

Cognome

Nome

1) Determinare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

.....

2) Determinare nel piano euclideo la proiezione ortogonale del punto $(-5, -4)$ sulla retta $r : x + 4y + 4 = 0$.

.....

3) Assegnata l'applicazione lineare $L : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$, definita da $L(x, y) = (x + y, -x - y)$, determinare la controimmagine del vettore $(2, -2)$.

.....

4) Determinare i valori del parametro reale t per i quali nello spazio euclideo le rette $r : x = y + tz = 0$ e $s : x + y + 2z + 1 = x + 2y - 3z + 1 = 0$ sono complanari.

.....

5) Determinare un insieme di tre generatori per il sottospazio S di $\mathbf{R}^3$ di equazioni $x_1 + 2x_2 + x_3 = x_2 - x_3 = 0$.

.....

6) Assegnati nel piano euclideo i punti $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 3)$, determinare l'ortocentro (punto d'incontro delle altezze) del triangolo ABC .

.....

7) Determinare nello spazio euclideo il piano contenente la retta $r : x + 3z = y - 2 = 0$ e parallelo alla retta $s : x - z = y - z = 0$.

.....

8) Determinare nel piano euclideo la retta tangente alla circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - x + 4y = 0$ nel punto $P(1, 0)$.

9) Determinare i valori di t per i quali il sistema omogeneo $\begin{cases} tx + 2y + 4z = 0 \\ tx + ty + 5z = 0 \\ tx + 2y + tz = 0 \end{cases}$ ammette autosoluzioni.

10) Determinare nello spazio euclideo le sfere di raggio $\sqrt{6}$, tangenti al piano $\alpha : x + y + 2z = 0$ nell'origine.

11) Quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbf{R}^3$ sono sottospazi?

$\{(x_1, x_2, x_3) : -3x_1 - 5x_2 + x_3 - 3 = x_1 + 3x_2 + x_3 = 0\}$ ☐ $\{(-3h - 2k, h, -3 - 6h + k) : \forall h, k \in \mathbf{R}\}$ ☐
 $\{(\sqrt{3}h - 3k, -2h + k \log 6, -3k) : \forall h, k \in \mathbf{R}\}$ ☐ $\{(x_1, x_2, x_3) : -3x_1^2 - 8x_2 + x_3 = 0\}$ ☐
nessuno dei precedenti ☐

12) Determinare nel piano euclideo l'equazione canonica dell'ellisse di semiasse maggiore 14 e di eccentricità $\frac{1}{2}$. Determinare inoltre i fuochi e le direttrici di tale ellisse.

13) Determinare nello spazio euclideo la distanza del punto $P(-5, -4, -6)$ dal piano passante per l'origine e perpendicolare al vettore $\vec{v} = (4, 5, 4)$.

14) Assegnati nello spazio euclideo i vettori liberi $\vec{u} = -5\vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$, $\vec{v} = 5\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, determinare $\frac{1}{\vec{u} \times \vec{v}}(\vec{u} \wedge \vec{v})$.

15) Stabilire la verità delle seguenti affermazioni:

	V	F
due rette sghembe possono essere parallele	☐	☐
un sistema lineare 4×3 può avere ∞^2 soluzioni	☐	☐
la proiezione di un vettore su una retta orientata può essere un numero negativo	☐	☐
esistono ellissi con eccentricità $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$	☐	☐