_c$$

CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith



$$U = U_0 - U_D + E_\Gamma$$

$$U = U_0 + 4aB\Gamma - \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} B$$

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 4B\Gamma - \frac{2\pi a \sigma^2}{E} B = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\pi a \sigma^2}{E} = 2\Gamma$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\Gamma = 4aB\Gamma \\ U_D = \frac{\pi a^2 \sigma^2}{E} B \quad \text{Plain stress} \\ U_D = \frac{(\pi \sigma^2 a^2)(1-\nu^2)}{E} B \quad \text{Plain strain} \end{array} \right.$$

Griffith ottenne sperimentalmente il valore di Γ per il vetro, dal quale ricavò la quantità:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma}{\pi}} = 0.15 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

Studiando la rottura di tubi e sfere di vetro contenenti difetti di dimensioni misurabili valutò il prodotto:

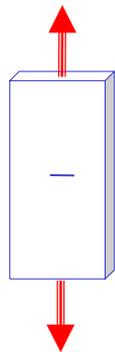
$$\sigma\sqrt{a} = 0.25 \div 0.26 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$\sigma\sqrt{a} = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma}{\pi}} \quad K_c$$

$$\sigma\sqrt{a} = K_c$$

CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith



Materiale	E (GPa)	Γ (J/m ²)
Alluminio	70	1.6
Ferro	200	2.0
Magnesio	40	1.2
Nichel	140	1.65
Rame	130	1.65
Stagno	42	1.2
Silicio	180	1.2
Vetro	50-85	1.2

Griffith ottenne sperimentalmente il valore di Γ per il vetro, dal quale ricavò la quantità:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma}{\pi}} = 0.15 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

Studiando la rottura di tubi e sfere di vetro contenenti difetti di dimensioni misurabili valutò il prodotto:

$$\sigma\sqrt{a} = 0.25 \div 0.26 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

$$\sigma\sqrt{a} = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma}{\pi}} \quad K_c$$

$$\sigma\sqrt{a} = K_c$$



In generale K può essere calcolato come segue:

$$K = f(a)\sigma\sqrt{a} \quad a = \text{dimensione del difetto}$$

dove $f(a)$ è un fattore geometrico dipendente da a e dalla geometria del componente.

Il rateo di rilascio di energia, per unità di spessore, relativo ad un accrescimento infinitesimo da delle dimensioni del difetto, è generalmente indicato come segue:

$$G = \frac{\partial U_D}{\partial a} = \frac{\pi a \sigma^2}{E} \left(\frac{J}{m^2} \right) \quad \text{dipendente linearmente dalle dimensioni del difetto}$$

oppure, nel caso di plain strain:
$$G = \frac{(\pi a \sigma^2)(1-\nu^2)}{E}$$

L'assorbimento di energia dovuto alla creazione di nuova superficie, sempre nel caso di spessore unitario e per un materiale idealmente elastico, è indicato come segue:

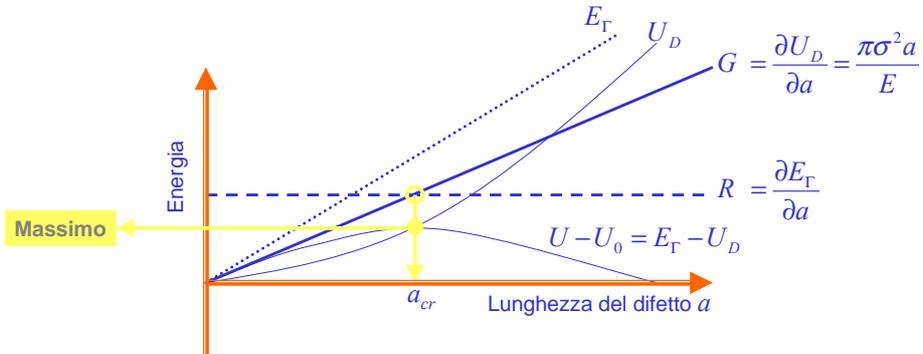
$$R = \frac{\partial E_\Gamma}{\partial a} = 2\Gamma \left(\frac{J}{m^2} \right) \quad \text{indipendente dalle dimensioni del difetto}$$

La condizione critica è rappresentata dall'uguaglianza $G = R$

Il difetto è stabile se $G < R$

mentre si propaga in modo instabile per $G \geq R$

Teoria di Griffith

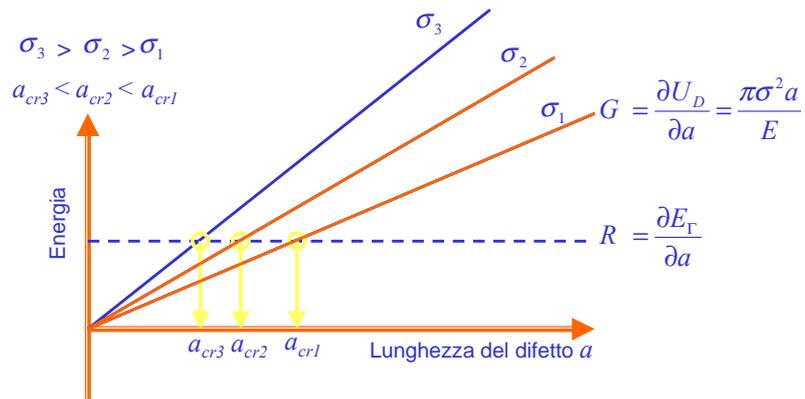


In condizioni critiche: $G = R$

$$G = \frac{(\pi a \sigma^2)(1-\nu^2)}{E} = \frac{K_I(1-\nu^2)}{E}$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

Teoria di Griffith

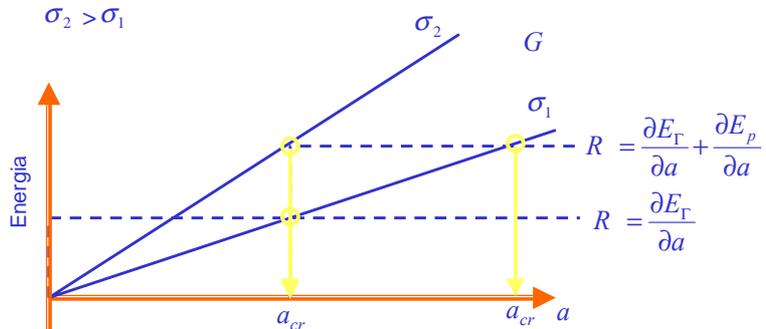


In condizioni critiche: $G = R$

CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith

Anche per materiali fragili è possibile che sia: $\frac{\partial E_p}{\partial a} \gg \frac{\partial E_\Gamma}{\partial a}$



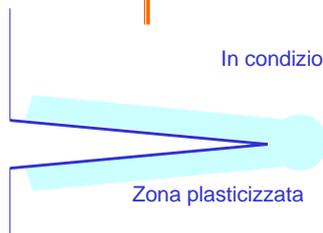
In condizioni critiche: $G = R$

Se il materiale è fragile e la plasticizzazione è modesta è lecita l'ipotesi: $E_p = C \cdot a$

Se c'è plasticizzazione $U_A = E_\Gamma + E_p$

e quindi si ha: $\frac{\partial E_p}{\partial a} = C$

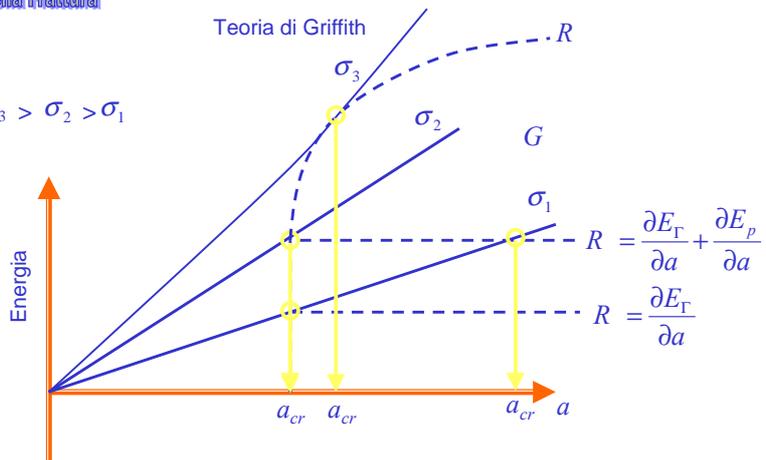
R è ancora indipendente da a



CDM - Meccanica della Frattura

Teoria di Griffith

$\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$



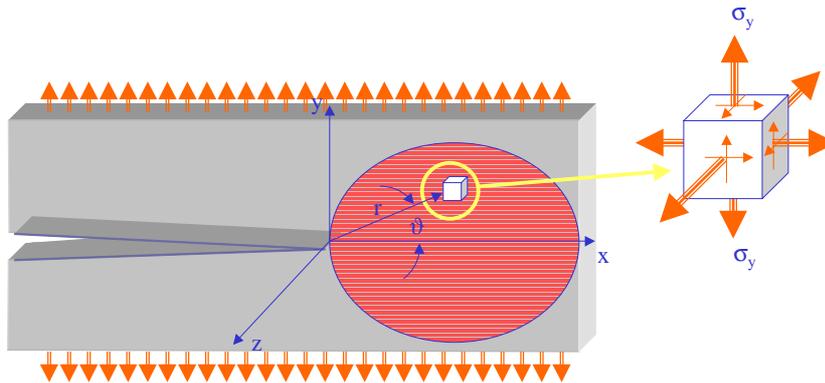
In condizioni critiche: $\frac{\partial G}{\partial a} = \frac{\partial R}{\partial a}$

All'aumentare della duttilità del materiale la zona plastica al fondo intaglio diventa sempre più importante.

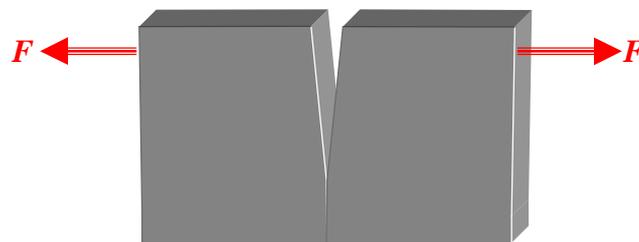
Poiché le sue dimensioni dipendono con legge non lineare da a , ne consegue che: R dipende da a

Anche G cambia la sua legge di dipendenza da a

La criticità di un difetto può essere valutata anche per altra via:
studiando il campo di tensione che si verifica nell'intorno dell'apice del difetto.

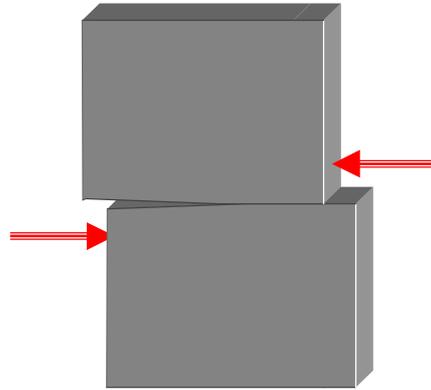


Analisi del campo di tensione che si genera all'apice di un difetto:
MODI di apertura del difetto.



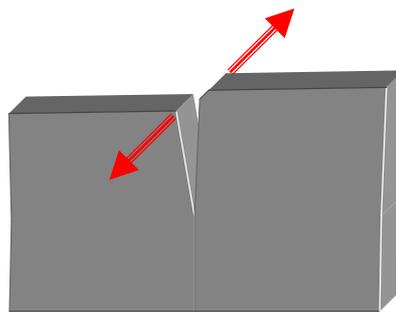
Modo I
di apertura

Analisi del campo di tensione che si genera all'apice di un difetto:
MODI di apertura del difetto.



Modo II
di taglio nel piano della cricca

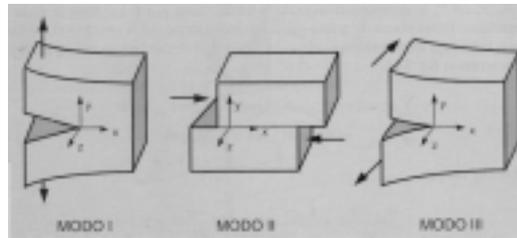
Analisi del campo di tensione che si genera all'apice di un difetto:
MODI di apertura del difetto.



Modo III
di taglio fuori dal piano della cricca

Approccio tensionale nella MFLE

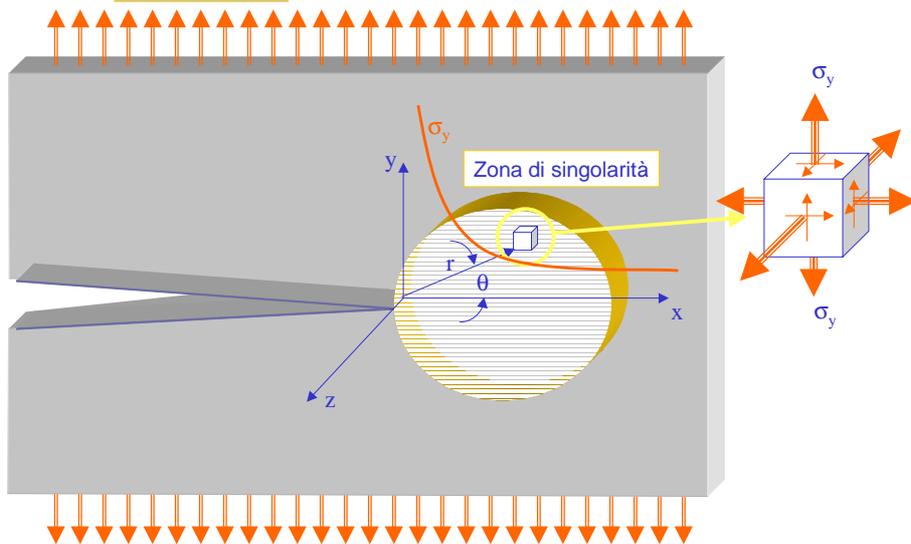
MODI di apertura del difetto.

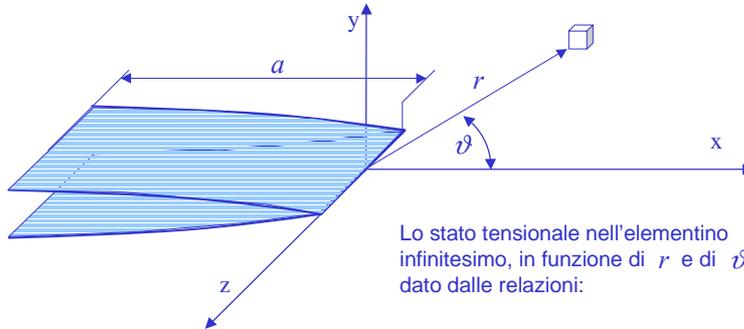


Tra i diversi modi di rottura descritti, il modo I è il più interessante per chi progetta strutture. Rappresenta, infatti, la forma di apertura più comune che si osserva nella realtà che è anche la più critica, poiché richiede la minore tensione nominale per innescare la frattura. Qualunque caso reale può essere ricondotto ad uno dei tre modi oppure ad una loro combinazione.

Modo I di apertura

$$\sigma_{ij} = C_1 \left(\frac{r}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} f_{1ij}(\vartheta) + C_2 \left(\frac{r}{a}\right)^0 f_{2ij}(\vartheta) + C_3 \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{1}{2}} f_{3ij}(\vartheta) + \dots$$





Lo stato tensionale nell'elementino infinitesimo, in funzione di r e di ϑ è dato dalle relazioni:

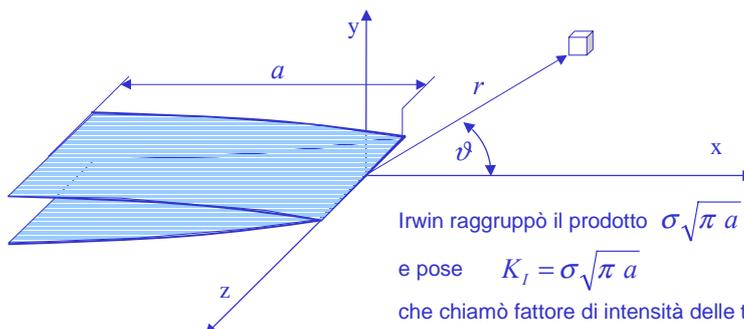
Per $\vartheta = 0$ si ha:

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}}$$

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{3\vartheta}{2}$$



Irwin raggruppò il prodotto $\sigma \sqrt{\pi a}$ e pose $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ che chiamò fattore di intensità delle tensioni.

Le relazioni precedenti possono quindi essere riscritte come segue:

In generale possono essere scritte nella forma:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\vartheta)$$

Per $\vartheta = 0$ la componente σ_y vale:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

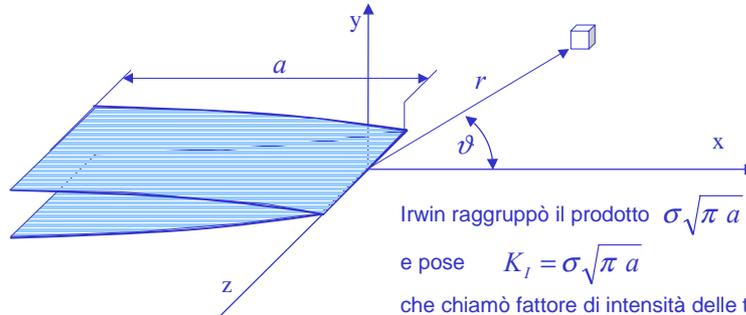
$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{3\vartheta}{2}$$

Teoria di Irwin

Modo I di apertura



Irwin raggruppò il prodotto $\sigma\sqrt{\pi a}$ e pose $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$ che chiamò fattore di intensità delle tensioni.

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}}$$

dove con σ si intende la tensione nominale

In generale il valore del fattore di intensità della tensione può essere espresso nella forma:

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

dove Y è un fattore di forma dipendente dalla geometria del difetto.

Nel caso particolare di un difetto passante, di lunghezza $2a$, in una piastra le cui dimensioni possano essere considerate infinite rispetto ad a il fattore Y vale:

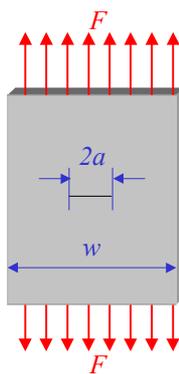
$$Y = \sqrt{\pi}$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

espressione di validità generale



Cricca passante centrale



per $w \gg a$ $Y = \sqrt{\pi}$ $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$

per $w > a$

Fedderson $Y = \sqrt{\pi} \sqrt{\sec \frac{\pi a}{w}}$ $K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \sqrt{\sec \frac{\pi a}{w}}$

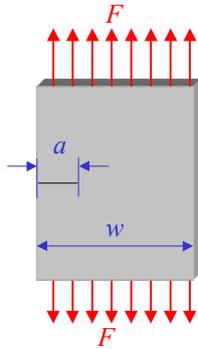
Irwin $Y = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{w}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{w}}$ $K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot \sqrt{\frac{w}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{w}}$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

espressione di validità generale



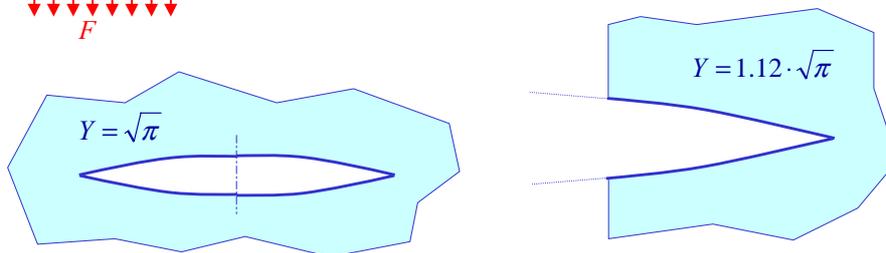
Cricca passante al bordo



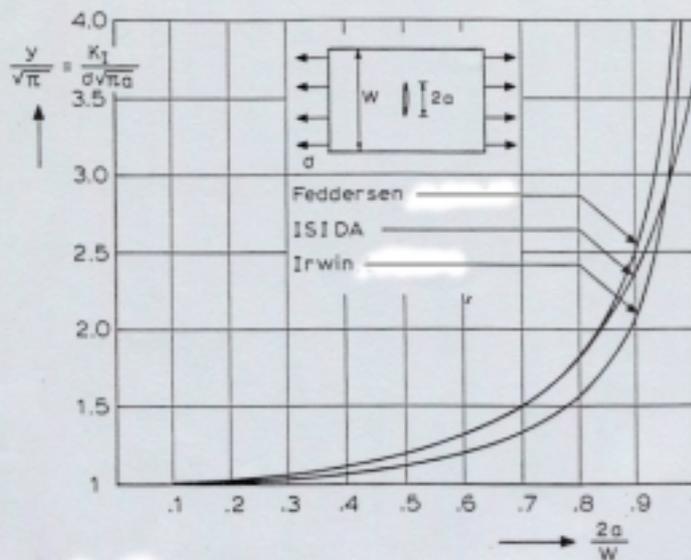
per $w \gg a$ $Y = 1.12 \cdot \sqrt{\pi}$ $K_I = 1.12 \cdot \sigma \sqrt{\pi a}$

per $w > a$

$$Y = 1.12 \cdot \sqrt{\pi} - 0.41 \frac{a}{w} + 18.7 \left(\frac{a}{w}\right)^2 - 38.48 \left(\frac{a}{w}\right)^3 + 53.85 \left(\frac{a}{w}\right)^4$$



Confronto tra i diversi andamenti dei fattori di forma

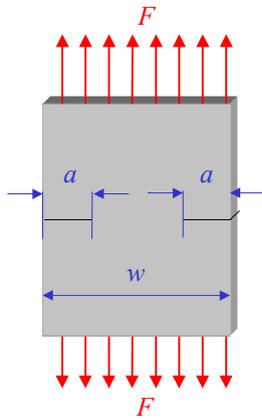


Finite width corrections for center cracked plate

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} \quad \text{espressione di validità generale}$$



Cricca passante ad entrambi i bordi



per $w \gg a$ $Y = 1.12 \cdot \sqrt{\pi}$

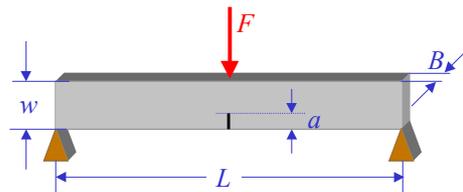
per $w > a$

$$Y = 1.12 \cdot \sqrt{\pi} + 0.76 \frac{a}{w} - 8.48 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + 27.36 \left(\frac{a}{w}\right)^3$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} \quad \text{espressione di validità generale}$$



Trave appoggiata con cricca passante in corrispondenza del centro del bordo teso.



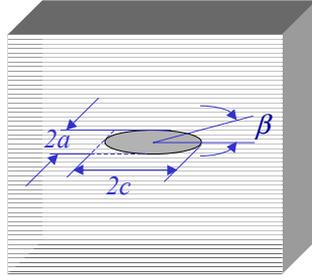
$$K_I = \frac{PL}{B\sqrt{w}} \cdot \left[29.6 \left(\frac{a}{w}\right)^{1/2} - 185.5 \left(\frac{a}{w}\right)^{3/2} + 655.7 \left(\frac{a}{w}\right)^{5/2} - 1017.0 \left(\frac{a}{w}\right)^{7/2} + 63.9 \left(\frac{a}{w}\right)^{9/2} \right]$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

espressione di validità generale



Cricca ellittica interna



Vista dall'alto

Se il rapporto a/c è piccolo si può utilizzare una espressione approssimata:

$$K_I = \sigma\sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Phi} \cdot \sqrt{(\sin \beta)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 (\cos \beta)^2}$$

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} (\sin \beta)^2} d\beta$$

$$\Phi = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{c^2 - a^2}{c^2} - \frac{3}{64} \left(\frac{c^2 - a^2}{c^2} \right)^2 - \dots \right]$$

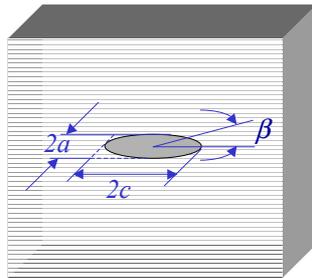
$$\Phi = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi a^2}{8 c^2}$$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

espressione di validità generale



Cricca ellittica interna



Vista dall'alto

Se il rapporto a/c è piccolo si può utilizzare una espressione approssimata:

$$K_I = \sigma\sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Phi} \cdot \sqrt{(\sin \beta)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 (\cos \beta)^2}$$

Il valore del K_I è massimo per $\beta = \pi/2$:

$$K_I = \sigma\sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Phi}$$

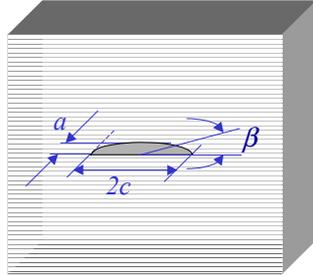
$$\Phi = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi a^2}{8 c^2}$$

CDM - Meccanica della Frattura

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

espressione di validità generale

Più frequente è il caso della cricca semiellittica superficiale



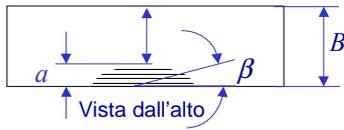
Anche in questo caso il valore del K_I è massimo per $\beta = \pi/2$:

$$K_I = 1.12 \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \sigma \sqrt{a}$$

Y

$$Q = \Phi^2 - 0.212 \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right)^2$$

$$\Phi = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi a^2}{8 c^2}$$



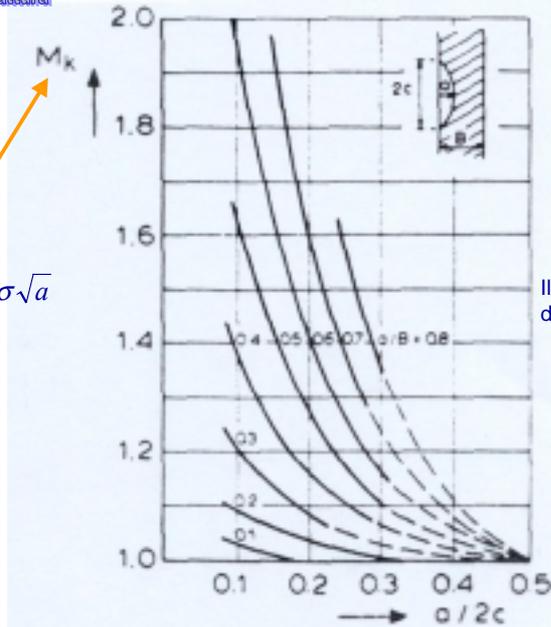
Per tener conto dell'effetto della prossimità della superficie, sullo stato tensionale nell'intorno della cricca, si introduce il fattore correttivo di Kobayashi:

$$K_I = 1.12 M_K \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \sigma \sqrt{a}$$



CDM - Meccanica della Frattura

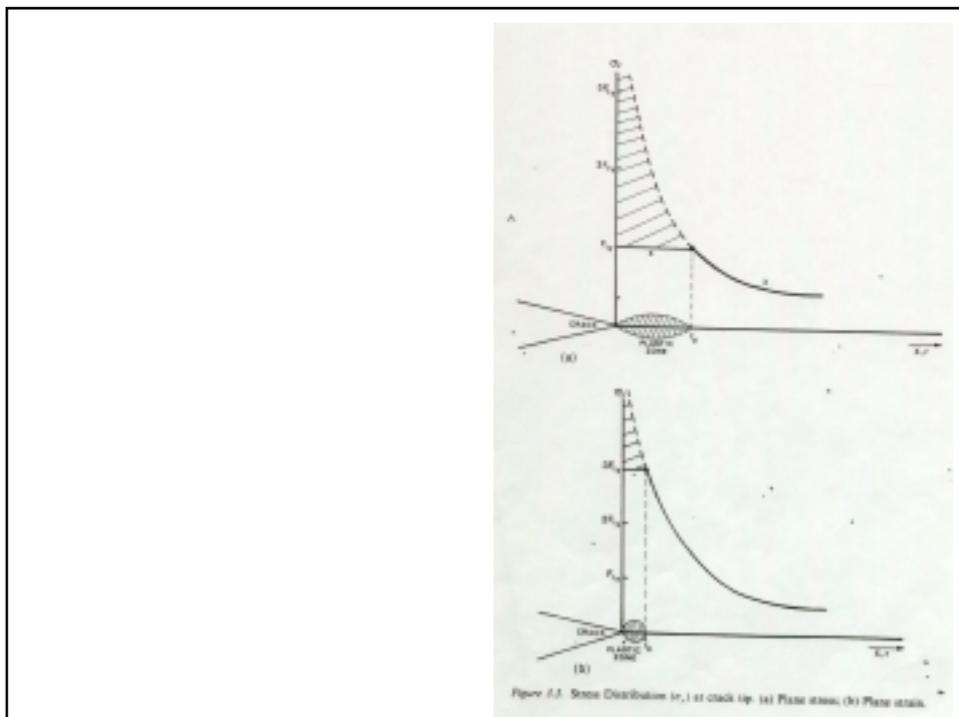
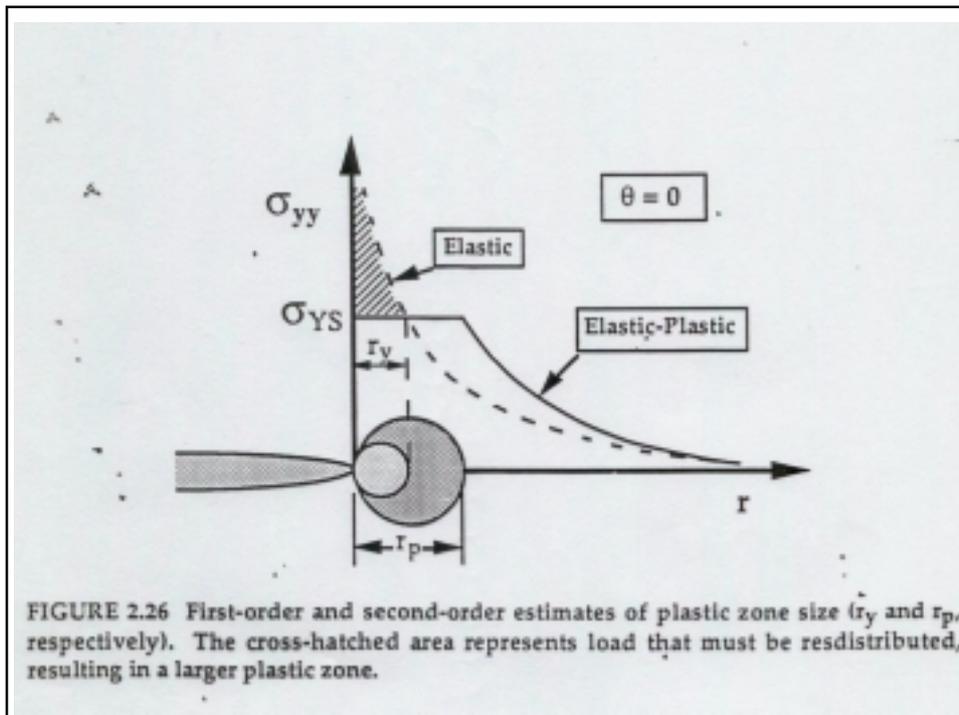
$$K_I = 1.12 M_K \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \sigma \sqrt{a}$$



Il fattore correttivo di Kobayashi

Kobayashi correction (M_k) for proximity of front free-surface





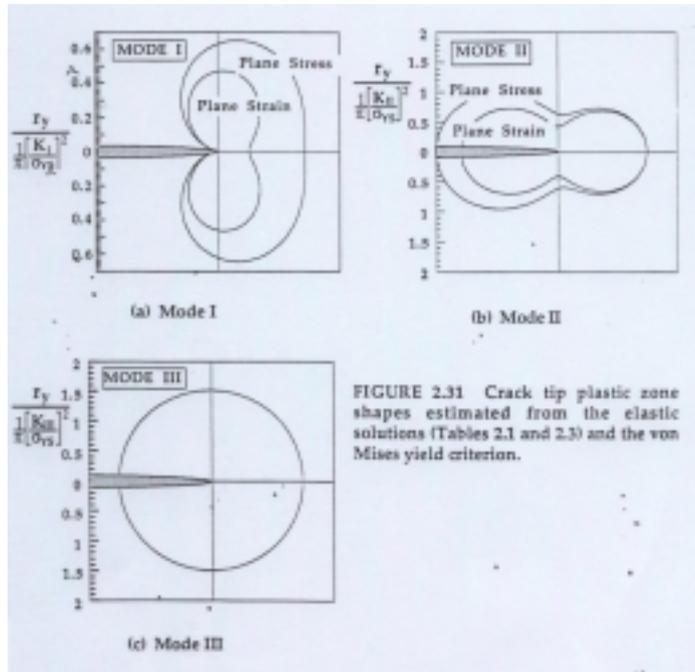


FIGURE 2.31 Crack tip plastic zone shapes estimated from the elastic solutions (Tables 2.1 and 2.3) and the von Mises yield criterion.

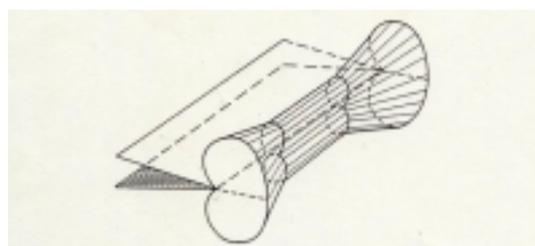


Figure 4.16. Three-dimensional plastic zone

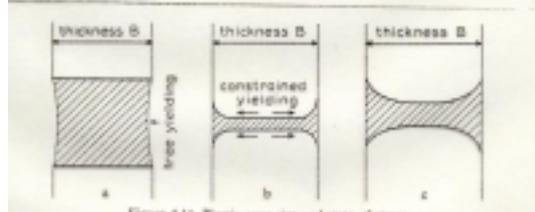


Figure 4.17. Plastic zone size and state of stress
Plastic zone size is the order of the plate thickness; b. Small plastic zone; c. Intermediate

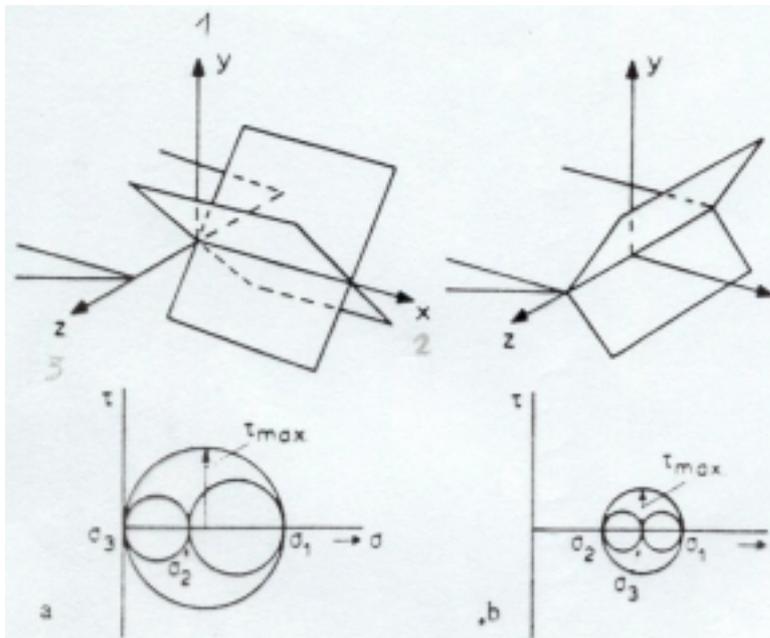


Figure 4.12. Planes of maximum shear stress for θ close to zero

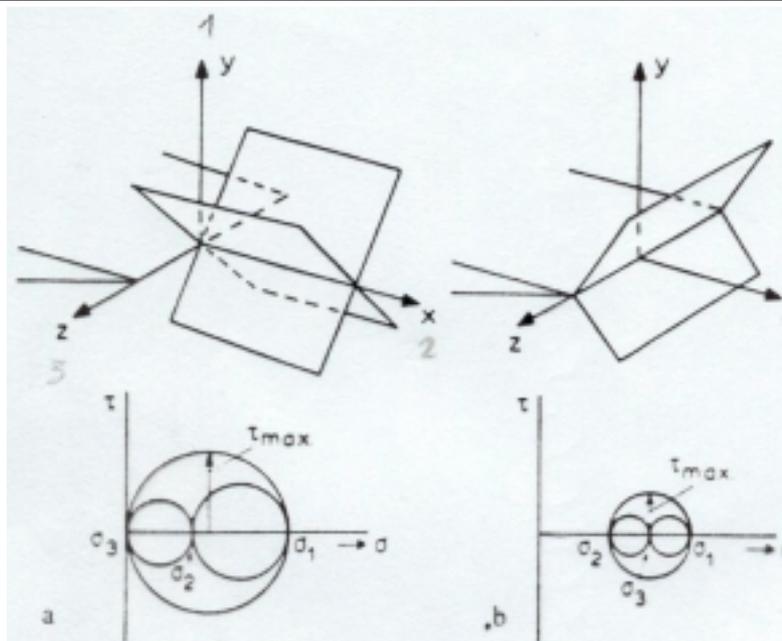


Figure 4.12. Planes of maximum shear stress for θ close to zero

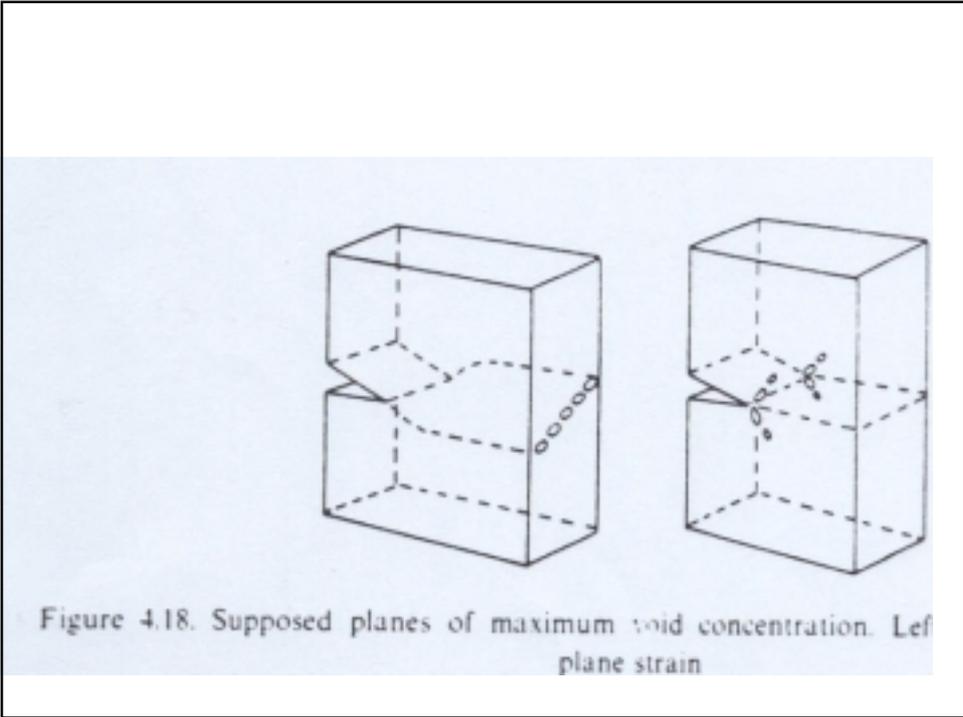


Figure 4.18. Supposed planes of maximum void concentration. Left plane strain

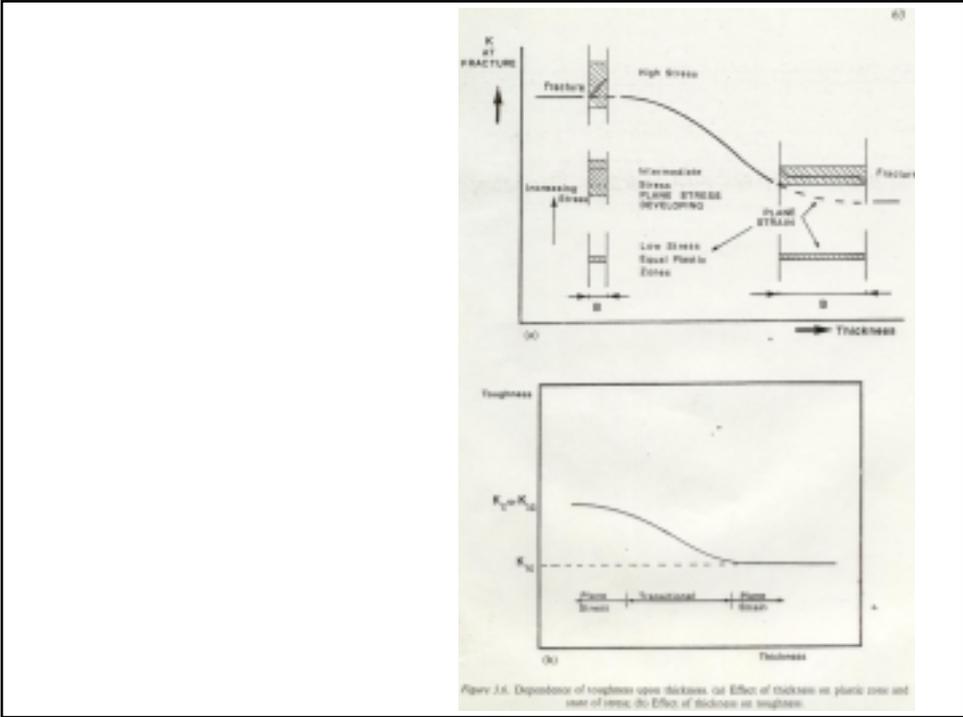


Figure 16. Dependence of toughness upon thickness. (a) Effect of thickness on plastic zone and size of stress. (b) Effect of thickness on toughness.

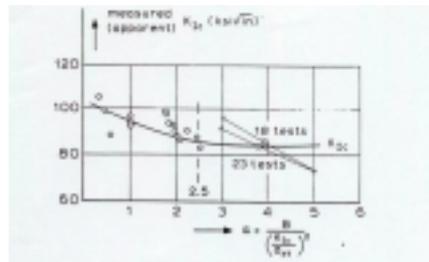


Figure 3.6. Effect of thickness on measured K_I of Maraging Steel [7].

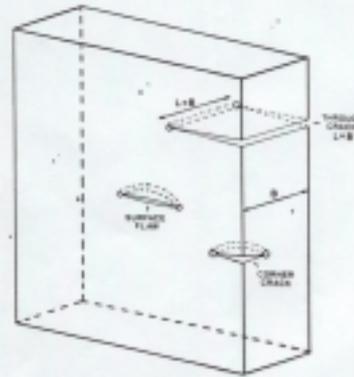


Figure 3.8. Constrained conditions for part-through cracks.

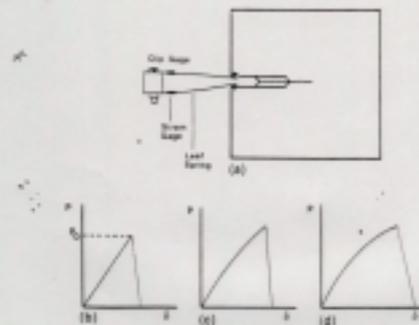


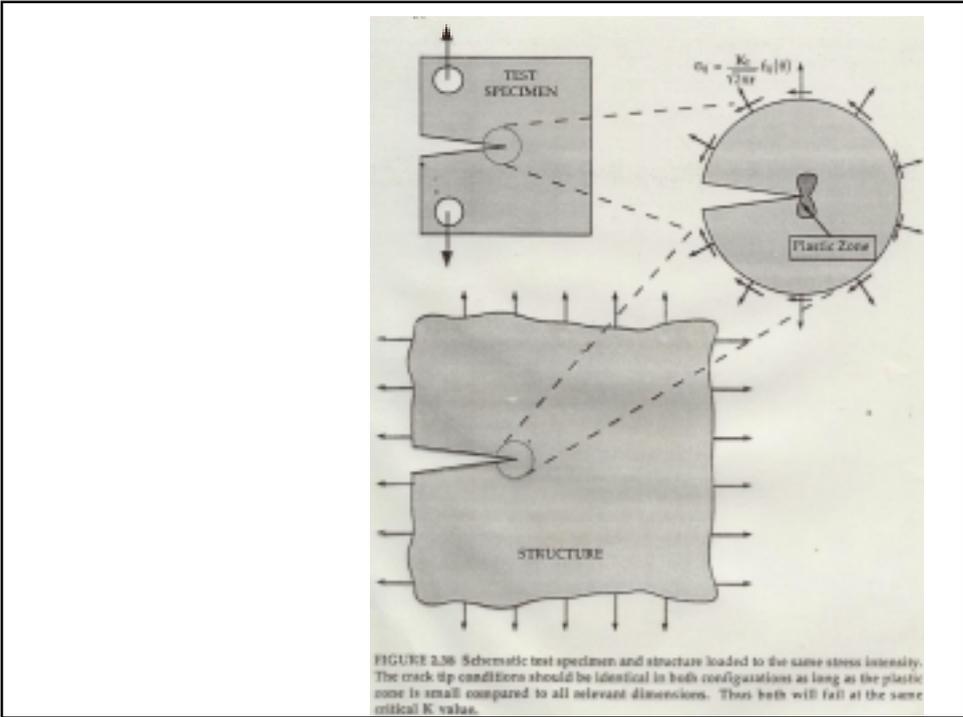
Figure 3.11. Standard K , ksi. (a) Clip gage mounted in specimen. (b) Straight $P - \delta$ record. (c) Curvature due to plasticity. (d) Curvature due to plasticity and growth.

$$K = \frac{P}{\sigma \sqrt{a}} \left[29.6 \left(\frac{a}{W} \right)^{3/2} - 480.5 \left(\frac{a}{W} \right)^{5/2} + 655.7 \left(\frac{a}{W} \right)^{7/2} - 101.8 \left(\frac{a}{W} \right)^{9/2} + 63.9 \left(\frac{a}{W} \right)^{11/2} \right]$$

OPRZE, W ALTRIA PODZIAŁ:

$$K = \left[16.7 - 104.6 \left(\frac{a}{W} \right) + 370 \left(\frac{a}{W} \right)^2 - 574 \left(\frac{a}{W} \right)^3 + 564 \left(\frac{a}{W} \right)^4 \right] \cdot \sigma \sqrt{a}$$

DOJE $\sigma = \frac{P}{B \cdot W}$ ← WARTOŚĆ NOMINALNA



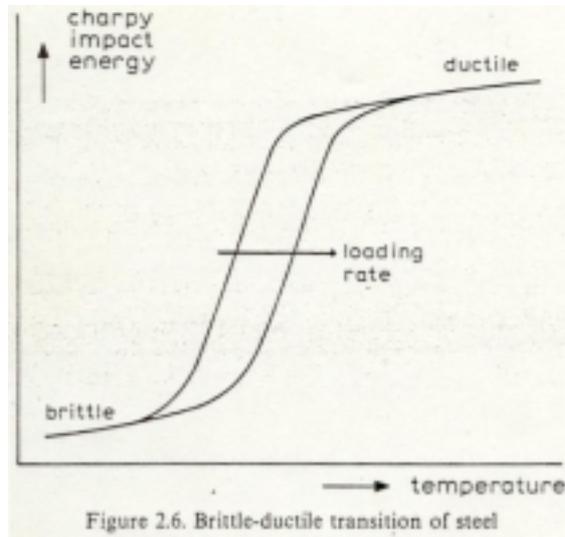
	tensile strength			yield strength			fracture toughness K_{Ic}
	σ_u			σ_{ys}			
	MN/m ²	kg/mm ²	ksi	MN/m ²	kg/mm ²	ksi	
4340 steel	1820	185	264	1470	150	214	46 MN/m ^{3/2} = 150 kg/mm ^{3/2} = 42 ksi√in
Maraging 300 steel	1850	188	268	1730	177	250	90 MN/m ^{3/2} = 290 kg/mm ^{3/2} = 82 ksi√in
7075-T6 Al. alloy	560	57	81	500	51	73	32 MN/m ^{3/2} = 104 kg/mm ^{3/2} = 30 ksi√in

Note the typical dimensions of fracture toughness. The conversion of units is:

$$1 \text{ MN/m}^{3/2} = 3.23 \text{ kg/mm}^{3/2} = 0.925 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}}$$

$$1 \text{ kg/mm}^{3/2} = 0.31 \text{ MN/m}^{3/2} = 0.287 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}}$$

$$1 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}} = 1.081 \text{ MN/m}^{3/2} = 3.49 \text{ kg/mm}^{3/2}$$



Meccanica della Frattura

