

## Atlante di Artobolewsky LW

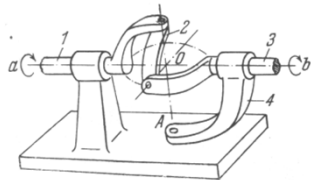
Classificazione con esempi  
Parte Seconda

### Meccanismi con più membri ( $n > 2$ ) - LW

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L

554

FOUR-BAR SPHERICAL MECHANISM

LW  
4L

When bracket 4 is put into various positions by turning it about axis  $A$  and clamping it, rotation from link 1 can be transmitted through link 2 to link 3 under the condition that the axes of all the turning pairs intersect at a single common point  $O$ . The angle between the turning pairs of any single link equals  $90^\circ$ . Angle  $\varphi_1$  of rotation of link 1 is related to angle  $\varphi_3$  of rotation of link 3 by the equation

$$\frac{\tan \varphi_1}{\tan \varphi_3} = \cos \alpha$$

where  $\alpha$  is the angle between axes  $Oa$  and  $Ob$ .

### Meccanismi con più membri ( $n > 2$ ) - LW

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L

583	<b>FIVE-BAR SPATIAL MECHANISM</b>	LW 5L
-----	-----------------------------------	----------

Link 1, rotating about fixed axis *A*, is connected by turning pair *C* to link 2. Link 3 is connected by spherical pair *D* to link 2 and by turning pair *E* to link 4 which rotates about fixed axis *B*. The mechanism transmits rotation between any two arbitrarily located axes *A* and *B*.

**Meccanismi con più membri ( $n > 2$ ) - LW**

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L
3. M. 6 membri uso generale (590 - 608) 6L

595	<b>CHEBYSHEV SIX-BAR MECHANISM FOR TRANSFORMING OSCILLATION INTO ROTATION</b>	LW 6L
-----	---	----------

The lengths of the links comply with the conditions:

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{BM} = 1$	$\overline{\beta} = 267^\circ$
$\overline{CE} = 1.38$	$\overline{FE} = 1.23$
$\overline{MK} = \overline{FK} = 1.4$	$\overline{FC} = 1.77$
$\overline{EA} = 0.55$	

Point *M* of the connecting rod of four-bar linkage *EABC* describes connecting-rod curve *a-a*. Link 3 is connected by turning pairs *M* and *K* to links 2 and 4. Link 4 oscillates about fixed axis *F*. For the specified dimensions one complete oscillation of link 4 corresponds to one revolution of crank *I*. The portion of the path of point *A* of crank *I* that corresponds to the return stroke of link 4 is shown by a continuous line.

**Meccanismi con più membri ( $n > 2$ ) - LW**

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L
3. M. 6 membri uso generale (590 - 608) 6L
4. M. membri multipli uso gen. (609 - 622) ML

612 CHEBYSHEV MULTIPLE-BAR PADDLING MECHANISM LM ML

The lengths of the links comply with the conditions:

$\overline{AB} = \overline{CB} = \overline{BM} = \overline{A_1B_1} = \overline{B_1M_1} = 1$	$\beta = 270^\circ$
$\overline{C'A} = 0.297$	$\overline{CC_1} = 0.74$
$\overline{CC'} = 0.765$	$\overline{CC_1} = 1.3$
$\overline{C_1C'_1} = 1.21$	$\overline{MM_1} = 1.275$
$\overline{C'C'_1} = 1.335$	$\overline{M_1K} = 1.6$

The mechanism is made up of two symmetrically located kinematic chains driven by crank 1. Point *M* of connecting rod 2 describes a connecting-rod curve having a portion that approximates a straight line. Point *K* of link 3, which connects points *M* and *M*<sub>1</sub> of connecting rods 2 and 4 in the linkages *C'A<sub>1</sub>BC* and *C<sub>1</sub>A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>*, also describes a path having a portion approximating a straight line. As a result, all points of paddle 6 describe path *a-a* in which the paddle enters the water, moves along in it and is withdrawn for the next stroke.

Meccanismi con più membri (n>2) - LW

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L
3. M. 6 membri uso generale (590 - 608) 6L
4. M. membri multipli uso gen. (609 - 622) ML
5. M. parallelogramma (623-640) PC

633 DUPLEX PARALLEL-CRANK MECHANISM LW PC

The lengths of the links comply with the conditions:  $\overline{DC} = \overline{EF}$ ,  $\overline{DE} = \overline{CF}$ ,  $\overline{GL} = \overline{HK}$ ,  $\overline{GH} = \overline{LK}$ ,  $\overline{AD} = \overline{AC}$  and  $\overline{BL} = \overline{BK}$ . When handle 1 is turned about fixed axis *A* through a certain angle, link 2 is turned about fixed axis *B* through the same angle.

Meccanismi con più membri (n>2) - LW

1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L
3. M. 6 membri uso generale (590 - 608) 6L
4. M. membri multipli uso gen. (609 - 622) ML
5. M. manovella-parallele (623-640) PC
6. M. antiparallelogramma (641-643) CC

642 **CROSSED-CRANK MECHANISM WITH SAFETY STOPS** LW  
CC

The lengths of the links comply with the conditions:  $\overline{AD} = \overline{BC}$  and  $\overline{AB} = \overline{DC}$ . If the small link  $AD$  is fixed, the links will rotate in the same direction. The transmission ratio is  $i_{13} = \frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}$ . Point  $E$  is the intersection of the axis of link 2 and line  $AD$ . At the extreme positions (dead centres), pins  $a'$  and  $b'$  of link 2 abut against stops  $a$  and  $b$  of base 4. As a result uncertainty of motion of the mechanism is eliminated.

## Meccanismi con più membri ( $n > 2$ ) - LW

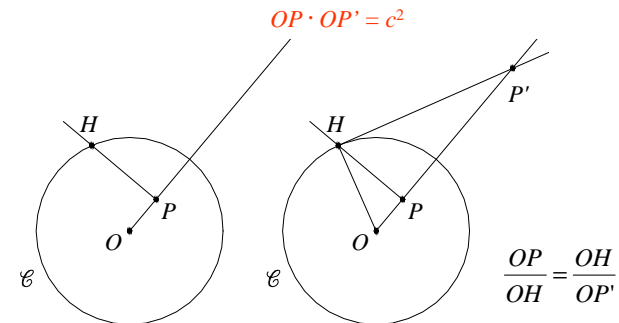
1. M. 4 membri uso generale (539 - 581) 4L
2. M. 5 membri uso generale (582 - 589) 5L
3. M. 6 membri uso generale (590 - 608) 6L
4. M. membri multipli uso gen. (609 - 622) ML
5. M. parallelogrammi (623-640) PC
6. M. antiparallelogrammi (641-643) CC
7. M. guide ed inversori (644-740) GI

## Inversori - Teoria

Meccanismi nei quali alcuni punti si corrispondono in una trasformazione di inversione.

Sono studiati per il tracciamento di traiettorie esattamente definite (esempio: traiettorie rettilinee)

**Definizione di inversione:** dato un polo  $O$  ed una circonferenza  $C$ , di raggio  $c$  e centro  $O$ , detta fondamentale o di inversione, si definisce inversione circolare di raggio  $c$  e polo  $O$  la trasformazione che fa corrispondere ad un generico punto  $P$  del piano un punto  $P'$  tale per cui:



### Inversione di figure piane

è possibile invertire interi luoghi di punti o regioni;

data una curva è possibile costruire il luogo dei punti inversi dei punti della curva stessa

### Primo esempio

una circonferenza  $Q$ , di raggio  $q$  e centro  $Q$ ,

ha come figura inversa

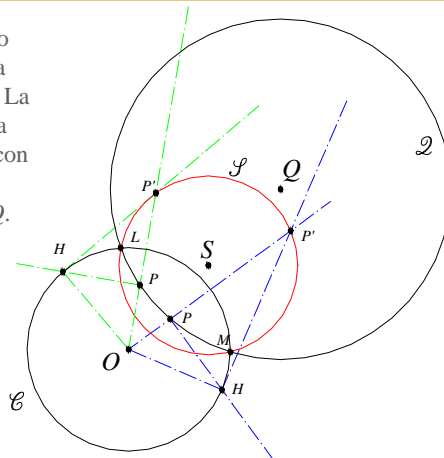
un'altra circonferenza  $S$ , di raggio  $s$  e centro  $S$ ,

che ha centro  $S$  sulla retta  $OQ$

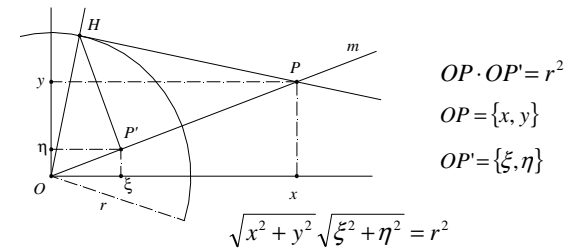
e

che passa per i punti di intersezione tra  $Q$  e  $C$   
(reali o immaginari)

Inversione di polo  $O$  e raggio  $c$  della circonferenza  $Q$ . La figura inversa è la circonferenza  $S$  con centro  $S$  sulla congiungente  $OQ$ .



### Dimostrazione (analitica)



$$OP \cdot OP' = r^2$$

$$OP = \{x, y\}$$

$$OP' = \{\xi, \eta\}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = r^2$$

$$P \in m, P' \in m \Rightarrow \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} = \frac{\xi \sqrt{x^2 + y^2}}{r^2} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\therefore \xi = x \frac{r^2}{x^2 + y^2}, \eta = y \frac{r^2}{x^2 + y^2}$$

$$HP: P' \in \{\xi^2 + \eta^2 + E\xi + F\eta + G = 0\}$$

$$\text{sostituiamo: } \xi = x \frac{r^2}{x^2 + y^2}, \eta = y \frac{r^2}{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow P \in \{G(x^2 + y^2) + Er^2x + Fr^2y + r^4 = 0\}$$

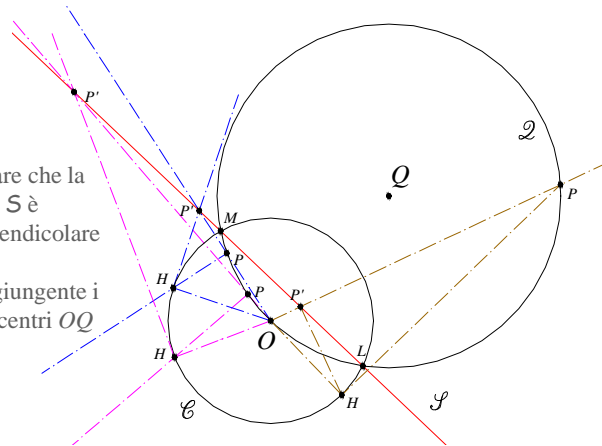
$$HP: G = 0 \Rightarrow P \{Er^2x + Fr^2y + r^4 = 0\}$$

### Secondo esempio

Se la circonferenza  $Q$ , di raggio  $q$  e centro  $Q$ , passa per il centro  $O$  del polo della trasformazione,

Allora essa ha come figura inversa una circonferenza  $S$ , che degenera in una retta (raggio  $s$  infinito e centro  $S$  all'infinito) che continua a passare per i punti di intersezione tra  $Q$  e  $C$  (reali o immaginari)

Notare che la retta  $S$  è perpendicolare alla congiungente i due centri  $OQ$

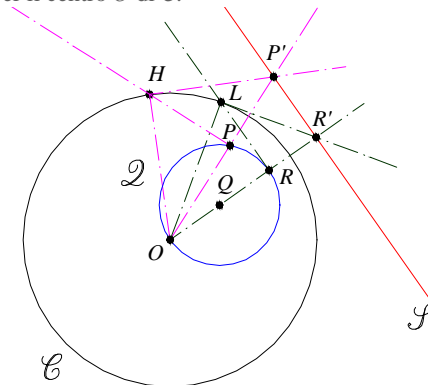


Dimostrazione per una coppia di circonferenze generiche  $C$  e  $Q$  per le quali  $Q$  passa per il centro  $O$  di  $C$ .

$$\frac{OR}{OL} = \frac{OL}{OR'}$$

$$OL = c$$

$$OR \cdot OR' = c^2$$



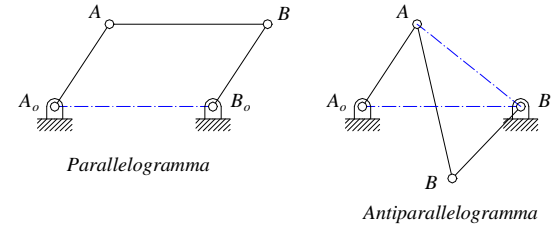
$\frac{OP}{OR'} = \frac{OR}{OP'}$ 
 $OP \cdot OP' = OR \cdot OR' = c^2$

$\frac{OT}{OP} = \frac{OP'}{OT'}$ 
 $OT \cdot OT' = c^2$

### Inversore di Hart

è un meccanismo che realizza “meccanicamente” una trasformazione di inversione

tale meccanismo è basato sulle proprietà dell’antiparallelogramma articolato



$AO = \rho \cdot AB = \rho \cdot b$ 
 $OB = (1 - \rho) b$

$\frac{AO}{b} = \frac{OM}{l} \implies OM = \rho \cdot l$

$\frac{OM'}{l+2d} = \frac{BO}{b} \implies OM' = (1 - \rho)(l + 2d)$

$a^2 = h^2 + l^2 + d^2 + 2ld$ 
 $OM = \rho \cdot l$

$b^2 = h^2 + d^2$ 
 $OM' = (1 - \rho)(l + 2d)$

$a^2 - b^2 = l^2 + 2ld$ 
 $OM \cdot OM' = \rho(1 - \rho)(l^2 + 2ld)$

$OM \cdot OM' = \rho(1 - \rho)(a^2 - b^2)$

$OM \cdot OM' = \rho(1-\rho)(a^2 - b^2)$

Ponendo  $c$  pari alla radice della costante  $\rho(1-\rho)(a^2 - b^2)$  si ottiene una inversione di polo  $O$  e raggio  $c$

Per realizzare un meccanismo che implementa tale funzione si può ricorrere ad un antiparallelogramma articolato che faccia percorrere al punto  $M$  una circonferenza che passi per  $O$ .

Il punto  $M'$  descriverà una traiettoria rettilinea ortogonale al diametro (passante per  $O$ ) di tale circonferenza.

### Esempio di una possibile soluzione

### Inversore di Peaucellier

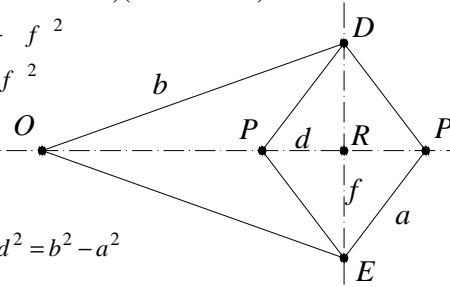
si basa sulle proprietà del parallelogramma articolato, montato su una struttura a cella di inversione avente sei membri e 5 cerniere di cui due doppie

la traiettoria rettilinea si ottiene imponendo “meccanicamente” ad un punto  $P$  una traiettoria circolare passante per il polo  $O$  dell’inversione



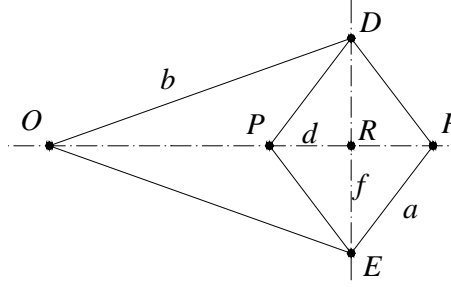
$$OP \cdot OP' = (OR - d)(OR + d) = OR^2 - d^2$$

$$OR^2 = b^2 - f^2$$

$$d^2 = a^2 - f^2$$


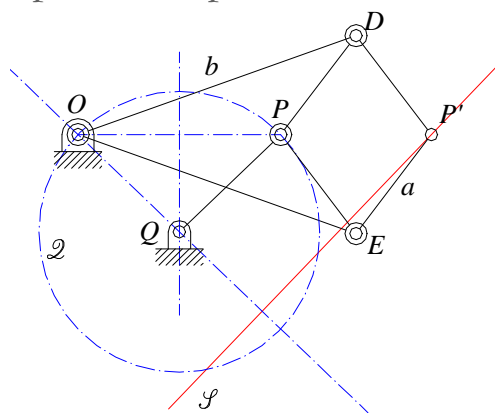
$$OP \cdot OP' = OR^2 - d^2 = b^2 - a^2$$

se  $b$  e  $a$  fossero lunghezze di aste allora il prodotto di  $OP$  per  $OP'$  sarebbe costante, realizzando una inversione di polo  $O$  e raggio:

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} \quad OP \cdot OP' = c^2$$


basta ora imporre che  $P$  si muova su una circonferenza passante per  $O$

Esempio di una possibile soluzione



Inversori approssimati

- Derivano da meccanismi semplici ma che risolvono il problema solo nell'intorno di un punto.

644	<b>WATT FOUR-BAR APPROXIMATE STRAIGHT-LINE MECHANISM</b>	LW GI
-----	--	----------

The lengths of the links of four-bar linkage  $ABCD$  comply with the conditions:  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ,  $\overline{BC} = 0.62\overline{AB}$ ,  $\overline{BE} = \overline{EC}$  and  $\overline{AD} = 2.15\overline{AB}$ . When link 1 turns about fixed axis  $A$ , point  $E$  of link 2 describes path  $q-q$  of which the portion  $H$  is approximately a straight line.

651	<b>CHEBYSHEV FOUR-BAR APPROXIMATE STRAIGHT-LINE MECHANISM</b>	LW GI
-----	---	----------

The lengths of the links of four-bar linkage  $ACBE$  comply with the conditions:  $\overline{CB} = \overline{BE} = \overline{BD} = 2.5\overline{AC}$  and  $\overline{AE} = 2\overline{AC}$ . When link 1 rotates about fixed axis  $A$ , point  $D$  of link 2 describes path  $q-q$ . Upon motion of point  $C$  along arc  $a-d-b$ , point  $D$  travels along approximately straight line  $a_1-d_1-b_1$ .

660	<b>ROBERTS FOUR-BAR APPROXIMATE STRAIGHT-LINE MECHANISM</b>	LW GI
-----	---	----------

The lengths of the links of four-bar linkage  $ABCD$  comply with the conditions:  $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{CE} = \overline{DC}$  and  $\overline{AD} = 2\overline{BC}$ . When link 1 turns about fixed axis  $A$ , point  $E$  of link 2 describes a path of which a certain portion approximates straight line  $q-q$ , passing through points  $A$  and  $D$ .

683	<b>CHEBYSHEV FOUR-BAR APPROXIMATE CIRCLE-TRACING MECHANISM</b>	LW GI
-----	--	----------

The lengths of the links of four-bar linkage  $ABCD$  comply with the conditions:  $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{CM} = 3\overline{AB}$  and  $\overline{AD} = 2.5\overline{AB}$ . When link 1 turns about fixed axis  $A$ , point  $M$  of link 2 describes a path of which a certain portion approximates a circular arc.

707	<b>HART EXACT STRAIGHT-LINE MECHANISM</b>	LW GI
-----	---	----------

The lengths of the links comply with the conditions:  $\overline{BE} = \frac{ab^2}{a-b^2}$ ,  $\overline{EF} = \frac{cdb}{d^2-b^2}$ ,  $\overline{FG} = \frac{adb}{d^2-b^2}$  and  $\overline{GC} = \frac{cb^2}{d^2-b^2}$ , where  $a = \overline{AB}$ ,  $b = \overline{BC}$ ,  $c = \overline{CD}$  and  $d = \overline{AD}$ . Link 1 turns about fixed axis A and is connected by turning pairs B and E to links 3 and 2. Link 4 turns about fixed axis D and is connected by turning pairs C and G to links 3 and 5. Links 2 and 5 are connected by turning pair F. When link 1 turns about axis A, point F describes straight line Oq which is perpendicular to AD. Intersect  $\overline{AO}$  equals

$$\overline{AO} = \frac{d}{2} \frac{a^2 - b^2 - c^2 + d^2}{d^2 - b^2}.$$

713	<b>STRAIGHT-LINE MECHANISM HAVING A LINK WITH RECTILINEAR TRANSLATION</b>	LW GI
-----	---	----------

The lengths of the links comply with the conditions:  $\overline{HC} = \overline{CE} = \overline{EK} = \overline{KH} = \overline{DF}$ ,  $\overline{AC} = \overline{AK} = \overline{BD}$ ,  $\overline{EF} = \overline{CD} = \overline{AB}$  and  $\overline{GH} = \overline{GA}$ . The mechanism is based on the Peaucellier-Lipkin six-bar invisor consisting of rhombus linkage HCEK and rhomboid linkage ACHK with the centre of inversion at point A. Point H describes a circle passing through point A and point E describes straight line q-q which is perpendicular to line AG. Link 6 is a component of a translator consisting of two parallel-linkages, ACDB and CEFD. When link 1 turns about fixed axis G, link 6 has rectilinear translational motion and its axis EF slides along straight line q-q which belongs to the fixed plane and is parallel to line AB. Links 10 and 11 turn about fixed axis A and link 3 about fixed axis B.