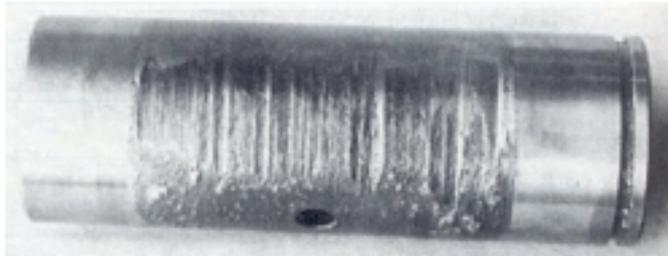


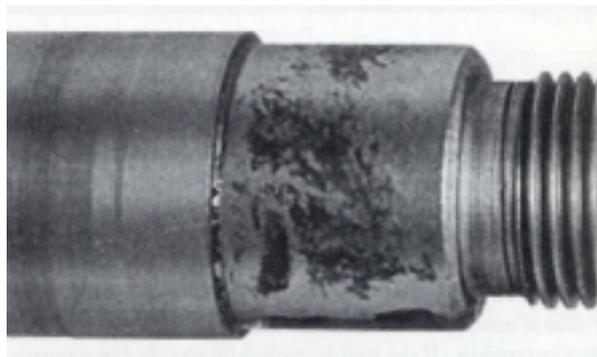
Contatto

Sollecitazioni di contatto

Contatto



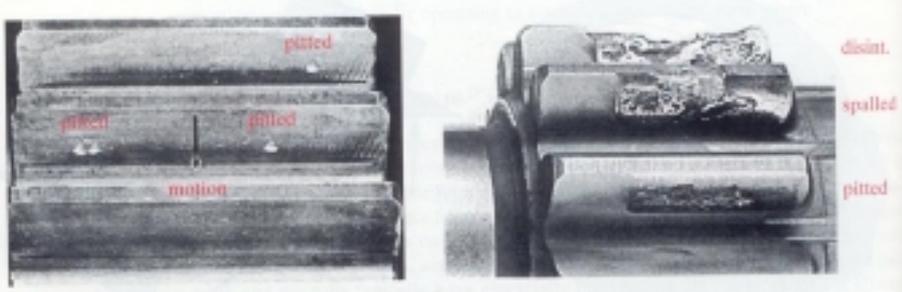
Usura di tipo "adesivo" su un albero di trasmissione



Effetti del "fretting" su un albero di trasmissione

Contatto

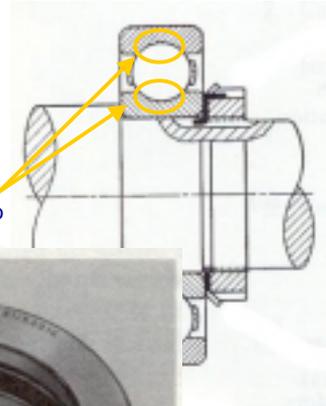
Effetti del "pitting" su un ingranaggio



Contatto

Contatto con rotolamento puro
o accompagnato da strisciamento relativo

Contatto tra sfera e pista
nei cuscinetti a rotolamento

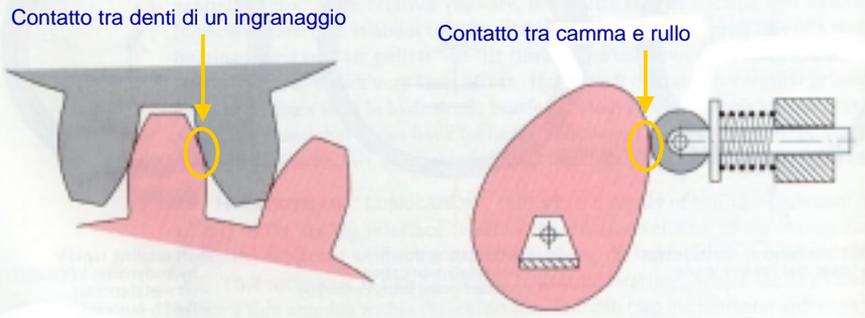


Cuscinetto assiale a sfere



Contatto

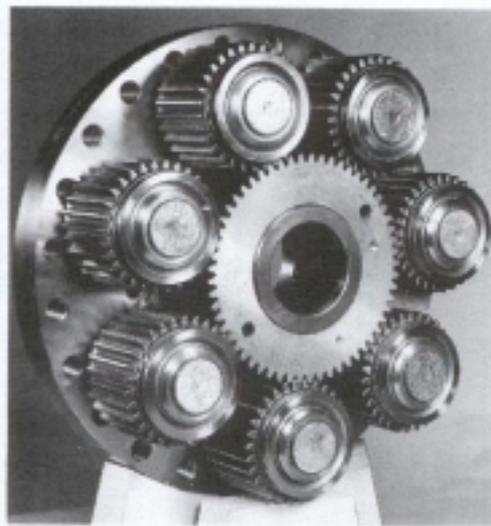
Contatto con rotolamento puro
o accompagnato da strisciamento relativo



Contatto

Contatto con rotolamento puro
o accompagnato da strisciamento relativo

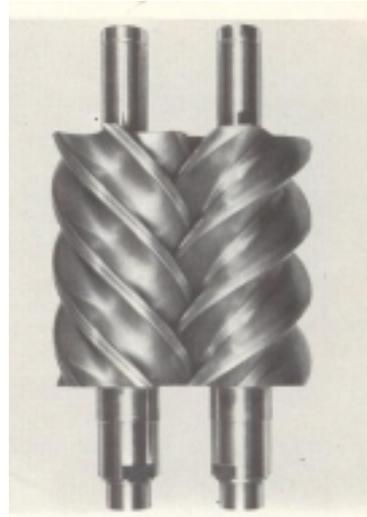
Riduttore epicicloidale



Contatto

Contatto con rotolamento puro
o accompagnato da strisciamento relativo

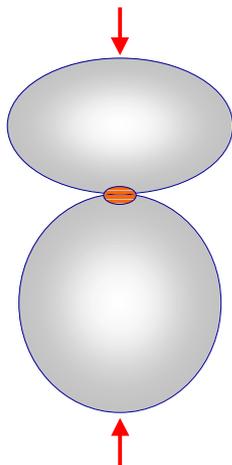
Contatto di rotolamento e strisciamento
negli elementi rotanti di un compressore a vite



Contatto

Teoria di Hertz

Contatto tra corpi



La teoria di Hertz permette la determinazione delle tensioni e deformazioni che si producono premendo l'uno contro l'altro due corpi elastici curvi.

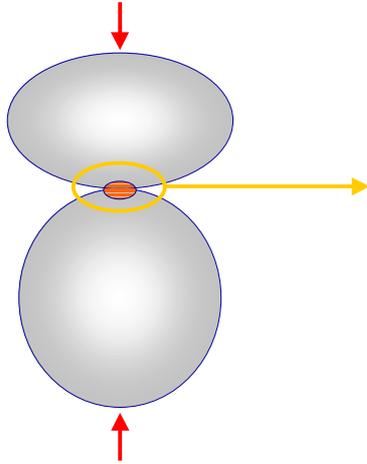
Le ipotesi che sono alla base di tale teoria sono:

- a) perfetta elasticità del materiale
- b) assenza di forze d'attrito
- c) superficie di contatto piccola rispetto alle dimensioni dei corpi a contatto

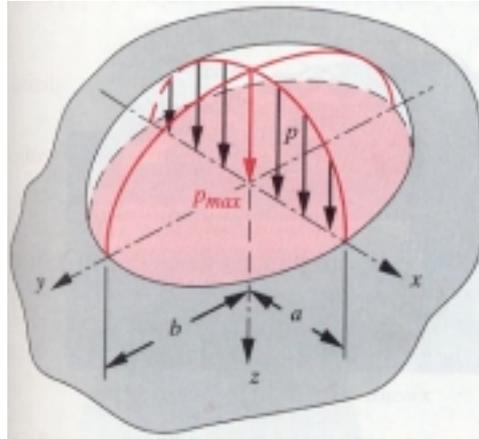
Contatto

Teoria di Hertz

Contatto tra corpi



Il contatto sotto carico non avviene in un punto ma su un'area di dimensioni finite



La forza di contatto è in relazione con la pressione e l'area di contatto

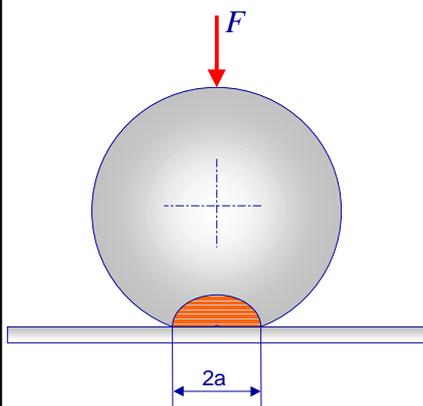
$$F = \frac{2}{3} \pi ab p_{\max}$$

Nel caso di contatto tra due sfere o tra sfera e piano $a = b$

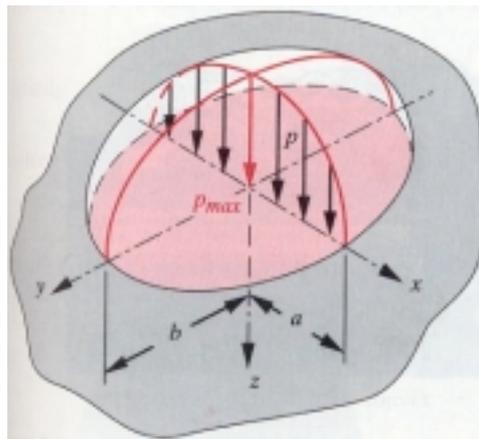
Contatto

Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano



Il contatto sotto carico non avviene in un punto ma su un'area di dimensioni finite



$$F = \frac{2}{3} \pi a^2 p_{\max}$$

Nel caso di contatto tra due sfere o tra sfera e piano $a = b$

Contatto

Teoria di Hertz

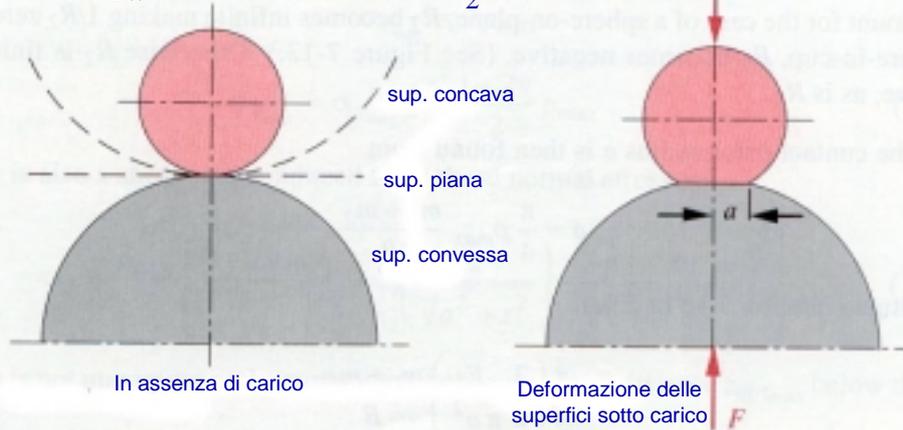
Contatto sfera-sfera o sfera-piano: pressione massima

$$F = \frac{2}{3} \pi a^2 p_{\max}$$

$$p_{\text{med}} = \frac{F}{\text{area}} = \frac{F}{\pi a^2}$$

$$p_{\max} = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2}$$

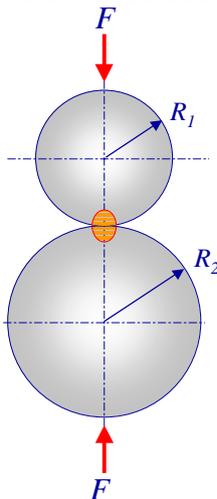
$$p_{\max} = \frac{3}{2} p_{\text{med}}$$



Contatto

Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano: area di contatto



$$a = \frac{\pi}{4} p_{\max} \frac{m_1 + m_2}{B}$$

$$m_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \quad m_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$a = \frac{\pi}{4} \left(\frac{3}{2 \pi a^2} F \right) \frac{m_1 + m_2}{B}$$

$$p_{\max} = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2}$$

$$a^3 = \frac{3}{8} F \frac{m_1 + m_2}{B}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{8} F \frac{m_1 + m_2}{B}}$$

L'andamento della pressione nell'area di contatto è data dalla funzione:

$$P_{(x,y)} = p_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2}}$$

Nel caso di contatto tra sfera e piano si ha:

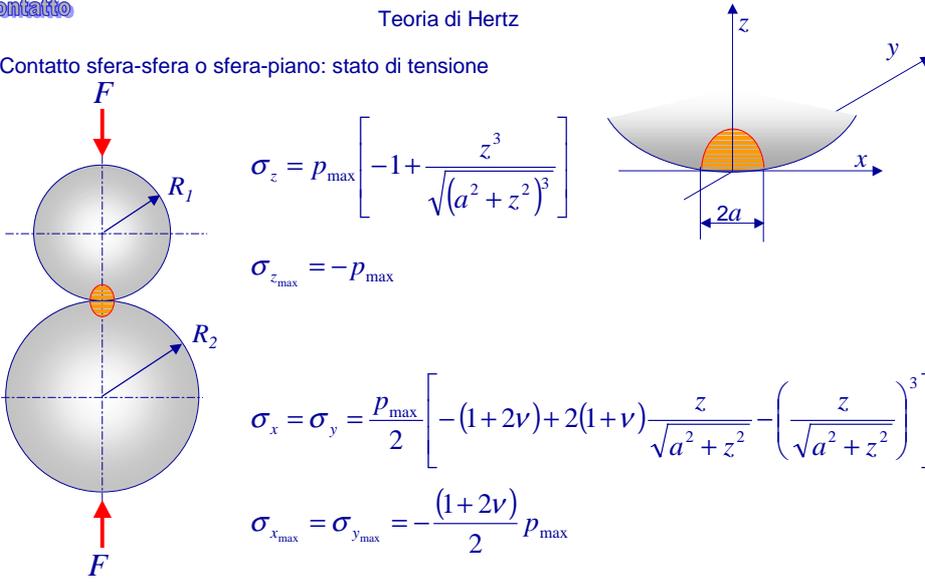
$$R_2 = \infty \quad \frac{1}{R_2} = 0$$

Nel caso di contatto tra sfera e superficie concava si ha:

$$R_2 = \text{negativo}$$

Contatto Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano: stato di tensione



$$\sigma_z = p_{\max} \left[-1 + \frac{z^3}{\sqrt{(a^2 + z^2)^3}} \right]$$

$$\sigma_{z_{\max}} = -p_{\max}$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{p_{\max}}{2} \left[-(1+2\nu) + 2(1+\nu) \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^3 \right]$$

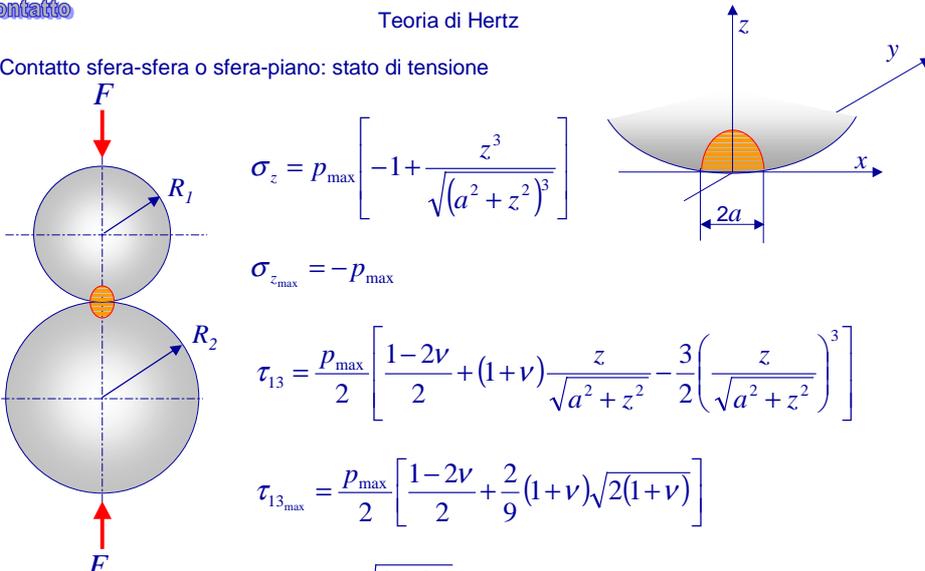
$$\sigma_{x_{\max}} = \sigma_{y_{\max}} = -\frac{(1+2\nu)}{2} p_{\max}$$

Nel caso di contatto tra sfera e piano si ha:

$$R_2 = \infty \quad \frac{1}{R_2} = 0$$

Contatto Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano: stato di tensione



$$\sigma_z = p_{\max} \left[-1 + \frac{z^3}{\sqrt{(a^2 + z^2)^3}} \right]$$

$$\sigma_{z_{\max}} = -p_{\max}$$

$$\tau_{13} = \frac{p_{\max}}{2} \left[\frac{1-2\nu}{2} + (1+\nu) \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{3}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^3 \right]$$

$$\tau_{13_{\max}} = \frac{p_{\max}}{2} \left[\frac{1-2\nu}{2} + \frac{2}{9} (1+\nu) \sqrt{2(1+\nu)} \right]$$

$$z_{(\tau_{\max})} = a \sqrt{\frac{2+2\nu}{7-2\nu}}$$

Nel caso di contatto tra sfera e piano si ha:

$$R_2 = \infty \quad \frac{1}{R_2} = 0$$

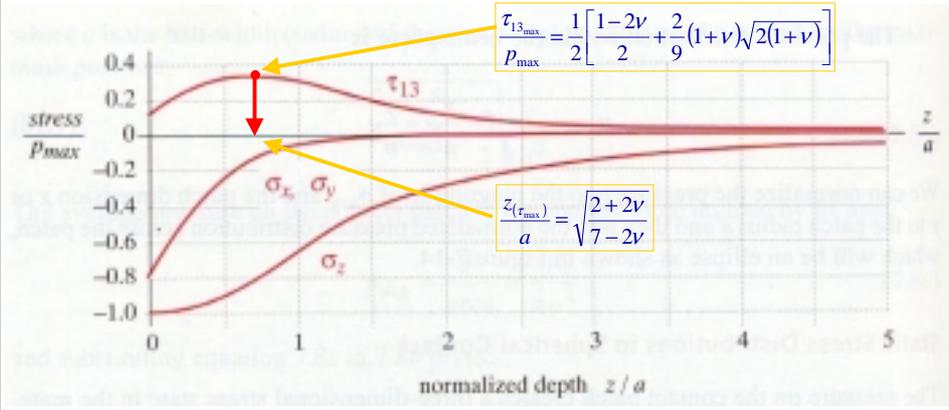
Contatto

Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano: stato di tensione

$$\sigma_z = p_{\max} \left[-1 + \frac{z^3}{\sqrt{(a^2 + z^2)^3}} \right] \quad \sigma_x = \sigma_y = \frac{p_{\max}}{2} \left[-(1+2\nu) + 2(1+\nu) \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^3 \right]$$

$$\tau_{13} = \frac{p_{\max}}{2} \left[\frac{1-2\nu}{2} + (1+\nu) \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{3}{2} \left(\frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right)^3 \right]$$

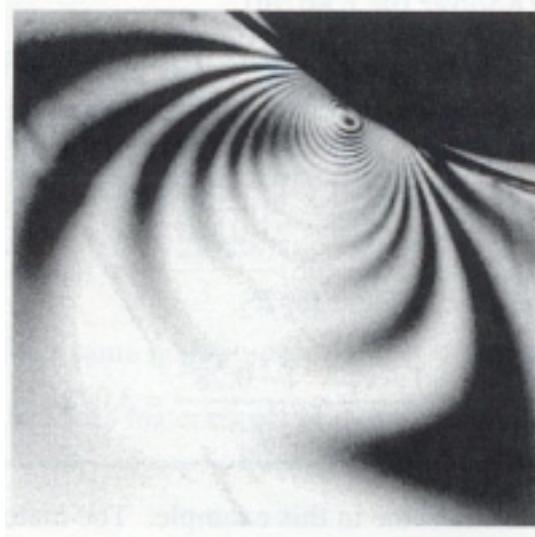


Contatto

Teoria di Hertz

Contatto sfera-sfera o sfera-piano: stato di tensione

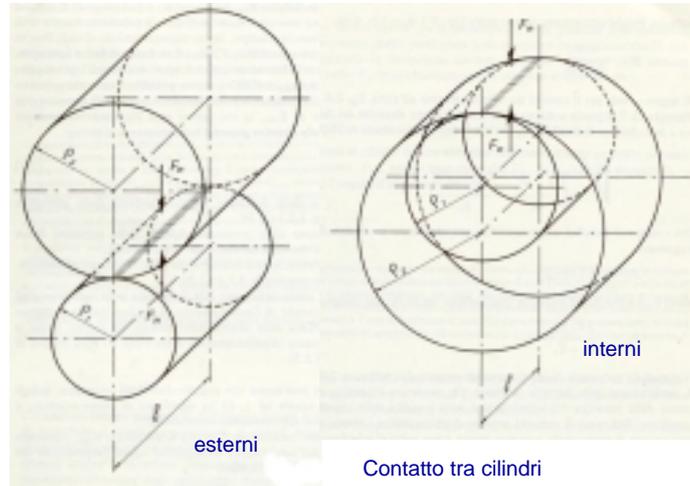
L'analisi fotoelastica del contatto tra due corpi elastici mette in evidenza che la massima tensione si raggiunge in una zona interna alla superficie, anche se molto prossima ad essa.



Contatto

Teoria di Hertz

Contatto cilindro-cilindro o cilindro-piano



Contatto

Teoria di Hertz

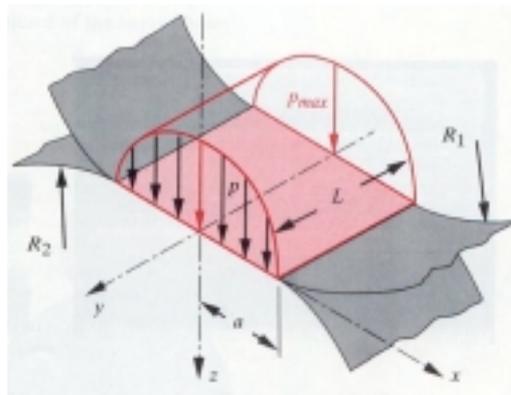
Contatto cilindro-cilindro o cilindro-piano: pressione massima

$$F = \frac{1}{2} \pi a L p_{\max}$$

$$p_{\max} = \frac{2F}{\pi a L}$$

$$p_{\text{med}} = \frac{F}{\text{area}} = \frac{F}{2 a L}$$

$$p_{\max} = \frac{4}{\pi} p_{\text{med}}$$



Contatto

Teoria di Hertz

Contatto cilindro-cilindro o cilindro-piano: area di contatto

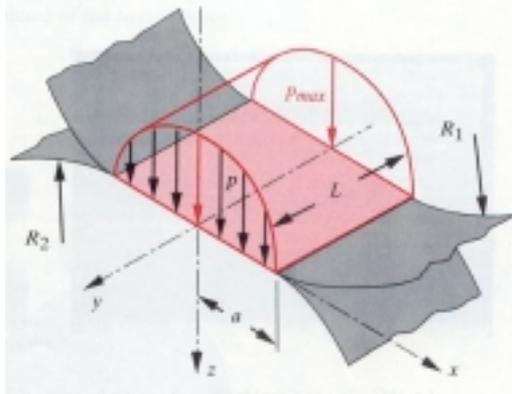
$$a = \sqrt{\frac{2 m_1 + m_2}{\pi} \frac{F}{B L}}$$

essendo, anche in questo caso:

$$m_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \quad m_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Con la stessa avvertenza sul valore di R_2 nel caso di contatto cilindro-piano e nel caso di cilindri interni



L'andamento della pressione nell'area di contatto è data dalla funzione: $p(x) = p_{\max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$

Contatto

Teoria di Hertz

Contatto cilindro-cilindro o cilindro-piano: area di contatto

$$a = \sqrt{\frac{2 m_1 + m_2}{\pi} \frac{F}{B L}}$$

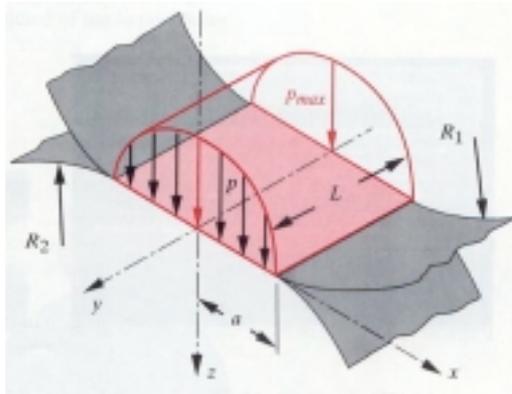
essendo, anche in questo caso:

$$m_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \quad m_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Indicando con $E' = \frac{E}{1 - \nu^2} = \frac{1}{m}$

il modulo di elasticità a contrazione laterale impedita



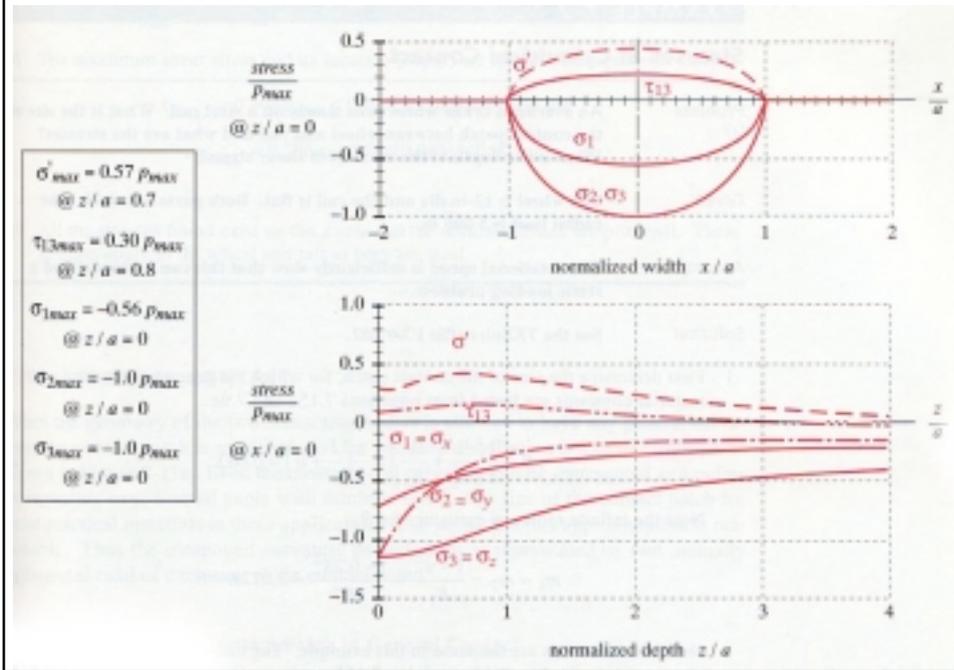
Il valore massimo della pressione di contatto è dato dalla relazione:

$$p_{\max} = \sigma_H = \sqrt{\frac{F}{\pi L} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{E_1' E_2'}{E_1' + E_2'}}$$

Contatto

Teoria di Hertz

Stato di tensione

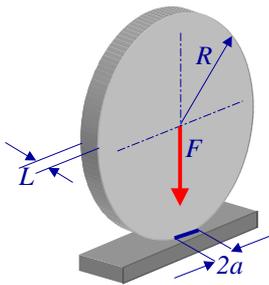


Contatto

Teoria di Hertz

Esempio di calcolo

Contatto ruota ruota



Dati:

diametro $d = 300 \text{ mm}$

spessore $L = 20 \text{ mm}$

forza $F = 20 \text{ kN}$

Materiale: $E = 200 \text{ GPa}$ $\nu = 0.28$

Si vuol conoscere l'area di contatto e lo stato tensionale

$$m_1 = m_2 = \frac{1-\nu^2}{E} = \frac{1-0.28^2}{200 \cdot 10^9} = 4.608 \cdot 10^{-12}$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{0.15} + \frac{1}{\infty} \right) = 3.3334$$

$$R_1 = 0.15 \text{ m}$$

$$R_2 = \infty$$

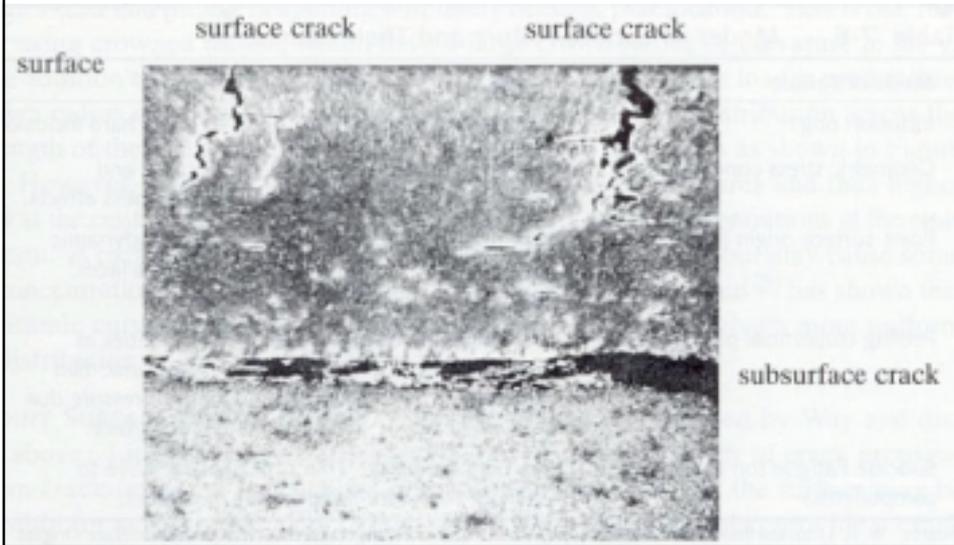
$$a = \sqrt{\frac{2 m_1 + m_2}{\pi B} \frac{F}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.608 \cdot 10^{-12} + 4.608 \cdot 10^{-12}}{\pi \cdot 3.3334} \frac{20000}{0.02}} = 1.326 \text{ mm}$$

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi a L} = \frac{2 \cdot 20000}{\pi \cdot 1.326 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02} = 480 \text{ MPa}$$

Contatto

Fatica di contatto

A causa della ripetuta sollecitazioni di contatto possono svilupparsi sia cricche superficiali sia cricche sub superficiali, generalmente disposte parallelamente alla superficie.



Contatto

Fatica di contatto

$$p_{\max} = \frac{2F}{\pi a L}$$

$$\sigma_H = -p_{\max}$$

$$\sigma_H^2 = \frac{2 F B}{\pi L m_1 + m_2}$$

$$a^2 = \frac{2 m_1 + m_2 F}{\pi B L}$$

$$F = \sigma_H^2 (m_1 + m_2) \pi \frac{L}{2B} = K \frac{L}{2B}$$

$$K = \sigma_H^2 (m_1 + m_2) \pi$$

$$F = K \frac{L}{2B}$$

$$\log K = \frac{\zeta - \log N}{\lambda}$$

Dati del materiale
(ricavati sperimentalmente)

Contatto

Fatica di contatto

$$\log K = \frac{\zeta - \log N}{\lambda}$$

Surface Fatigue Strength Data for Various Materials
Part 1: Materials Running Against an HRC 60-62 Tool-Steel Roller

#	Material	Pure Rolling				Rolling & 9% Sliding			
		K	Sc @ 1E8 cycles, psi	λ	ζ	K	Sc @ 1E8 cycles, psi	λ	ζ
1	1020 steel, carburized, 0.040 in min. depth HRC 50-60	11 700	256 000	7.29	36.33	19 400	99 000	13.20	61.08
2	1020 steel, HB 130-150	—	—	—	—	1 720	94 000	4.78	33.45
3	1117 steel, HB 130-150	5 900	89 000	4.21	21.47	1 150	77 000	3.63	19.52
4	8148 steel, induction hardened, 0.040 in. min depth HRC 45-50	10 800	227 000	6.96	34.24	8 200	206 000	6.51	41.31
5	4750 steel, h-t, HB 270-300, flash-chrome plated	6 060	177 800	11.18	50.28	—	—	—	—
6	4750 steel, h-t, HB 270-300, phosphate coated	9 080	216 800	8.60	42.81	6 260	188 000	11.86	57.82
7	4150 cast steel, h-t, HB 270-300	—	—	—	—	2 850	121 000	17.86	68.72
8	4340 steel, induction hardened, 0.040 in. min depth HRC 50-58	10 000	209 000	14.15	66.22	9 000	216 000	14.02	63.44
9	4340 steel, h-t, HB 270-300	—	—	—	—	9 900	169 000	18.05	75.51
10	6150 steel, HB 300-320	1 170	78 000	3.10	17.81	—	—	—	—
11	6150 steel, HB 270-300	—	—	—	—	1 820	97 000	8.80	39.06
12	18% Ni mangning tool steel, air hardened, HRC 48-50	—	—	—	—	4 500	166 800	3.90	22.18
13	Gray iron, CI 20, HB 140-180	790	49 000	3.83	19.09	740	47 000	4.08	19.72
14	Gray iron, CI 30, HB 200-230	1 120	68 000	4.24	20.92	—	—	—	—
15	Gray iron, CI 30, h-t (austempered) HB 225-300, phosphate coated	2 820	182 000	5.81	27.11	2 510	94 000	6.01	28.44
16	Gray iron, CI 35, HB 225-255	2 000	86 000	11.42	46.28	1 900	84 000	8.39	35.51
17	Gray iron, CI 45, HB 225-240	—	—	—	—	1 870	85 000	3.77	19.41
18	Nodular iron, Gr. 80-60-03, h-t HB 207-241	2 130	96 000	10.09	41.83	1 960	83 000	5.56	26.21
19	Nodular iron, Gr. 100-70-03, h-t HB 240-280	—	—	—	—	3 570	122 000	13.04	54.01
20	Nickel bronze, HB 80-90	1 380	73 000	6.01	26.89	—	—	—	—
21	SAE 65 phosphor-bronze sand casting, HB 65-75	730	82 000	2.84	16.13	250	35 800	2.39	14.08
22	SAE 660 cast-iron bronze, HB 75-80	—	—	—	—	108	33 800	5.94	32.87
23	Aluminum bronze	2 500	98 000	9.87	27.87	—	—	—	—
24	Zinc die-casting, HB 79	250	28 000	3.27	18.33	220	28 000	3.11	15.23
25	Acetal resin	629	—	—	—	580	—	—	—
26	Polyurethane rubber	340	—	—	—	—	—	—	—

Contatto

Fatica di contatto

$$\log K = \frac{\zeta - \log N}{\lambda}$$

Surface Fatigue Strength Data for Various Materials
Part 2: Materials Running Against the Same Material

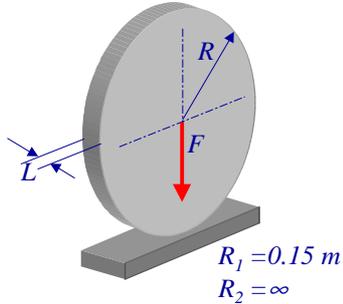
#	Material	Pure Rolling				Rolling & 9% Sliding			
		K	Sc @ 1E8 cycles, psi	λ	ζ	K	Sc @ 1E8 cycles, psi	λ	ζ
27	1020 steel, HB 130-170, and same but phosphate coated	2 900	122 000	7.84	35.17	1 450	87 000	6.38	28.23
28	1144 steel CD steel, HB 260-290, (stress-proof)	—	—	—	—	2 290	109 000	4.10	21.79
29	4150 steel, h-t, HB 270-300, and same but phosphate coated	6 770	187 000	10.46	48.09	2 320	110 000	9.58	40.24
30	4150 leaded steel, phosphate coated, h-t, HB 270-300	—	—	—	—	3 050	125 000	6.63	31.1
31	4340 steel, h-t, HB 320-340, and same but phosphate coated	10 300	230 000	18.13	80.74	5 200	164 000	26.19	105.31
32	Gray iron, CI 20, HB 130-180	960	45 000	3.05	17.10	920	43 900	3.55	18.52
33	Gray iron, CI 30, h-t (austempered) HB 270-290	3 800	102 000	7.25	33.97	3 500	97 000	7.87	35.90
34	Nodular iron, Gr. 80-60-03, h-t HB 207-241	3 500	117 000	4.69	24.65	1 790	82 000	4.18	21.56
35	Meehanite, HB 190-240	1 600	80 000	4.77	23.27	1 450	76 500	4.94	23.64
36	6061-T6 aluminum, hard anodized coating	350	—	10.27	34.15	260	—	5.02	20.12
37	HK31XA-T6 magnesium, HAE coating	175	—	6.46	22.53	275	—	11.07	35.02

Contatto

Fatica di contatto

Esempio di calcolo

Contatto ruota rotaia



Dati:

diametro $d = 300 \text{ mm}$

spessore $L = 20 \text{ mm}$

forza $F = 20 \text{ kN}$

Materiale: $E = 200 \text{ GPa}$ $\nu = 0.28$

acciaio 1020 - HB 170

$K = 1450$ $\zeta = 28.23$ $\lambda = 6.38$

10 anni di vita

200 giri/min, 24 h/giorno, 300 giorni/anno

Ipotesi: 9% slittamento

$$\text{N}^\circ \text{ di cicli richiesto} = 200 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 300 \cdot 10 = 864E6$$

$$\sigma_H = 480 \text{ MPa} = 69532 \text{ psi} \quad m = \frac{1-0.28}{3E7} = 3.072E-8$$

$$K = \pi \cdot 2m \cdot \sigma_H^2 = \pi \cdot 2 \cdot 3.072E-8 \cdot (69532)^2 = 933$$

$$N = 10^{(\zeta - \lambda \cdot \log K)}$$

$$N = 10^{(28.23 - 6.38 \cdot \log 933)} = 1915E6$$

$$X_s = \frac{1915E6}{846E6} = 2.2$$

