

Capitolo 7

Ali supersoniche

Nel Capitolo 5 si è visto come si possono calcolare le caratteristiche aerodinamiche di un profilo supersonico in funzione delle sue caratteristiche geometriche. Ciò corrisponde ad aver determinato le caratteristiche aerodinamiche di un'ala a pianta rettangolare di allungamento infinito, della quale il profilo costituisce la sezione parallela a V_∞ . Le ali hanno però lunghezza finita ed in generale la loro forma in pianta è diversa da quella rettangolare. Il flusso è quindi in generale un flusso tridimensionale. Tuttavia nel caso supersonico gli effetti dovuti alla lunghezza finita dell'ala sono meno rilevanti che nel caso subsonico ed è spesso possibile ricondurre il problema tridimensionale ad uno bidimensionale. Si consideri ad esempio un'ala infinita avente pianta rettangolare quale quella rappresentata in Fig. 7.1a.

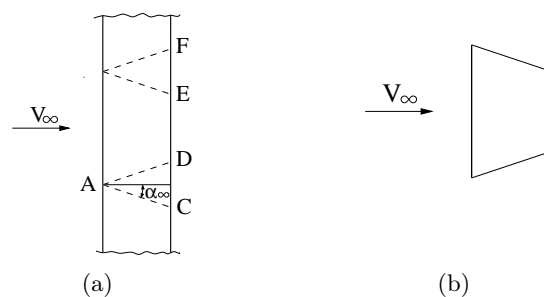


Figura 7.1:

Come si sa in un flusso supersonico un disturbo generato in un punto A si risente solo all'interno del cono di Mach uscente dal punto A stesso, ovvero all'interno del triangolo ACD. Pertanto i punti al di sopra della linea AD non risentono di ciò che accade al di sotto della linea stessa. Se allora pensiamo di tagliare l'ala infinita lungo le generatrici AD e BE dei coni di Mach per i

punti A e B, la regione ABED non viene influenzata. L'ala finita di Fig. 7.1b ha quindi esattamente le stesse caratteristiche aerodinamiche dell'ala infinita. Con lo stesso ragionamento, per un'ala a pianta rettangolare (Fig. 7.2) si vede che solo nelle regioni ACD e BEF si risentono gli effetti di bordo ed il flusso è tridimensionale, mentre in tutto il resto dell'ala ABDE il flusso è bidimensionale.

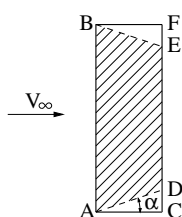


Figura 7.2:

Naturalmente gli effetti di bordo sulle prestazioni complessive dell'ala sono tanto più grandi quanto minore è l'allungamento e minore è il numero di Mach.

7.1 Ali con angolo di freccia

Si è sinora considerato il caso in cui l'ala abbia il bordo di attacco ed il bordo di uscita normali alla direzione della corrente. Le ali supersoniche hanno invece in generale il bordo di attacco inclinato rispetto alla direzione normale a V_∞ ed il flusso è quindi tridimensionale. Anche in questo caso è però possibile ricondurre il problema a quello di un flusso bidimensionale.

Consideriamo un'ala infinita il cui bordo di attacco formi un *angolo di freccia* φ con la direzione normale a V_∞ (Fig. 7.3).

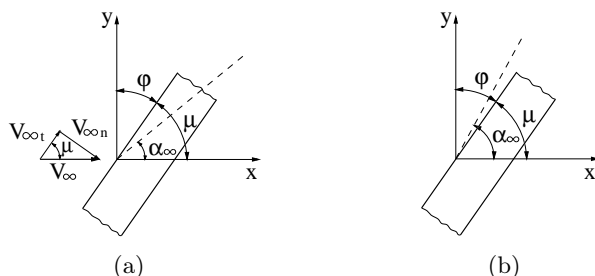


Figura 7.3:

Possiamo decomporre la velocità V_∞ in una componente parallela al bordo di attacco $V_{\infty t}$ ed una normale

$$V_{\infty n} = V_{\infty} \sin \mu \quad (7.1)$$

essendo μ il complementare dell'angolo di freccia. Poichè la velocità $V_{\infty t}$ non genera alcuna variazione di pressione, il fenomeno corrisponde a quello di un'ala con bordo di attacco normale alla corrente che venga investita con velocità $V_{\infty n}$. Questo flusso bidimensionale equivalente può però anche essere subsonico, essendo $V_{\infty n} < V_{\infty}$.

Ricordando che

$$\sin \alpha_{\infty} = \frac{1}{M_{\infty}} = \frac{a_{\infty}}{V_{\infty}}$$

che, sostituita nella (7.1), dà

$$M_{\infty n} = \frac{\sin \mu}{\sin \alpha_{\infty}} \quad (7.2)$$

Questa relazione mostra che se $\mu > \alpha_{\infty}$, ovvero se il bordo di attacco si trova davanti alla linea di Mach, il flusso normale è supersonico (Fig. 7.3a) e si dice che *il bordo di attacco è supersonico*.

Viceversa, se $\mu < \alpha_{\infty}$ il flusso normale è subsonico (Fig. 7.3b) e si dice che *il bordo di attacco è subsonico*. Le stesse considerazioni possono farsi per il bordo di uscita, quando bordo di attacco e di uscita non siano fra loro paralleli.

La distinzione fra bordi subsonici e supersonici è essenziale in quanto il comportamento del flusso è sostanzialmente diverso nel caso subsonico e supersonico. In Fig. 7.4 sono rappresentati i diversi tipi di flusso per una lastra piana ad incidenza avente una forma in pianta con angolo di freccia e bordi di attacco e di uscita non paralleli.

All'aumentare di M_{∞} si hanno le tre situazioni delle figure a), b), c) per ognuna delle quali è schematicamente rappresentato l'andamento delle linee di corrente in una sezione dell'ala parallela a V_{∞} e l'andamento lungo la corda della differenza fra il C_p inferiore e quello superiore.

Nel caso a) entrambi i bordi sono subsonici. Al bordo di attacco si ha l'aggiramento del bordo stesso da parte della corrente con conseguente forte aumento della velocità e forte diminuzione della pressione sul dorso mentre al bordo di uscita la condizione di Kutta-Joukowski impone che esso sia punto di ristagno e sia quindi ivi nulla la differenza di pressione fra ventre e dorso. Si osservi nell'andamento di C_p il cambio di pendenza che si verifica nel punto A in cui la linea di Mach posteriore interseca la sezione.

Nel caso b) il bordo di attacco è ancora subsonico mentre quello di uscita è supersonico. Al bordo di uscita la corrente recupera la direzione originaria non più gradualmente come nel caso subsonico, ma bruscamente attraverso le due linee di Mach che hanno origine dal bordo di uscita. Poichè il dorso ed il

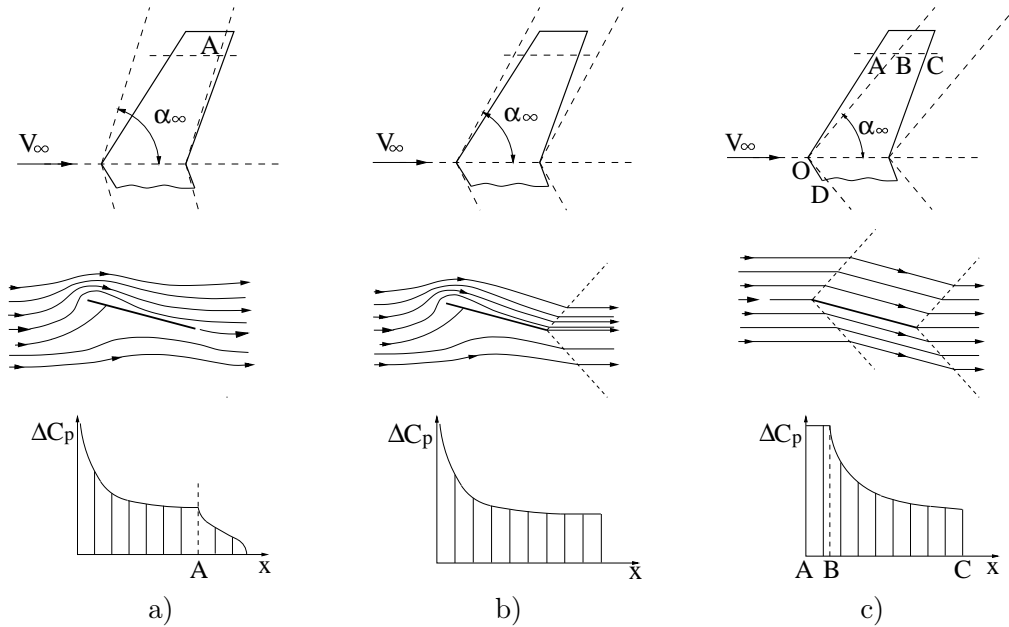


Figura 7.4:

ventre sono tra loro indipendenti sussiste una differenza di pressione finita fra le due zone.

Infine nel caso c) entrambi i bordi sono supersonici e l'indipendenza fra dorso e ventre si estende anche al bordo di attacco. Si osservi, anche in questo caso, il cambio di pendenza nell'andamento di C_p in corrispondenza al punto B in cui la linea di Mach anteriore interseca la sezione. Nel tratto AB non si risente il fatto che l'ala sia finita. Il valore di C_p è quindi quello dato dalla teoria bidimensionale che è costante, essendo costante la pendenza. Viceversa nella zona BC si risente l'effetto del taglio dell'ala lungo la linea OD, il flusso è tridimensionale e C_p varia di conseguenza.

7.2 Ali infinite con bordo di attacco supersonico

Consideriamo un'ala di allungamento infinito con angolo di freccia φ e angolo di incidenza α (Fig. 7.5)

La velocità V_∞ può essere decomposta nelle tre componenti $V_\infty \sin \alpha$ normale al piano alare xy , $V_\infty \cos \alpha \cos \varphi$ nel piano xy e normale al bordo di attacco e $V_\infty \cos \alpha \sin \varphi$ anch'essa nel piano xy e parallela al bordo di attacco.

Come si è detto, la velocità tangenziale non influenza le caratteristiche aerodinamiche dell'ala che possono essere determinate studiando il flusso bidimensionale equivalente in direzione normale al bordo di attacco, ovvero nella

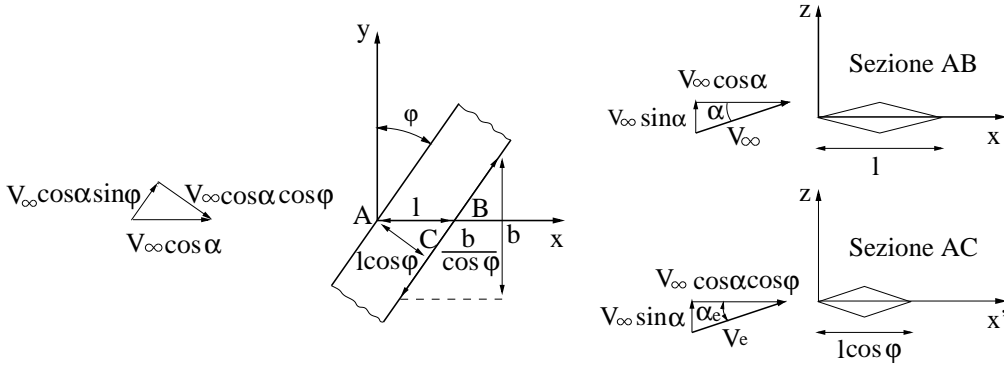


Figura 7.5:

sezione AC. In questa sezione però la velocità del flusso incidente non è più V_∞ ma una velocità equivalente

$$V_e^2 = V_\infty^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \varphi) = V_\infty^2 (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \alpha) \quad (7.3)$$

Così pure l'angolo di incidenza non è più α ma

$$\tan \alpha_e = \frac{V_\infty \sin \alpha}{V_\infty \cos \alpha \cos \varphi} = \frac{\tan \alpha}{\cos \varphi} \quad (7.4)$$

Con questi valori è possibile determinare C_{Le} e C_{De} utilizzando, a seconda dei casi, la teoria linearizzata o quella del II ordine o anche la teoria esatta.

La portanza e la resistenza di un tratto d'ala di lunghezza b (misurata in direzione normale alla corrente) sono date da

$$L = \frac{1}{2} \gamma p_\infty M_e^2 l \cos \varphi \frac{b}{\cos \varphi} C_{Le} \quad (7.5)$$

$$D = \frac{1}{2} \gamma p_\infty M_e^2 l b C_{De} \quad (7.6)$$

La portanza può però anche essere espressa con riferimento alla sezione AB come

$$L = \frac{1}{2} \gamma p_\infty M_\infty^2 l b C_L \quad (7.7)$$

Dal confronto fra le (7.5) e (7.7) si ha

$$C_L = C_{Le} \frac{M_e^2}{M_\infty^2}$$

e mediante la (7.3)

$$C_L = C_{Le} (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \alpha) \quad (7.8)$$

Per quanto riguarda la resistenza D essa è diretta normalmente al bordo di attacco e nella direzione della corrente V_∞ si ha solo la componente

$$D \cos \varphi = \frac{1}{2} \gamma p_\infty M_\infty^2 l b C_D$$

Utilizzando le (7.6) e (7.3) risulta

$$C_D = C_{De} \cos \varphi (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \alpha) \quad (7.9)$$

Nel caso in cui l'angolo di incidenza sia piccolo le (7.3), (7.4), (7.8) e (7.9) possono essere semplificate nella forma

$$\begin{aligned} V_e^2 &= V_\infty^2 \cos^2 \varphi \\ \alpha_e &= \frac{\alpha}{\cos \varphi} \\ C_L &= C_{Le} \cos^2 \varphi \\ C_D &= C_{De} \cos^3 \varphi \end{aligned} \quad (7.10)$$

ed i coefficienti aerodinamici equivalenti possono essere espressi mediante la teoria di Ackeret come

$$\begin{aligned} C_{Le} &= \frac{4\alpha_e}{\sqrt{M_e^2 - 1}} \\ C_{De} &= \frac{4}{\sqrt{M_e^2 - 1}} (\alpha_e^2 + k\delta_e^2) \end{aligned} \quad (7.11)$$

dove δ_e è lo spessore massimo relativo, k è un coefficiente che dipende dalla forma del profilo e si è assunta nulla la curvatura del profilo. Sostituendo le (7.10) nelle (7.11) si ha

$$C_L = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - \frac{1}{\cos^2 \varphi}}} \alpha \quad (7.12)$$

$$C_D = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - \frac{1}{\cos^2 \varphi}}} (\alpha^2 + k\delta_e^2 \cos^2 \varphi) \quad (7.13)$$

La (7.12) mostra che, a parità di altre condizioni, la portanza aumenta all'aumentare dell'angolo di freccia. Per quanto riguarda la resistenza, all'aumentare di φ , essa dapprima diminuisce per effetto della riduzione della resistenza di spessore e quindi aumenta. Si osservi che per $\cos \varphi \rightarrow \frac{1}{M_\infty}$ sia la portanza che la resistenza tendono all'infinito. Ciò corrisponde al fatto che per tale valore di φ il bordo di attacco è sonico e viene quindi a cadere la validità della teoria di Ackeret, che deriva dalla soluzione dell'equazione del potenziale linearizzata valida in campo supersonico, ma non nel transonico.

L'aumento della portanza e la riduzione della resistenza di forma con conseguente aumento dell'efficienza sono uno dei motivi, assieme a considerazioni strutturali e di controllo, per i quali in campo supersonico le ali sono in genere dotate di un angolo di freccia.

7.3 Il metodo delle sorgenti supersoniche

Quando non è possibile ricondurre il problema di un'ala allo studio di un flusso bidimensionale, come accade ad esempio per l'ala di Fig. 7.4, è necessario fare ricorso ad un metodo tridimensionale. Si consideri un'ala di piccolo spessore così da poter supporre che non si abbia la formazione di urti. Nell'ipotesi di fluido ideale, il flusso può allora essere considerato irrotazionale ed è quindi possibile introdurre il potenziale di velocità. Facendo poi l'ipotesi di piccole perturbazioni, l'equazione del potenziale in campo supersonico può essere linearizzata, pervenendo ad un'equazione del tutto simile alla (2.25) salvo che per la presenza del termine relativo alla direzione z normale al piano dell'ala (x, y)

$$\beta^2 \varphi_{,xx} - \varphi_{,yy} - \varphi_{,zz} = 0 \quad (7.14)$$

A questa deve essere associata la condizione al contorno

$$\vartheta = \frac{dz}{dx} = \frac{\tilde{w}}{1 + \tilde{u}} = \varphi_{,z} \quad (7.15)$$

dove $\vartheta(x, y)$ è la pendenza locale della superficie dell'ala nel piano (x, z) .

Essendo l'equazione (7.14) lineare, essa è soddisfatta da qualsiasi combinazione lineare di soluzioni particolari quali quelle di sorgente o doppietta, analogamente a quanto si fa nel caso subsonico. Poichè ogni soluzione particolare è definita dalla propria intensità, il problema si riduce alla determinazione delle intensità delle diverse singolarità in modo da soddisfare la condizione al contorno (7.15) in ogni punto della superficie del corpo.

Limitaremo la nostra analisi al caso di sorgenti disposte nel piano dell'ala. Poichè in questo caso il potenziale è simmetrico rispetto al piano (x, y) , il metodo è limitato allo studio di ali simmetriche ad incidenza nulla e consente di

determinare solo la resistenza di forma dell'ala. Per studiare ali ad incidenza, e quindi anche la portanza, è invece in generale necessario fare ricorso a distribuzioni di doppiette. Pur non presentando maggiori difficoltà concettuali, il metodo delle doppiette porta ad una formulazione matematica molto più laboriosa e non verrà pertanto trattato. Si vedrà tuttavia più avanti come sia possibile, limitatamente al caso di bordo di attacco supersonico, determinare anche la portanza con una opportuna distribuzione di sorgenti.

Consideriamo una sorgente elementare posta nel piano (x, y) in un punto di coordinate ξ, η ed avente intensità per unità di superficie q . Il potenziale dovuto a questa sorgente in un punto di coordinate x, y, z è dato da

$$d\varphi = \frac{q \, d\xi \, d\eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 - \beta^2 [(y - \eta)^2 + z^2]}} \quad (7.16)$$

ed è facile verificare che quest'espressione soddisfa la (7.14).

Per verificare la condizione al contorno (7.15) si deve calcolare la velocità \tilde{w} che è data da

$$\tilde{w} = \frac{\partial}{\partial z} (d\varphi) = \frac{q\beta^2 z \, d\xi \, d\eta}{\left\{ (x - \xi)^2 - \beta^2 [(y - \eta)^2 + z^2] \right\}^{3/2}} \quad (7.17)$$

Poichè l'ala è sottile, possiamo valutare w sul piano (x, y) anzichè sulla superficie dell'ala.

La (7.17) mostra che per $z = 0$ si ha $\tilde{w} = 0$ salvo che nel punto $x = \xi$ e $y = \eta$ nel quale si ha una forma indeterminata. Ciò significa che una sorgente induce velocità verticale nulla in tutti i punti del piano (x, y) ad eccezione del punto in cui si trova la sorgente stessa. Per valutare la \tilde{w} che la sorgente induce su se stessa, si può calcolare \tilde{w} in un punto al di fuori del piano (x, y) , evitando così la forma indeterminata, e farne quindi il limite per $z \rightarrow 0$.

Con riferimento alla figura 7.6, il punto P è influenzato solo dalle sorgenti che si trovano all'interno dell'anticono di Mach, il quale interseca il piano (x, y) lungo un'iperbole. Il potenziale nel punto P sarà allora dato dall'integrale della (7.16) esteso all'area racchiusa dall'iperbole (area tratteggiata in Fig. 7.6). Eseguendo l'integrale si ottiene

$$\varphi = -\frac{\pi q}{\beta} (x - \beta z - a)$$

e la velocità \tilde{w} risulta

$$\tilde{w} = \varphi_{,z} = \pi q \quad (7.18)$$

Poichè questo risultato non dipende da z , esso rimane valido per $z \rightarrow 0$. La (7.18) rappresenta quindi la velocità verticale indotta dalla sorgente su se

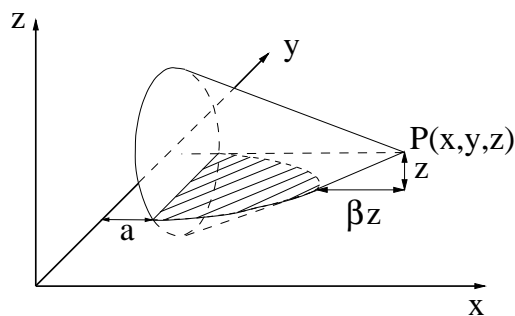


Figura 7.6:

stessa. In altre parole la velocità verticale in un punto del piano (x, y) dipende unicamente dall'intensità locale della sorgente e non dall'intensità delle altre sorgenti presenti nel campo. Questo risultato semplifica enormemente l'imposizione della condizione al contorno. Infatti nel caso in cui la velocità dipenda da tutte le sorgenti presenti nel campo, l'intensità di queste ultime deve essere ottenuta risolvendo un sistema di equazioni algebriche, che impongono il soddisfacimento della condizione al contorno in un numero di punti del corpo (punti di controllo) pari al numero delle sorgenti. Nel caso attuale invece l'intensità di ogni sorgente può essere determinata indipendentemente dalle altre. Sostituendo la (7.18) nella (7.15) si ha infatti

$$q = \frac{\vartheta}{\pi} \quad (7.19)$$

Ciò significa che per simulare la presenza di un corpo che abbia pendenza locale ϑ è sufficiente disporre nel punto stesso una sorgente avente intensità proporzionale a ϑ .

Una volta determinata l'intensità delle sorgenti è possibile calcolare il disturbo di velocità \tilde{u} e quindi mediante la (2.34) il coefficiente di pressione. A differenza di \tilde{w} , la velocità \tilde{u} in un generico punto P non dipende solo dall'intensità della sorgente locale ma da tutte le sorgenti che si trovano all'interno dell'anticono di Mach per il punto P. Si ha quindi:

$$C_p = \frac{2}{\pi} \int_A \frac{\vartheta(x - \xi)}{[(x - \xi)^2 - \beta^2(y - \eta)^2]^{3/2}} d\xi d\eta \quad (7.20)$$

essendo A l'area tratteggiata di Fig. 7.6.

7.4 Ali triangolari a pendenza costante

Consideriamo un'ala a pianta triangolare avente in ogni punto la stessa pendenza ϑ (Fig. 7.7) e supponiamo dapprima che il bordo di attacco sia subsonico.

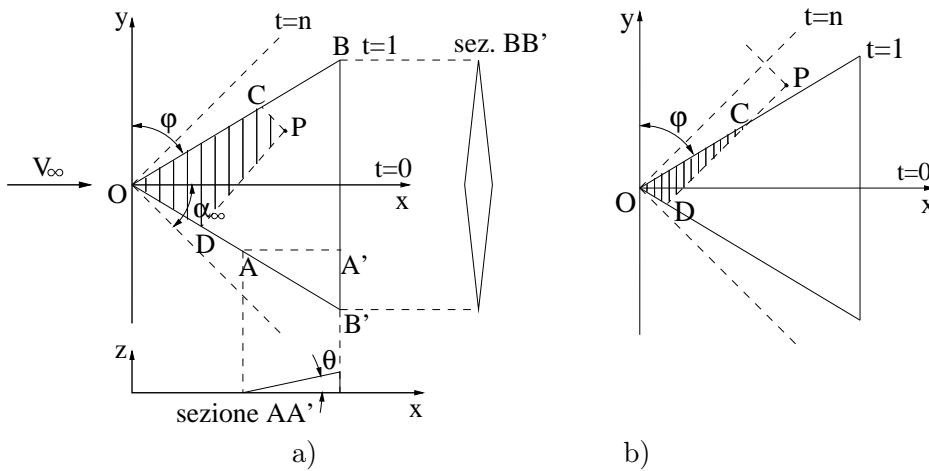


Figura 7.7:

L'ala sarà rappresentata da una distribuzione di sorgenti di intensità costante su tutta la superficie OBB'. L'effetto di queste sorgenti si risente all'interno dell'intero cono di Mach passante per il vertice O dell'ala.

Se il punto P nel quale si vuole calcolare C_p si trova sulla superficie dell'ala (Fig. 7.7a), l'area A cui deve essere esteso l'integrale che compare nella (7.20) è data dal quadrilatero OCPD. Eseguendo l'integrazione si ottiene

$$C_p = \frac{4\vartheta}{\pi\beta\sqrt{n^2 - 1}} \cosh^{-1} \left(n \sqrt{\frac{1 - (t/n)^2}{1 - t^2}} \right) \quad \text{per } \begin{cases} 0 < t < 1 \\ n > 1 \end{cases} \quad (7.21)$$

nella quale

$$n = \frac{\lambda}{\beta} \quad (7.22)$$

$$\lambda = \tan \varphi$$

$$t = \lambda \frac{y}{x} \quad (7.23)$$

Il parametro n dipende dall'angolo di freccia e dal numero di Mach e nel caso in esame è maggiore di 1, essendo il bordo d'attacco subsonico. La variabile t è costante lungo le rette passanti per il vertice O dell'ala, è uguale a

zero sull'asse di simmetria, è uguale a uno al bordo di attacco ed è uguale ad n lungo la linea di Mach.

La (7.21) mostra che C_p , così come anche il potenziale e le sue derivate, si mantiene costante lungo le rette passanti per il vertice dell'ala ed il campo è quindi a *simmetria conica*.

Nel caso in cui il punto P sia compreso fra la linea sonica ed il bordo di attacco dell'ala (Fig. 7.7b), l'integrale va esteso al triangolo OCD ed il risultato dell'integrazione è

$$C_p = \frac{4\vartheta}{\pi\beta\sqrt{n^2-1}} \cosh^{-1} \left(\sqrt{\frac{n^2-1}{t^2-1}} \right) \quad \text{per} \begin{cases} 1 < t < n \\ n > 1 \end{cases} \quad (7.24)$$

Consideriamo ora il caso in cui l'ala abbia bordo di attacco supersonico (Fig. 7.8) e quindi si abbia $n < 1$.

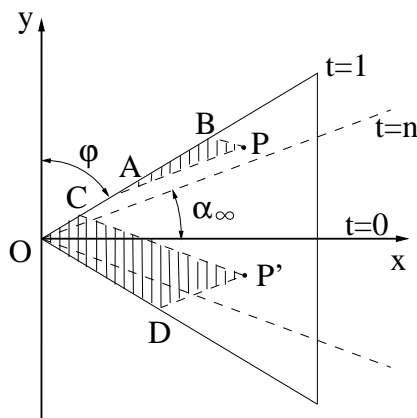


Figura 7.8:

Anche in questo caso bisogna distinguere due zone. Se il punto P è compreso fra il bordo di attacco e la linea di Mach, esso è influenzato dalle sorgenti comprese nel triangolo ABP e non risente del fatto che l'ala sia finita. In tutta la regione compresa fra $t = n$ e $t = 1$ il valore di C_p è costante ed è pari a quello di un'ala infinita con angolo di freccia φ , ovvero

$$C_{pe} = \frac{2\vartheta_e}{\sqrt{M_e^2-1}} \quad (7.25)$$

essendo ϑ_e ed M_e i valori nella sezione normale al bordo di attacco. Utilizzando le (7.10) la (7.25) risulta

$$C_p = \frac{2\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - \frac{1}{\cos^2 \varphi}}} \quad (7.26)$$

Ricordando che

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi} = 1 + \tan^2 \varphi$$

la (7.26) può anche scriversi

$$C_p = \frac{2\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1 - \lambda^2}} = \frac{2\vartheta}{\beta\sqrt{1 - n^2}} \quad \text{per} \begin{cases} n < t < 1 \\ n < 1 \end{cases} \quad (7.27)$$

Se il punto P' si trova invece all'interno del cono di Mach per il vertice dell'ala, l'integrale della (7.20) deve essere esteso all'area OCP'D e risulta

$$C_p = \frac{2\vartheta}{\beta\sqrt{1 - n^2}} \left[1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(n \sqrt{\frac{1 - (t/n)^2}{1 - t^2}} \right) \right] \quad \text{per} \begin{cases} 0 < t < n \\ n < 1 \end{cases} \quad (7.28)$$

In Fig. 7.9 è riportato, al variare del parametro n , l'andamento lungo una sezione dell'ala normale a V_∞ di $C_p\beta/\vartheta$ calcolato mediante le (7.21), (7.27) e (7.28).

Nel caso di bordo di attacco supersonico ($n < 1$), si può osservare che l'integrale di C_p esteso all'intera ala (ovvero da $t = 0$ a $t = 1$) è costante al variare di n . Ciò significa che per un'ala a pendenza costante la resistenza di forma è indipendente dall'angolo di freccia se il bordo di attacco è supersonico.

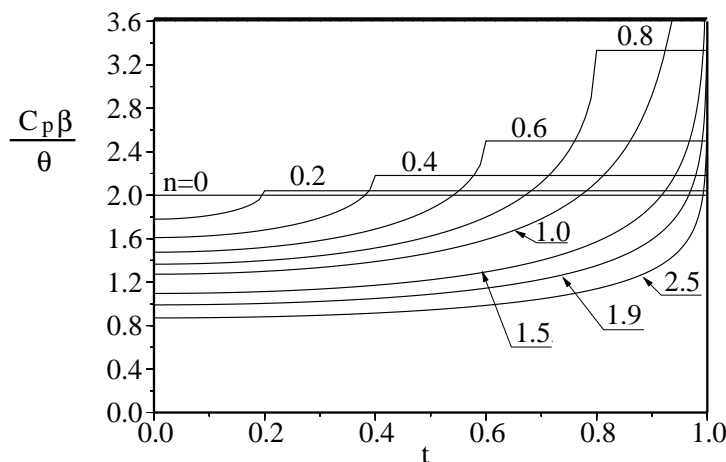


Figura 7.9:

Nel caso di $n \geq 1$ si osserva che al bordo di attacco C_p tende all'infinito. Ciò è dovuto al fatto che in prossimità del bordo di attacco, che in questo caso è punto di ristagno, non è più valida l'ipotesi di piccole perturbazioni e si dovrebbe utilizzare l'equazione completa del potenziale, anziché la (7.14).

7.5 Ali a delta ed a freccia

Consideriamo ancora un'ala a pianta triangolare ma che abbia un profilo più simile a quelli che si incontrano nella realtà ad esempio un profilo a doppio diedro (Fig. 7.10. Un'ala avente questa geometria viene detta *ala a delta*.

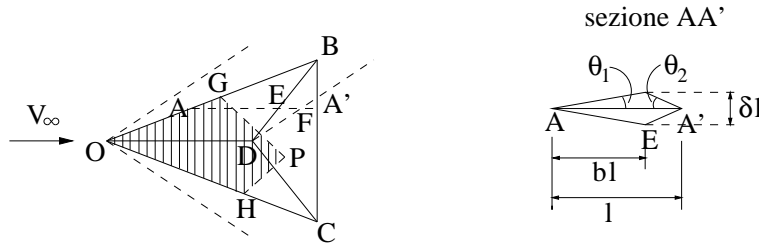


Figura 7.10:

In base a quanto visto in precedenza, per soddisfare la condizione al contorno è necessario disporre una distribuzione di sorgenti di intensità proporzionale a ϑ_1 nella regione OBDC ed un'altra distribuzione di sorgenti proporzionali a ϑ_2 nella regione DBC. Il valore di C_p in un generico punto P può poi essere calcolato mediante l'integrale (7.20) esteso all'area OGPH, la quale però comprende sorgenti di intensità diversa.

Allo stesso risultato si può pervenire molto più semplicemente sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti e le espressioni (7.21), (7.24), (7.27) e (7.28) già ottenute per il caso di distribuzione di sorgente uniforme.

Con riferimento all'ala di Fig. 7.10, disponiamo dapprima una distribuzione di sorgenti di intensità proporzionale a ϑ_1 su tutta la superficie OBC e calcoliamo quindi in ogni punto dell'ala un valore C_p' mediante la (7.21). Poiché questa distribuzione di sorgenti non rispetterebbe la condizione al contorno nella regione DBC, aggiungiamo in quest'ultima regione una distribuzione di intensità $-\vartheta_1 + \vartheta_2$. Il contributo C_p'' dovuto a questa seconda distribuzione di intensità uniforme può essere calcolato mediante la (7.27) per i punti compresi fra la retta DB e la linea di Mach passante per D e mediante la (7.28) per i rimanenti punti della regione DBC. In queste espressioni il valore di n è ora quello corrispondente all'inclinazione della retta DB ed il valore di t è determinato relativamente al punto D anziché al punto O.

Poiché la seconda distribuzione di sorgenti non influenza i punti della regio-

ne OBDC, in quest'ultima si ha solo il contributo di C_p' , mentre nella regione DBC il coefficiente di pressione è dato da $C_p' + C_p''$.

Da quanto detto si desume che il comportamento dell'ala dipende non solo dal fatto che il bordo di attacco sia subsonico o supersonico, ma anche dal fatto che sia subsonica o supersonica la linea DB dei punti di massimo spessore. In particolare nel caso di Fig. 7.10 si è considerato il caso di linea di massimo spessore supersonica. Se invece essa fosse stata subsonica, come avviene riducendo il numero di Mach o spostando il punto di massimo spessore verso il bordo di attacco, la regione compresa fra la linea di Mach e la linea DB avrebbe dovuto essere calcolata mediante la (7.24) e l'intera regione DBC mediante la (7.21).

A titolo di esempio in Fig. 7.11 è riportato l'andamento di $C_p\beta/\vartheta$ lungo la sezione AA' per un'ala avente $\varphi = 45^\circ$ e punto di massimo spessore a metà corda ($b = .5$) nel caso di linea di massimo spessore sia supersonica (linea continua) che subsonica (linea tratteggiata). Per confronto è anche riportato l'andamento di C_p , quale risulta dalla teoria di Ackeret, per un'ala infinita ($n = 0$) avente lo stesso profilo.

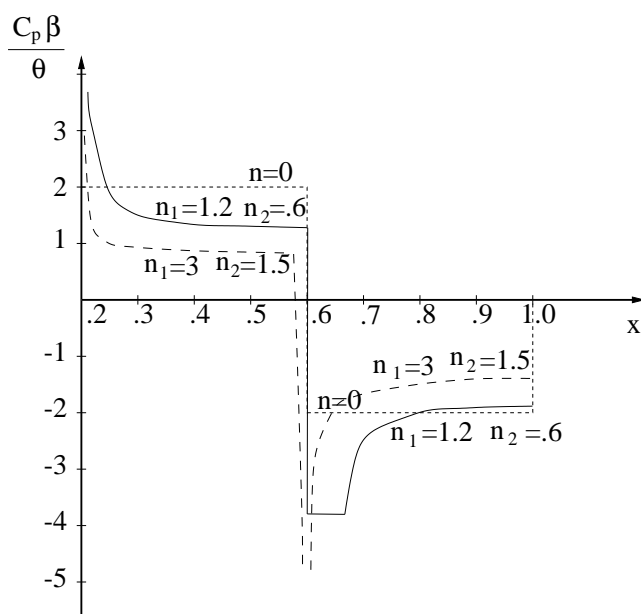


Figura 7.11:

Una volta determinato C_p in ogni punto dell'ala, proiettando sulla direzione di V_∞ ed integrando su tutta la superficie dell'ala si può determinare il coefficiente di resistenza C_D . I risultati di tale calcolo per diversi valori del parametro n sono riportati in Fig. 7.12 in funzione della posizione del punto in cui è massimo lo spessore relativo δ , espressa come frazione b della corda del

profilo (vedi Fig. 7.10).

Nel caso di bordo di attacco supersonico (Fig. 7.12a) si osserva che la resi-

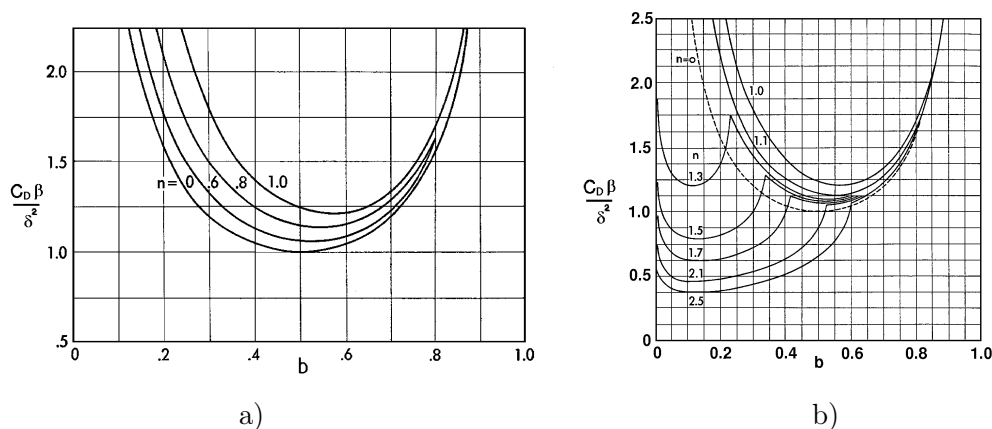


Figura 7.12: [da Shapiro]

stenza di forma dell'ala a delta è sempre maggiore di quella di un'ala infinita avente lo stesso profilo ($n = 0$).

Viceversa nel caso di bordo di attacco subsonico (Fig. 7.12b) la resistenza rimane superiore a quella della teoria bidimensionale fintanto che la linea di massimo spessore è supersonica, ma scende notevolmente al di sotto del valore per $n = 0$ quando anche la linea di massimo spessore diviene subsonica. Si può dunque concludere che per avere una bassa resistenza di forma, un'ala a delta deve avere un angolo di freccia sufficientemente grande da rendere il bordo di attacco subsonico e deve avere il punto di massimo spessore sufficientemente prossimo al bordo di attacco così da rendere subsonica la linea di massimo spessore.

Il metodo di calcolo descritto può essere utilizzato anche per ali aventi profilo diverso da quello a doppio diedro o forma in pianta diversa da quella triangolare, quale ad esempio l'ala a freccia rappresentata in Fig. 7.13. In questo caso la soluzione si otterrà sovrapponendo una distribuzione di intensità ϑ_1 nella regione AED, una di intensità $-\vartheta_1 + \vartheta_2$ nella regione BED ed una di intensità $-\vartheta_2$ nella regione CED. Si noti peraltro che quest'ultima influenza i punti dell'ala solo se il bordo di uscita è subsonico.

In Fig. 7.14 è riportato per diversi valori di b il coefficiente di resistenza per un'ala a freccia avente $e = .5$ (il parametro e è definito in Fig. 7.13).

Per un fissato valore di b , C_D inizia a diminuire quando il bordo di attacco diviene subsonico (punto A). La riduzione aumenta quando la linea di massimo spessore diviene subsonica (punto B) ed ancor più quando anche il bordo di uscita diviene subsonico (punto C). La Fig. 7.14b, calcolata per $b = .2$, mostra invece che, a parità di altre condizioni, l'aumento dell'angolo di freccia del

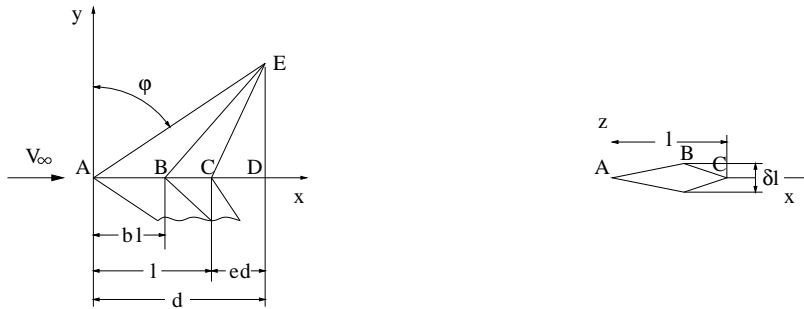


Figura 7.13:

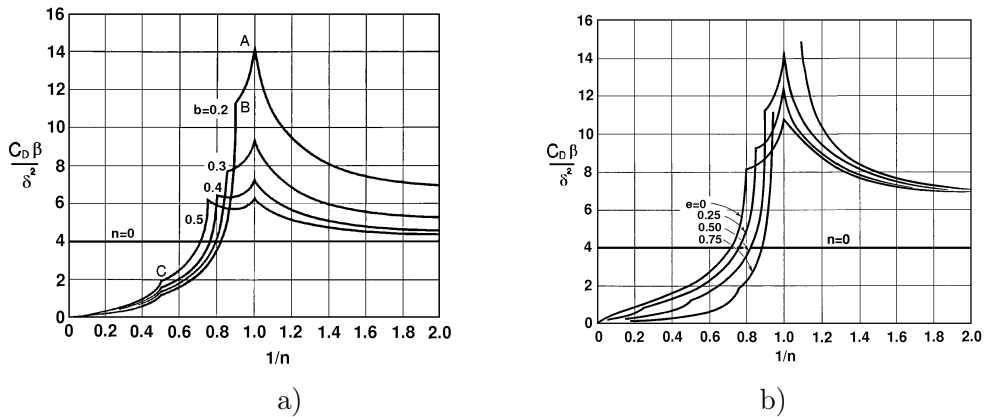


Figura 7.14: [da Shapiro]

bordo di uscita riduce la resistenza di spessore e quindi che un'ala a freccia è più efficiente di un'ala a delta ($e = 0$).

Per quanto riguarda la portanza di un'ala a delta o a freccia, essa può essere calcolata con il metodo delle sorgenti solo nel caso di bordo di attacco supersonico. In questo caso infatti il flusso sul ventre e sul dorso dell'ala sono fra loro indipendenti ed è quindi possibile rappresentare il flusso sul dorso con una distribuzione di sorgenti di intensità proporzionale a $\vartheta - \alpha$ e quello sul ventre con un'altra distribuzione di sorgenti di intensità proporzionale a $\vartheta + \alpha$. Le due diverse distribuzioni generano in corrispondenza ai punti dell'ala una differenza di pressione, che dà luogo alla portanza. Quando invece il bordo di attacco è subsonico non è possibile usare due diverse distribuzioni per il dorso ed il ventre in quanto si genererebbe una differenza di pressione anche nella regione compresa fra la linea di Mach ed il bordo di attacco dove, non essendovi la parete solida, non può esserci una discontinuità di pressione.

Come si è detto, nel caso di bordo di attacco subsonico, che abbiamo visto essere quello di maggiore interesse in quanto riduce la resistenza, bisogna fare

ricorso a distribuzioni di doppiette anzichè di sorgenti.

Tralasciando la descrizione del metodo delle doppiette, nella Fig. 7.15 si riporta un confronto fra tre diverse forme in pianta dell'ala. Si osserva che, a parità di allungamento Λ (definito come il rapporto fra la superficie alare e la corda massima del profilo), le prestazioni dell'ala a freccia sono notevolmente superiori a quelle dell'ala a delta e dell'ala a pianta rettangolare.

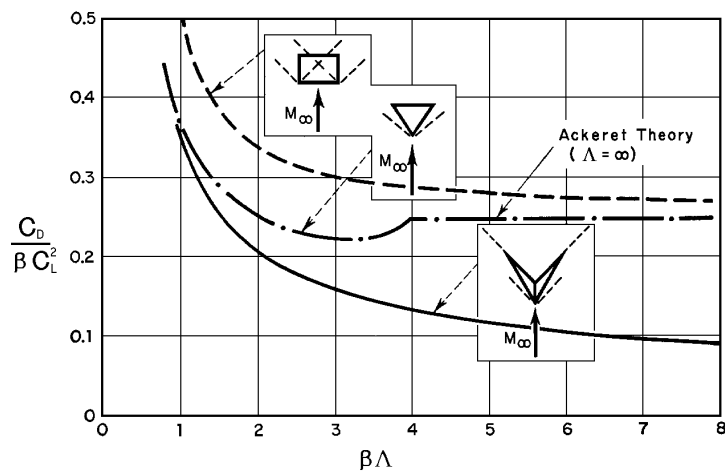


Figura 7.15: [da Shapiro]