

Cognome

Nome

1) Nello spazio euclideo determinare l'equazione cartesiana del piano contenente le rette $r : x + y - 2z = y + 2z = 0$ e $s : x + y - 2 = y + z + 1 = 0$.

.....

2) Assegnata l'applicazione lineare $L : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$, definita da $L(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 + 2x_2)$, determinarne l'applicazione inversa.

.....

3) Determinare nel piano euclideo la retta tangente alla circonferenza $\mathcal{C} : x^2 + y^2 + x + 4y + 3 = 0$ nel punto $P(0, -1)$.

.....

4) Assegnate nello spazio euclideo le rette di equazioni parametriche $r : x = 2t, y = -t, z = t + 1$, $s : x = t + 2, y = -2t, z = t + 3$, determinare $\cos \widehat{rs}$.

.....

5) Determinare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

.....

6) Dato un insieme $G = \{v_1, \dots, v_m\}$ di generatori per $\mathbf{R}^n$, stabilire la verità delle seguenti affermazioni:

	V	F
n è necessariamente maggiore di m .	☐	☐
$v_1, \dots, v_m$ sono necessariamente linearmente indipendenti.	☐	☐
G contiene un sottoinsieme di vettori linearmente indipendenti.	☐	☐
G può essere una base di $\mathbf{R}^n$.	☐	☐

7) Determinare nello spazio euclideo la distanza tra i piani paralleli $\alpha : x + 2y - z = 0$, $\beta : x + 2y - z + 1 = 0$.

.....

8) Determinare nel piano euclideo l'equazione canonica dell'ellisse di eccentricità $2/3$ e con un fuoco nel punto $F(2, 0)$.

.....

9) Determinare i valori di t per i quali il sistema $\begin{cases} tx + (t-2)y = 2 \\ tx + y = -1 \end{cases}$ ammette rispettivamente una sola soluzione, infinite soluzioni, nessuna soluzione.

.....

10) Determinare nello spazio euclideo l'equazione della sfera di centro $(1, 0, 1)$, tangente al piano $\alpha : x + y + z - 1 = 0$.

.....

11) Stabilire la verità o meno delle seguenti affermazioni:

	V	F
in un sistema lineare 3×3 $AX = B$, con C matrice completa, può avvenire che $\text{rg}A = 1$, $\text{rg}C = 3$	☐	☐
nello spazio euclideo, il vettore nullo non cambia le coordinate se si cambia il riferimento	☐	☐
nell'insieme dei vettori liberi del piano euclideo, sono definite operazioni binarie che non sono interne	☐	☐
una matrice 4×3 può essere sommata ad una matrice 4×4	☐	☐

12) Assegnati nel piano euclideo i vettori liberi $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = (1, -4)$, $\vec{w} = (1, 2)$, determinare il vettore $\vec{u} - \vec{v} + (\vec{u} \times \vec{v})\vec{w}$.

.....

13) Nel piano euclideo, assegnati i punti $A(0, 0)$, $B(t, 1)$, $C(2, t)$, determinare i valori di t per i quali l'area del triangolo ABC vale $1/2$.

.....

14) Assegnata l'applicazione lineare $L : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$, definita da $L(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 2x_1 - 2x_2)$, determinare la controimmagine del vettore $(1, 2)$.

.....

15) Determinare la forma a gradini della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

.....