Compito di Geometria e Algebra (10/01/2011) **A**

Cognome ....

Nome ....

1) Assegnati i punti $A(1,2,-1), B(3,0,3)$ nello spazio euclideo, determinare il piano perpendicolare ad AB e passante per il punto medio M del segmento AB.

....

2) Assegnati i punti $A(4,2), B(2,1)$ nel piano euclideo, determinare sulla retta r di equazioni parametriche $x = 3t$, $y = t + 1$ i punti C tali che l'area del triangolo ABC valga 1/2.

....

3) Stabilire la verità delle seguenti affermazioni:

	V	F
Una matrice quadrata a gradini può avere determinante nullo.	□	□
Una matrice diagonalizzabile può avere determinante nullo.	□	□
Esistono infiniti versori paralleli ad una retta.	□	□
L'iperboloide ellittico è una superficie rigata.	□	□

4) Determinare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$ e, per ognuno di essi, calcolare i relativi autovettori.

....

5) Determinare nello spazio euclideo il raggio della circonferenza sezione della sfera $\Sigma : (x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ con il piano $\alpha : x - 2y + z - 2 = 0$.

....

6) Determinare una base per il sottospazio S di $\mathbf{R}^4$ di equazioni $x_1 - x_3 - 2x_4 = x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0$.

....

7) Determinare i valori del parametro reale t, per i quali il sistema $\begin{cases} (t-2)x + 2y + 3z = 1 \\ \qquad\quad + ty + 3z = 2 \\ \qquad\quad + 3y + tz = 0 \end{cases}$ ammette una sola soluzione.

....

A

8) Dichiarare l'iniettività o meno delle seguenti funzioni (con U indichiamo l'insieme degli esseri umani):

	SI	*NO*
$f : U \longrightarrow U$ definita da $f(u) =$ padre di u.	$\square$	$\square$
$f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = x^2$.	$\square$	$\square$
$f : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$ definita da $f(x, y) = (y, x)$.	$\square$	$\square$
$f : M(2 \times 2, \mathbf{R}) \longrightarrow M(2 \times 2, \mathbf{R})$ definita da $f(A) = A^t$.	$\square$	$\square$

9) Determinare nel piano euclideo i vettori liberi di modulo 3 paralleli alla retta di equazioni parametriche $x = -2t + 2, \quad y = -4t + 1$.

....

10) Assegnate nello spazio euclideo le rette $r : x-3z+1 = y+4z+2 = 0$ e $s : 2x+3y+4z = z = 0$, determinare $\cos \widehat{rs}$.

....

11) Determinare nello spazio euclideo il piano passante per il punto $P(-6, 11, -5)$ e contenente la retta $r : x + 3z - 3 = y + 2z = 0$.

....

12) Date le basi $\mathcal{B} = \{(1, 0), (1, 1)\}$, $\mathcal{B}' = \{(-3, -2), (-5, -6)\}$ in $\mathbf{R}^2$, determinare una delle due matrici del cambiamento di base (da $\mathcal{B}$ a $\mathcal{B}'$ oppure da $\mathcal{B}'$ a $\mathcal{B}$).

....

13) Determinare nel piano euclideo l'iperbole di eccentricità $e = 3/2$ e di semidistanza focale $c = 3$.

....

14) Assegnata nel piano euclideo la circonferenza $\mathcal{C}$ di centro $P_0(0, 3)$ e raggio $\sqrt{10}$, determinare la retta tangente a $\mathcal{C}$ nel punto, dotato di ascissa positiva, di incontro di $\mathcal{C}$ con l'asse x.

....

15) Determinare nello spazio euclideo il piano contenente la retta $r : x + 2z - 2 = y + z = 0$ e perpendicolare al piano $\pi : -4x + 5y - 4z = 0$.

....