

Cognome

Nome

1) Nel piano euclideo, determinare l'equazione cartesiana della retta passante i centri delle circonferenze $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$, $\mathcal{C}' : x^2 + y^2 - 6x - 10y = 0$.

.....

2) Quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbf{R}^3$ sono sottospazi?

- $\{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + 6x_2 = x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 0\}$ ☐ $\{(h + 3k, h, 6h - 4k + 1) : \forall h, k \in \mathbf{R}\}$ ☐
 $\{(h + \sqrt{3}k, h, h \log 5 + k) : \forall h, k \in \mathbf{R}\}$ ☐ $\{(x_1, x_2, x_3) : \sqrt{x_1} + 3\sqrt{x_2} = 0\}$ ☐
 nessuno dei precedenti ☐

3) Determinare i valori del parametro reale h per i quali il sistema

$$\begin{cases} hx + (2h + 1)y = 1 \\ hx + (h + 3)y = 3 \end{cases}$$

ammette una sola soluzione, infinite soluzioni, nessuna soluzione.

.....

4) Nello spazio euclideo determinare la sfera passante per $A(0, 0, 0)$, $B(0, 2, -4)$, $C(2, 0, -4)$, con centro sul piano $\alpha : x + y - 6 = 0$.

.....

5) Assegnata la matrice $\begin{pmatrix} -7 & -6 \\ 14 & 12 \end{pmatrix}$, determinarne gli autovalori e, per ognuno di essi, i relativi autovettori.

.....

6) Nello spazio euclideo determinare i punti sull'asse z a distanza 4 dal piano $\alpha : -3x + \sqrt{6}y + z - 1 = 0$.

.....

7) Determinare quali delle seguenti rette del piano euclideo, espresse in equazioni parametriche, ammettono l'equazione segmentaria:

$$\begin{cases} x = -3t \\ y = -4t \end{cases} \quad \square \quad \begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = -4t \end{cases} \quad \square$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -4t \end{cases} \quad \square \quad \begin{cases} x = -3t \\ y = -4 - 4t \end{cases} \quad \square \quad \text{nessuna delle precedenti} \quad \square$$

8) Data l'applicazione $L : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$, definita da $L(x_1, x_2) = (-2x_1 + x_2, x_1 - 2x_2)$, determinare l'applicazione inversa.

.....

9) Assegnati nello spazio euclideo i punti $A(0, 0, 0)$, $B(-4, 0, -3)$, $C(-8, -2, 0)$, determinare il punto D tale che il quadrilatero $ABCD$ sia un parallelogramma.

.....

10) Determinare nel piano euclideo l'equazione canonica dell'ellisse di fuoco $F(2, 0)$ e di semiasse minore $b = \sqrt{3}$.

.....

11) Indicato con $\mathbf{R}$, $\mathbf{U}$, l'insieme dei numeri reali e, rispettivamente, degli esseri umani, determinare quali delle seguenti applicazioni sono iniettive:

$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} : f(x) = x - 3 \quad \square \quad f : \mathbf{U} \longrightarrow \mathbf{R} : f(x) = \text{numero di nipoti di } x \quad \square$
 $f : \mathbf{U} \longrightarrow \mathbf{U} : f(x) = \text{madre di } x \quad \square \quad f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} : f(x) = |x| \quad \square$
 nessuna delle precedenti $\square$

12) Nello spazio euclideo determinare equazioni parametriche per la retta passante per il punto $P(-4, -6, -1)$, perpendicolare al piano $\alpha : 5x + 3y - 4z = 0$.

.....

13) Stabilire la verità o meno delle seguenti affermazioni:

	V	F
le rette dello spazio passanti per un punto si dicono formare un fascio di rette	☐	☐
si parla di autosoluzioni per qualsiasi sistema lineare	☐	☐
una funzione biunivoca è suriettiva	☐	☐
le soluzioni dell'equazione caratteristica si chiamano autovettori	☐	☐

14) Nel piano euclideo determinare le rette a distanza $1/\sqrt{41}$ dalla retta $r : 4x + 5y - 4 = 0$.

.....

15) Determinare nello spazio euclideo i versori perpendicolari alle rette $r : x + z + 1 = y - z = 0$ e $s : x - z = y - 2z + 2 = 0$.

.....