

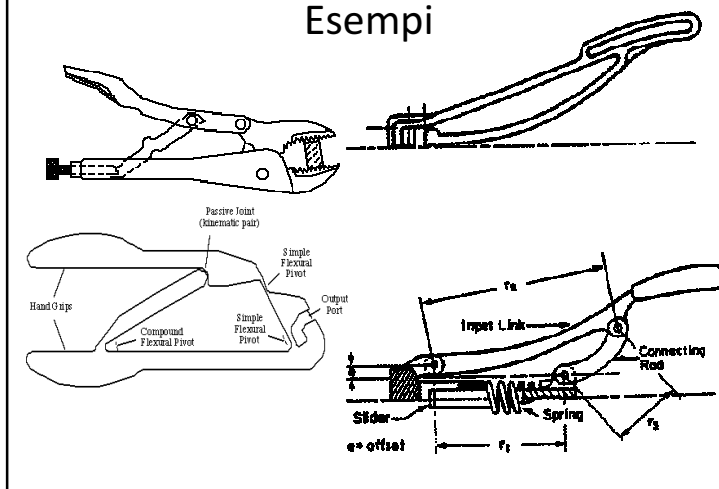
## Compliant mechanisms

Una breve introduzione con riferimento (piuttosto pesante) all'uso che di essi se ne può fare nel progetto dei MEMS

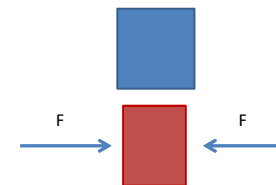
## Caratteristiche principali

- Sono realizzati da un unico blocco di materiale
- Non ci sono strisciamenti (ma solo attriti interni)
- Esiste una configurazione neutra con minimo di energia di deformazione interna (al limite nullo)
- Il blocco è suddivisibile in sottoparti pseudo-rigide e flessibili
- Per ogni configurazione deformata esiste un'energia potenziale contenuta nella struttura

## Esempi



## Caratteristiche dei materiali continui: trazione-compressione



Lunghezza indeformata =  $l$   
 Allungamento =  $\Delta l$   
 Deformazione =  $\epsilon$   
 Forza =  $F$   
 Area della sezione =  $A$   
 Tensione =  $\sigma$   
 Modulo di Young =  $E$

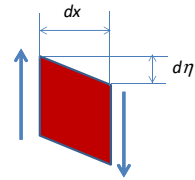
$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma = E\epsilon$$

## Caratteristiche dei materiali continui: taglio



T  
T

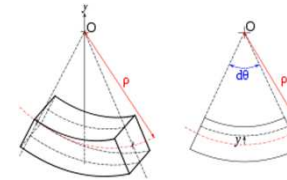
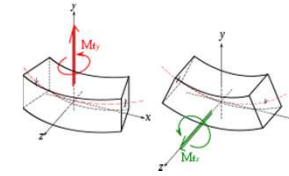


Spostamento della sezione lungo la forza di taglio =  $du$   
 Altezza del concio =  $dy$   
 Angolo di deformazione =  $\gamma$   
 Forza di taglio =  $T$   
 Area della sezione =  $A$   
 Tensione tangenziale =  $\tau$   
 Modulo di elasticità tangenziale =  $G$

$$\gamma = \frac{d\eta}{dx} \quad \tau = \frac{T}{A}$$

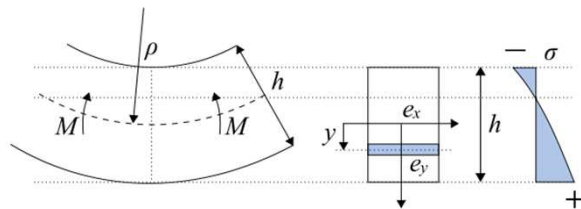
$$\tau = G\gamma$$

## Flessione



Modello di Eulero Bernoulli

## Tensioni interne nella flessione



## Travi a semplice curvatura

Travi ad asse curvo:

- L'asse della trave giace in un piano che contiene le forze esterne
- La flessione è retta
- La variazione delle sezioni lungo l'asse è piccola rispetto alle variazioni sull'asse

### Contributi alla deformazione dell'asse della trave ad asse curvo

Flessione  $d\varphi = -\frac{M}{EI} ds$

Taglio  $d\eta = \gamma ds = \chi \frac{T}{GA} ds$

Sforzi normali  $d\xi = \frac{N}{EA} ds$

### Rotazione della sezione dovuta ad un momento flettente

$$\Delta\varphi = \int_0^s \frac{M}{EI} ds$$

NOTA  
Oltre alla rotazione, la sezione finale si sposta a seguito delle rotazioni delle sezioni precedenti



### Effetto della rotazione

$$AA' = AP + PA' = PA' - PA = PA(e^{i \cdot d\varphi} - 1)$$

$$PA = (x_A - x) + i(y_A - y)$$

$$PA' = PA \cdot e^{i \cdot d\varphi}$$

$$AA' = PA(\cos d\varphi + i \cdot \sin d\varphi - 1)$$

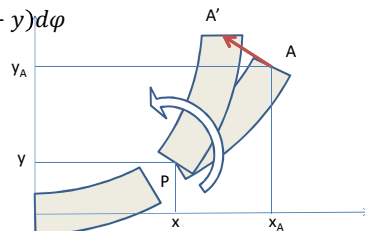
$$AA' = i \cdot PA \cdot d\varphi$$

$$AA' = i(x_A - x)d\varphi + (y_A - y)d\varphi$$

$$dx_A = -(y_A - y)d\varphi$$

$$dy_A = (x_A - x)d\varphi$$

$$d\varphi = \frac{M}{EI} ds$$



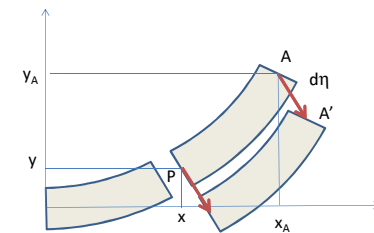
### Effetto del taglio

$$dx_A = d\eta \cdot \sin \vartheta = \gamma ds \sin \vartheta = \gamma dy$$

$$dy_A = -d\eta \cdot \cos \vartheta = -\gamma ds \cos \vartheta = -\gamma dx$$

$$dx_A = \chi \frac{T}{GA} dy$$

$$dy_A = -\chi \frac{T}{GA} dx$$

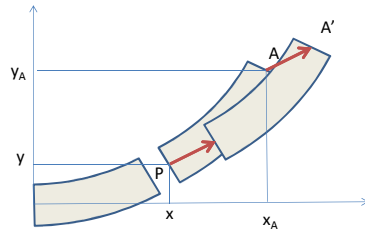


### Effetto degli sforzi normali

$$d\xi = \frac{N}{EA} ds$$

$$dx_A = \frac{N}{EA} dx$$

$$dy_A = \frac{N}{EA} dy$$



Calcolo approssimato del centro della rotazione finita per il caso di una giunzione con asta curva flessibile

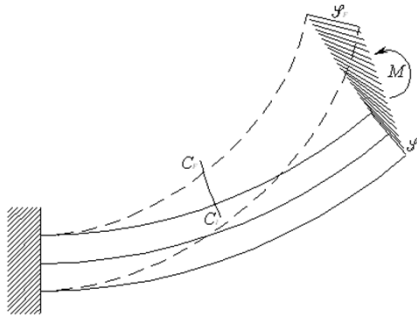
$$\Delta\vartheta = \int_{s_0}^{s_a} \frac{Mds}{EJ}$$

$$\Delta x = - \int_{s_0}^{s_a} \frac{Mds}{EJ} (y_a - y) + \int_{s_0}^{s_a} \frac{Ndx}{EA} + \int_{s_0}^{s_a} \chi \frac{Tdy}{GA}$$

$$\Delta y = \int_{s_0}^{s_a} \frac{Mds}{EJ} (x_a - x) + \int_{s_0}^{s_a} \frac{Ndy}{EA} - \int_{s_0}^{s_a} \chi \frac{Tdx}{GA} \quad x_0 = x_a + \frac{\Delta x}{2} + \Delta y \frac{\text{sen}(\Delta\vartheta)}{2(1 - \text{cos}(\Delta\vartheta))}$$

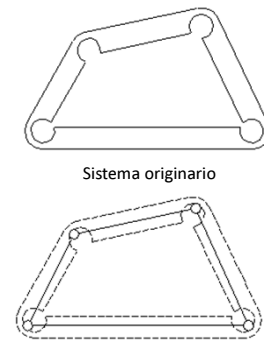
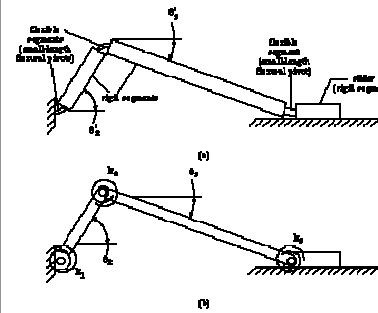
$$y_0 = y_a + \frac{\Delta y}{2} + \Delta x \frac{\text{sen}(\Delta\vartheta)}{2(1 - \text{cos}(\Delta\vartheta))}$$

### Casi di interesse per la posizione del centro della rotazione finita



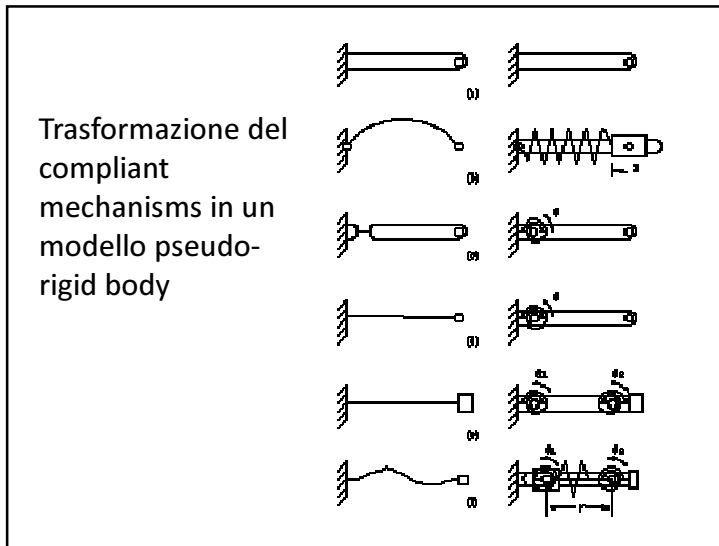
Esempio di calcolo del centro di rotazione relativa tra membri rigidi collegati da giunti flessibili ad arco circolare. Raggio di curvatura dell'asse = 2 mm; E = 2,1 GPa (Nylon); altezza della sezione = 0,2 mm; spessore della mensola 3 mm; angolo del settore relativo all'arco di circonferenza coincidente con l'asse della mensola = 40°.

### Quadrilatero articolato a cedevolezza selettiva e modello pseudo-rigid body



A compliant slider mechanism, and (b) its pseudo-rigid-body model.

Pseudo-rigid body mechanism

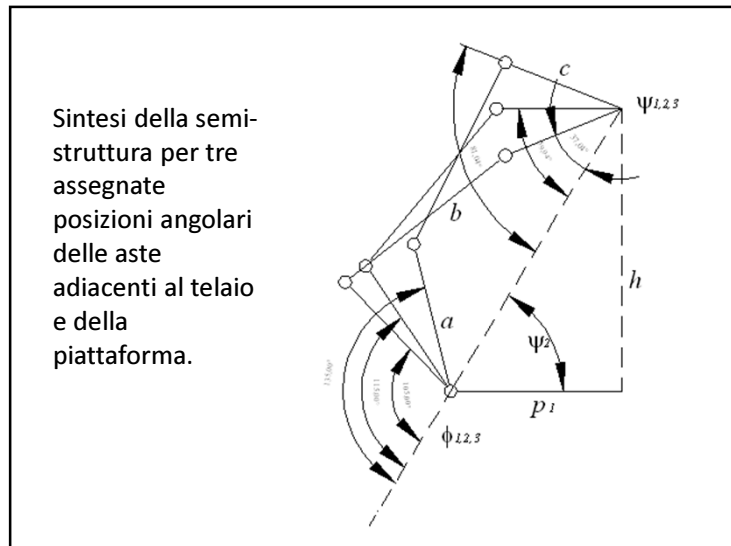


Una prima giustificazione del meccanismo basato su corpi pseudo-rigidi

Rigidezza flessionale

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}$$

Nei casi più semplici

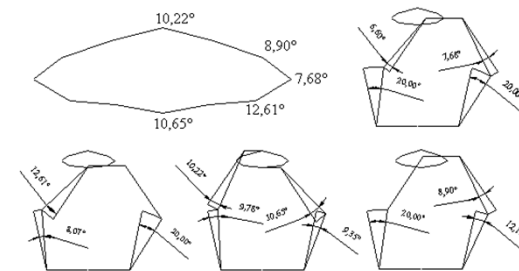
$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$


## Uso della formula di Freudenstein

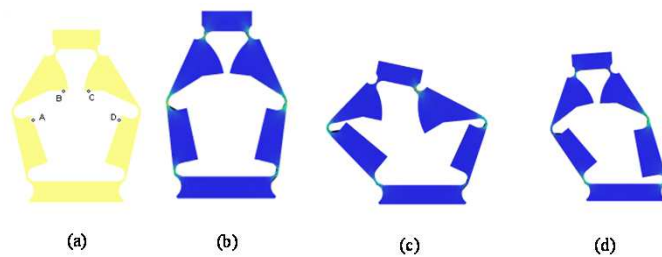
$$\begin{cases} R_1 \cos \phi_i - R_2 \cos \psi_i + R_3 = \cos(\phi_i - \psi_i) \\ i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

$$c = \frac{d}{R_1} \quad a = \frac{d}{R_2} \quad b^2 = a^2 + c^2 + d^2 - 2acR_3$$

Spazio di lavoro ad orientamento costante e verifica delle condizioni di vincolo sulle massime rotazioni relative tra le aste.



## Uso della FEA



Vista frontale del modello agli elementi finiti:

- (a) modello indeformato;
- (b) sollevamento della piattaforma;
- (c) rotazione della piattaforma;
- (d) traslazione laterale della piattaforma.

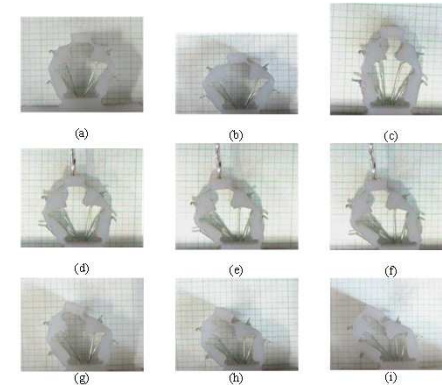
## Prototipo 2003

Foto del prototipo realizzato (su sfondo millimetrato):

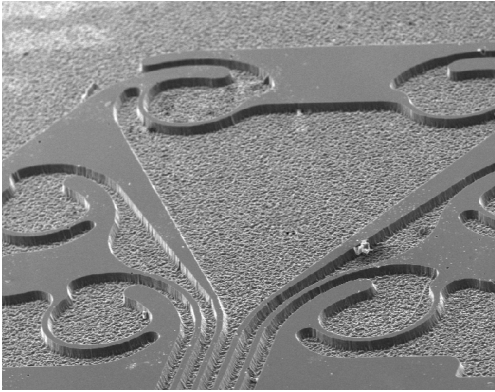
- (a) struttura indeformata;
- (b) abbassamento
- (c) innalzamento della piattaforma;

- (d) - (f) traslazioni orizzontali per forze applicate ad intensità crescente;

- (g) - (i) rotazioni della piattaforma per forze applicate ad intensità crescente.



Prototipo 2011



Test sul  
prototipo 2011

