

Cognome .....

Nome .....

1) Sia  $\mathbf{Z}$  l'insieme dei numeri interi relativi. Determinare le seguenti controimmagini per le sottoelencate funzioni da  $\mathbf{Z}$  in  $\mathbf{Z}$ :

- $f^{-1}(0)$  per  $f : x \rightarrow x + 1$  .....
- $g^{-1}(2)$  per  $g : x \rightarrow x^2$  .....
- $h^{-1}(16)$  per  $h : x \rightarrow x^4$  .....
- $k^{-1}(3)$  per  $k : x \rightarrow 2x$  .....

2) Assegnato un insieme di generatori  $\mathcal{G}$  di un sottospazio  $W$  di  $\mathbf{R}^n$ , stabilire la verità o meno delle seguenti affermazioni:

	$V$	$F$
$\mathcal{G}$ è un insieme di vettori linearmente indipendenti di $W$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ogni vettore di $\mathbf{R}^n$ è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{G}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ogni vettore di $W$ è combinazione lineare dei vettori di $\mathcal{G}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\mathcal{G}$ può contenere il vettore nullo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3) Determinare equazioni parametriche per la retta passante per  $P(1,0,1)$ , parallela ai piani  $\pi : x + 2z = 0$ ,  $\pi' : y - z = 0$ .

.....

4) Assegnato il punto  $P_0(2,1,0)$ , determinare i piani  $\pi$  contenenti la retta  $\alpha : x + y = z = 0$ , tali che la distanza di  $P_0$  da  $\pi$  valga  $\sqrt{6}/2$ .

.....

5) Determinare i valori del parametro reale  $t$  per i quali le rette  $r : x = y + z + 2 = 0$ ,  $r' : x + y + tz + 3 = 2x + 2y + (t + 1)z + t + 5 = 0$  sono complanari.

.....

6) Stabilire la verità o meno delle seguenti affermazioni, relative a matrici:

	$V$	$F$
una matrice $n \times n$ diagonalizzabile ha necessariamente determinante diverso da 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
in una matrice di rango 3 tutti i minori di ordine 3 hanno determinante diverso da 0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
permutando le righe di una matrice, il rango non cambia	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
permutando le righe di una matrice quadrata, il determinante non cambia	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7) Determinare le rette del fascio  $x - ky + \sqrt{2} = 0$ , tangenti la circonferenza  $x^2 + y^2 = 1$ .

.....

8) Determinare gli autovalori della matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & 30 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

.....

9) Determinare l'equazione cartesiana del piano per il punto  $P_0(1, 0, 0)$ , perpendicolare al piano  $\pi : x + 3y + z = 0$  e al piano  $\pi' : x + 2y + z + 8 = 0$ .

.....

10) Determinare l'equazione canonica dell'ellisse con fuoco  $F(1, 0)$  e direttrice  $d : x = 2$ .

.....

11) Assegnati i punti  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 2)$ , determinare i punti  $C$  per i quali il triangolo  $ABC$  sia isoscele di base  $AB$  e abbia area eguale a 10.

.....

12) Ridurre a gradini la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & 11 & -3 \\ 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$  con il metodo di Gauss.

.....

13) Determinare una base per il sottospazio  $W$  di  $\mathbf{R}^4$ , di equazioni  $x_1 + 2x_2 - x_3 = x_2 - x_3 + 2x_4 = 0$ .

.....

14) Assegnati i vettori  $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ ,  $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ , determinare il vettore  $\vec{w}$  parallelo a  $\vec{u}$  tale che  $\vec{w} \times \vec{v} = 3$ .

.....

15) Determinare l'equazione della sfera avente centro sull'asse  $z$ , passante per l'origine e per il punto  $(1, 0, 3)$ .

.....